



# Dynamique rapide dans les mousses liquides : expériences de drainage et de vibration à l'échelle d'un bord de Plateau

Alexandre Cohen

## ► To cite this version:

Alexandre Cohen. Dynamique rapide dans les mousses liquides : expériences de drainage et de vibration à l'échelle d'un bord de Plateau. Autre [cond-mat.other]. Université Nice Sophia Antipolis, 2015. Français. NNT : 2015NICE4057 . tel-01220523

**HAL Id: tel-01220523**

**<https://theses.hal.science/tel-01220523>**

Submitted on 26 Oct 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSITÉ NICE SOPHIA ANTIPOLIS - UFR Sciences  
École Doctorale de Sciences Fondamentales et Appliquées (ED n°364)

## THÈSE

pour obtenir le titre de  
**Docteur en Sciences**  
de l'Université Nice Sophia Antipolis

Spécialité : **Physique**

présentée et soutenue par  
**Alexandre COHEN**

# Dynamique rapide dans les mousses liquides

## Expériences de drainage et de vibration à l'échelle d'un bord de Plateau

Thèse dirigée par Jean RAJCHENBACH et co-dirigée par Christophe RAUFASTE  
Soutenue le 22 Septembre 2015

Jury :

Mme Isabelle Cantat	Professeur des Universités, Rennes 1, IPR	<i>Président</i>
Mme Florence Elias	Maitre de conférences UPMC Paris 6, MSC	<i>Rapporteur</i>
M. Laurent Limat	Directeur de recherche CNRS, MSC	<i>Rapporteur</i>
M. Jean Rajchenbach	Directeur de recherche, CNRS, LPMC	<i>Directeur de thèse</i>
M. Christophe Raufaste	Maître de conférences, UNS, LPMC	<i>Co-directeur de thèse</i>
Mme Nathalie Fraysse	Chargée de recherche, CNRS, LPMC	<i>Examineur</i>







Mon projet de thèse a débuté en Septembre 2011 et a été encadré par Nathalie Fraysse et Christophe Raufaste (co-directeur) sous la direction de Jean Rajchenbach (directeur). L'ensemble des expériences et théories qui y sont présentées ont été développées au Laboratoire de Physique de la Matière Condensée (CNRS UMR7336). Ce laboratoire regroupe un large champ d'activités en physique : optique, physique quantique, rhéologie des matériaux, biophysique, physico-chimie des interfaces, dynamique des fluides et la propagation d'ondes dans les milieux complexes. Certains de mes travaux ont été réalisés en collaboration avec Médéric Argentina (INLN - CNRS UMR 7335) et Yann Bouret (LPMC). Ils ont permis la publication de trois articles scientifiques dans des revues internationales à comité de lecture [1–3].

Durant ces années, j'ai eu le plaisir de présenter mon travail lors de conférences nationales (GdR Mousse et Emulsion - GdR MePhy) et internationales (EUFOAM 2012 - EUFOAM 2014). J'ai participé à l'encadrement d'un étudiant de M1 sur un projet d'étude de goutte de Leidenfrost 2D, de trois étudiants de L3 sur un projet d'étude des ondes acoustiques dans les mousses à l'aide d'un tube de Kundt et d'un étudiant de M2 sur un projet d'impact de jet sur un film de savon. Certains de ces travaux ont abouti à la publication d'un quatrième article scientifique en collaboration avec Franck Celestini (LPMC), Thomas Frisch (INLN), Laurent Duchemin (IRPHE - UMR7342) et Yves Pomeau (Tucson University) ([4], voir annexe B).

Cette thèse se place dans le cadre général de l'étude de la physique des mousses mais les résultats obtenus peuvent être élargis à la mécanique des fluides et des phénomènes capillaires. Les mousses sont des sujets d'études en mathématiques, en chimie et en physique. On distingue les mousses solides (éponge, mousse métallique, pain etc) des mousses liquides (mousse de savon, mousse de bière etc). Dans ce qui suit seule la physique des mousses liquides nous intéressera. La physique des mousses est multi-échelle en temps (de la milliseconde à la journée) et en espace (de la taille moléculaire au mètre). Les phénomènes à l'échelle moléculaire et à l'échelle globale du matériau ont été amplement étudiés. Avec l'apparition des caméras rapides et d'objectifs performants, des phénomènes rapides à l'échelle de la bulle ont été découverts. Ils forment un sujet vaste d'investigation dans lequel je vais m'aventurer tout au long de ce manuscrit.

Le thème de départ qui a donné naissance à mon sujet d'étude est "la propagation d'ondes acoustiques dans les mousses liquides". En 2011 ce sujet était très peu exploré dans la communauté des mousses. L'équipe disposait d'une expertise à la fois sur la propagation d'ondes dans les milieux granulaires et sur la rhéologie des mousses liquides. Jean Rajchenbach avait réalisé, quelques années au paravant, des expériences préliminaires de propagation d'ondes dans des mousses avec des bulles millimétriques.

Mon travail a été de réaliser une cellule élémentaire de mousse permettant d'étudier la propagation d'ondes mécaniques à l'échelle de la bulle. Les premières expériences visant à tester la stabilité de la cellule ont mis en avant des propriétés inattendues de redistribution d'inhomogénéité de liquide dans les mousses. J'ai découvert la propagation de ressaut hydraulique d'origine capillaire dans les jonctions entre les bulles appelées bords de Plateau [1, 2]. Puis une série d'expériences a été réalisée pour étudier la propagation des ondes mécaniques dans la cellule élémentaire. Ces expériences ont permis de découvrir des phénomènes non linéaire

---

d'auto-organisation du liquide contenu dans les bords de Plateau, sous l'effet des vibrations à basses fréquences et hautes amplitudes.

Ce manuscrit est divisé en quatre chapitres. Dans le premier chapitre (chapitre 1), seront définies les notions nécessaires à la compréhension de mon travail, sera réalisé un état de l'art sur la mécanique des mousses et la problématique de mon étude sera mise en avant. Dans le second chapitre (chapitre 2), le dispositif expérimental et le protocole de fabrication d'une cellule élémentaire de mousse seront explicités. Les solutions de tensioactifs utilisées dans la suite seront également définies et caractérisées. Dans le troisième (chapitre 3) et quatrième chapitre (chapitre 4), l'étude approfondie des écoulements transitoires et de la propagation d'ondes mécaniques rapides à l'échelle de la bulle sera effectuée.

## REMERCIEMENTS

Les quatre dernières années ont été remplies de belles aventures, de belles découvertes, de joies et de rires grâce à l'ensemble des personnes qui m'ont entouré tout au long de cette thèse.

Cette thèse a été réalisée en étant trois jours au laboratoire et deux jours dans le cabinet de courtage d'assurance de mon père dans le but de reprendre la succession. Je tiens donc à remercier en premier les personnes qui m'ont permis de réaliser ma thèse sans contrainte : mon père qui a accepté de retarder sa retraite et de me former, Fabrice qui a accepté que j'intègre le LPMC sans financement pour mes recherches ainsi que Jean, Christophe et Nathalie qui ont accepté de m'encadrer sans me connaître et sans savoir si cette thèse arriverait à son terme. Je voudrai aussi remercier Franck qui m'a orienté vers cette équipe formidable et qui m'a permis de participer également dans ses recherches.

Un grand merci à Florence, Isabelle et Laurent d'avoir accepté d'être membres de mon jury de thèse et d'y consacrer du temps et de l'énergie.

Je tiens à remercier le LPMC dans son intégralité pour le cadre de travail que l'ensemble de ses membres m'ont offert, en particulier Fabrice, le directeur, qui dirige le laboratoire avec un savant mélange d'humour et de sympathie. Merci à l'équipe administrative pour leur gentillesse et leur aide, en particulier merci à Denise et Christine pour le temps qu'elles m'ont consacré.. Merci à Bernard et Jérôme l'équipe informatique de choc, toujours partant pour relever de nouveaux défis avec humour. Merci à l'équipe électronique et aux gros bras de l'atelier mécanique pour être toujours partant pour donner un coup de main. Un grand merci également à tous les membres permanents du laboratoire pour tous nos échanges si agréables en particulier Yaroslava toujours de bon conseil surtout en ce qui concerne la Vodka et Stan pour ses conseils avisés en Salsa. Merci à Claire, Celine pour leur gentillesse. Merci à Valérie pour avoir été ma marraine dans le laboratoire et de m'avoir permis de participer à toutes ces séances de vulgarisation scientifique à la fête de la science mais aussi au laboratoire.

Merci à Médéric, Thomas, Yann, Franck et Xavier avec qui j'ai eu l'occasion de discuter de sciences mais aussi de tout et de rien. Merci à ces hommes qui m'ont montré une partie de leur univers scientifiques et m'ont permis de participer à des écoles d'été et de m'intégrer dans le laboratoire.

Merci également à l'ensemble des membres du GdR Mousse et de toute la communauté des mousses en général en particulier Benjamin, Valentin, Caroline, Florence, Isabelle, Martin et l'ensemble des étudiants de cette communauté avec qui j'ai passé d'excellents moments et avec qui j'ai eu des discussions scientifiques très enrichissantes.

Un grand merci à Jean pour ces conseils avisés durant nos réunions et pour m'avoir permis de réfléchir sur les points délicats de mon travail en les pointant du doigt. Le travail de ces quatre années et l'enthousiasme qui m'a permis de le réaliser n'aurait pas été possible sans le duo de choc Nathalie et Christophe qui ont installé dans cette équipe une excellente dynamique de travail, toujours enthousiasme à l'idée de réaliser de nouvelles découvertes, j'ai énormément appris de votre savoir faire et de vos connaissances, je pense avoir énormément appris également sur moi même grâce à vous et je suis heureux d'avoir été votre doctorant. Merci de m'avoir accordé autant de votre temps. Un grand merci à Christophe avec qui j'ai passé d'excellents moments durant nos séjours à l'étranger et nos discussions sur tout et sur rien. Merci d'avoir

---

toujours été là.

Ma vie dans le laboratoire n'aurait pas pu être aussi agréable sans mes amis co-bureaux, Valoche dont le rire et la joie de vivre sont communicatifs, Amandouche avec qui nous avons partagé de grandes discussions et d'excellents moments, Clementina et ses délicieux biscuits, Jeff et nos discussions cinéma, Jean Bernard et nos discussions sur tout et sur rien, nos sorties en pub, merci à vous tous pour m'avoir accueilli dans vos bureaux et de m'avoir intégré dans vos vies. Merci également à tous les autres copains du labo Mathieu et Ali pour nos bonnes parties de rigolade durant les écoles d'été et dans les couloirs du labo, mais aussi Julian Jeylan, Manu, Jean Batiste avec qui il est toujours agréable de discuter.

Je voudrais remercier mon papa, ma maman et ma soeur qui m'ont soutenu tout au long de ma thèse et de mes études. Merci d'avoir toujours été là pour moi et de m'avoir supporté surtout durant la dure période de la rédaction.

La plus belle découverte de cette thèse fut celle de ma compagne, Estelle, merci d'avoir été mon bol d'air frais, merci de m'avoir initié à tant d'aventure skate, wake, snowboard, accrobranche... Je suis impatient d'en vivre encore beaucoup d'autres.

Merci à tous les copains qui m'ont soutenu durant cette thèse et avec qui j'ai passé tant de bons moments et tous nos cinémas, fêtes, soirées : Antho, Nico, Mel, Julien, Johan, Caro, Olivia, JC, Mathieu, Fab et toute l'équipe du SDU06 instructeurs et frères de combat. Merci à Fab, Mr Mathieu et Mister JC pour toutes les heures de sport et "d'hydratation". Merci JC pour nos balades digestives, nos discussions et tous ton soutien et toute ton amitié.

Un grand merci à toutes et à tous.

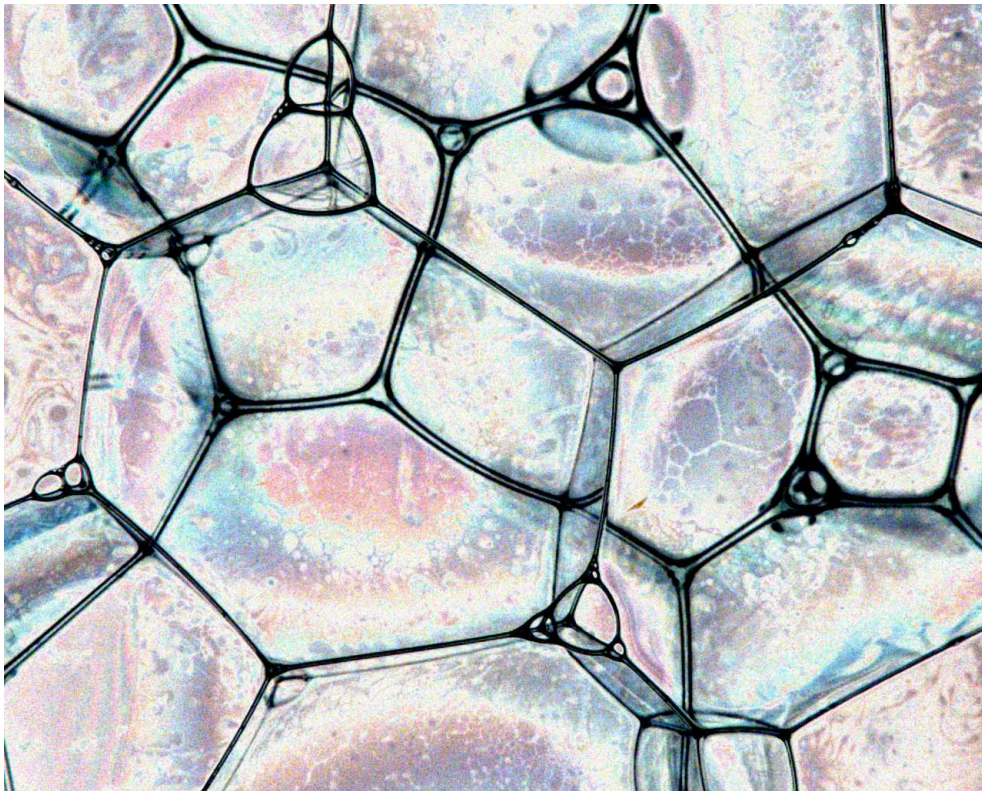
<b>1</b>	<b>Introduction aux mousses liquides</b>	<b>3</b>
1.1	Présentation des mousses liquides . . . . .	5
1.2	Mécanique des mousses : drainage et acoustique . . . . .	15
1.3	Problématique et plan des travaux . . . . .	33
<b>2</b>	<b>Matériels et méthodes</b>	<b>35</b>
2.1	Les cellules élémentaires de mousse . . . . .	37
2.2	Dispositif expérimental et protocole . . . . .	41
2.3	Solutions utilisées et caractérisations . . . . .	44
2.4	Imagerie et mesures . . . . .	49
2.5	Conclusion . . . . .	53
<b>3</b>	<b>Écoulements rapides dans un bord de Plateau</b>	<b>55</b>
3.1	Matériels et méthodes . . . . .	58
3.2	Étude de la coalescence . . . . .	61
3.3	Redistribution de liquide dans le bord de Plateau . . . . .	64
3.4	Conclusion . . . . .	90
3.5	Compléments . . . . .	91
<b>4</b>	<b>Vibration d'un bord de Plateau</b>	<b>101</b>
4.1	Introduction . . . . .	104
4.2	Matériels et méthodes . . . . .	105
4.3	Régime linéaire : bord de Plateau homogène . . . . .	113
4.4	Couplage bord de Plateau - film . . . . .	122
4.5	Régime non linéaire - bord de Plateau inhomogène . . . . .	125
4.6	Etude en compression . . . . .	144
4.7	Conclusion . . . . .	149
4.8	Compléments . . . . .	150
<b>5</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>153</b>
<b>A</b>	<b>Des solitons dans les bords de Plateau</b>	<b>155</b>
<b>B</b>	<b>Goutte de Leidenfrost 2D en cellule de Hele Shaw</b>	<b>163</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>173</b>





# CHAPITRE 1

## INTRODUCTION AUX MOUSSES LIQUIDES

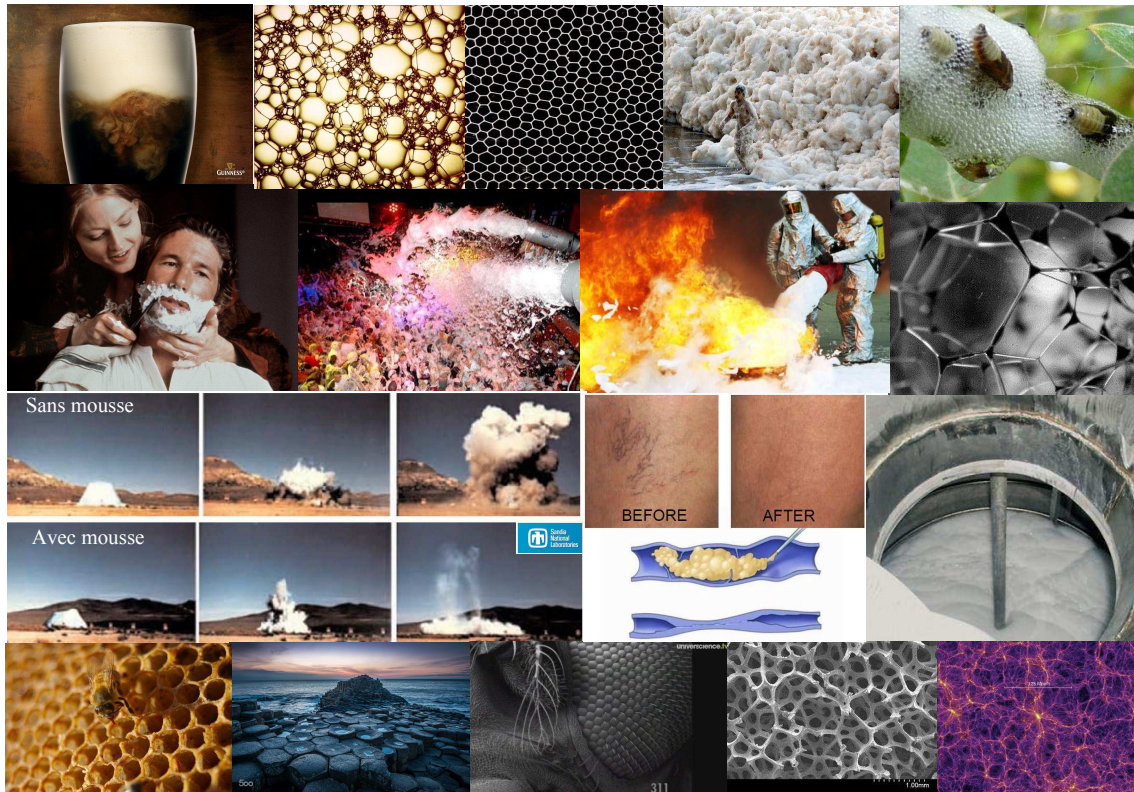


---

1.1	Présentation des mousses liquides . . . . .	<b>5</b>
1.1.1	Présence des mousses liquides . . . . .	5
1.1.1.1	Dans la nature . . . . .	5
1.1.1.2	Au quotidien . . . . .	6
1.1.1.3	Dans les études scientifiques . . . . .	6
1.1.2	Mousses et interfaces liquide-gaz . . . . .	7
1.1.2.1	La fraction liquide : . . . . .	7
1.1.2.2	Énergie interfaciale . . . . .	8
1.1.2.3	Tensioactifs . . . . .	9
1.1.3	Assemblage et arrangement au sein d'une mousse . . . . .	12
1.1.3.1	Assemblage de bulles . . . . .	12
1.1.3.2	Arrangement des films de savons : Lois de Plateau . . . . .	12
1.1.3.3	Dimension aux différentes échelles . . . . .	13
1.2	Mécanique des mousses : drainage et acoustique . . . . .	<b>15</b>
1.2.1	Drainage . . . . .	16
1.2.1.1	Études à l'échelle de la mousse . . . . .	16
1.2.1.2	Étude à l'échelle du bord de Plateau . . . . .	19
1.2.1.3	Modélisation du drainage . . . . .	21
1.2.2	Acoustique dans les mousses . . . . .	24
1.2.2.1	Ondes de compression . . . . .	24
1.2.2.2	Ondes de cisaillement . . . . .	28
1.2.2.3	Ondulations dans les films de savon . . . . .	30
1.3	Problématique et plan des travaux . . . . .	<b>33</b>
1.3.1	Problématique . . . . .	33
1.3.2	Difficultés expérimentales . . . . .	33
1.3.3	Dynamique rapide d'un bord de Plateau . . . . .	33

---

## 1.1 Présentation des mousses liquides



**Figure 1.1** – (de la gauche vers la droite et de haut en bas) Mousse de bière (Guinness), photographie artistique de mousse (D. Boran), mousse 2D [5], écume marine, crachat de coucou [6], mousse à raser (film sommerby), mousse en discothèque, mousse d'extincteur, mousse d'extraction du pétrole, mousse absorbante d'explosion [7], regonflement de vaisseau sanguin [7], mousse de décontamination de déchets radioactifs [8], structure hexagonale : nid d'abeilles, fracturation du basalte, œil de mouche en microscopie, mousse de graphène [9], structure de l'univers [10]

### 1.1.1 Présence des mousses liquides

Issues d'un mélange de liquide et de gaz, les mousses liquides sont faciles à fabriquer en grande quantité et à faible coût. Elles présentent des qualités comme une grande malléabilité, une grande légèreté, un fort pouvoir isolant (thermique, acoustique et mécanique) ou encore une grande facilité à recouvrir et traiter des surfaces étendues avec peu de solution active. Ces qualités font de ce matériau un outil indispensable dans nos vies de tous les jours et dans l'industrie.

#### 1.1.1.1 Dans la nature

En regardant autour de nous, on peut observer que les mousses sont produites dans la nature. Lorsque la mer et les océans sont agités, que les vagues s'effondrent sur elles mêmes ou s'écrasent sur les roches, une mousse blanchâtre apparaît à la surface de l'eau. Ce mélange d'eau de mer et d'air forme l'écume marine [11, 12]. Les cercopes sont des insectes, proche de la cigale, qui possèdent une particularité notable lors de leur stade larvaire. Puisant de l'eau de la sève des plantes, la larve de cercope sécrète une mousse appelée communément le "crachat de coucou" car elle apparaît au premier chant du coucou. Cette mousse a plusieurs avantages, elle cache la larve des prédateurs et des parasites, elle humidifie la larve en continu et elle

l'isole thermiquement [6]. Les mousses volcaniques sont issues d'un magma riche en gaz. En remontant à la surface, le magma dégaze de part la diminution de pression et de température. Une mousse se forme lors de la remontée des bulles à la surface. En refroidissant, la mousse de magma devient solide formant ainsi des roches très poreuses, telles les pierres ponce [13].

### 1.1.1.2 Au quotidien

Les mousses liquides jouent un rôle majeur dans nos vies et l'industrie. On les retrouve dans les produits cosmétiques (mousse à raser, mousse de savon, font de teint etc) où elles sont utilisées pour leur propriété recouvrante et leurs actions nettoyantes et hydratantes [14]. On les retrouve aussi dans les produits agroalimentaires (mousses de bière, de champagne, de soda, chantilly, mousse au chocolat, mousse de lait etc). Elles y sont utilisées pour leur légèreté, leur malléabilité ainsi que leur qualité d'exhausteur de goût [7, 12, 15]. Les mousses sont utilisées en médecine comme agents de contraste ou encore pour boucher les varices et les faire disparaître afin de rétablir une circulation sanguine normale dans le reste du système sanguin avoisinant [7, 16]. Elles sont utilisées dans la lutte contre les incendies pour leur propriété recouvrante qui permet aux mousses d'isoler le feu de l'oxygène [7, 17]. Elles sont utilisées pour décontaminer des centrales nucléaires, pour extraire des minerais par un procédé de flottation et pour récupérer du pétrole dans les puits de forage [18]. Les mousses permettent de limiter les dégâts lors d'explosions de bombes en amortissant l'onde de choc, en stoppant l'éjection de débris et en régulant la température [7, 19]. Les mousses liquides sont également amusantes et belles. Elles sont utilisées dans les discothèques lors de "soirée mousses" mais servent aussi d'objets d'inspiration pour des artistes [20].

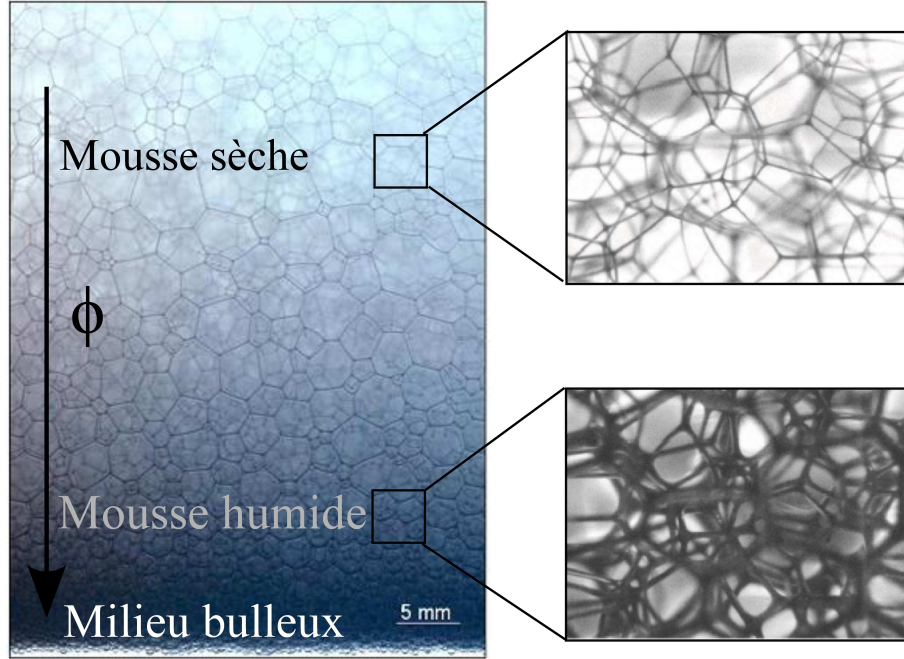
### 1.1.1.3 Dans les études scientifiques

Les mousses sont des matériaux d'école qui présentent des analogies avec de nombreux autres systèmes. Les mousses sont semblables aux émulsions en ce qui concerne leur arrangement structurel, leur vieillissement ou leurs écoulements. D'un point de vue topologique les mousses font parties des milieux cellulaires. Ainsi une monocouche de bulles (ou mousse 2D, figure 1.1) s'arrange selon des structures polygonales présentant des analogies avec les cellules biologiques (les cellules de l'œil de mouche [21]), les atomes de carbone d'un graphite (sur des longueurs de l'ordre de  $10^{-10}$  m) [12] ou encore les craquelures d'un lac salé asséché (sur des longueurs de l'ordre de 1 m) [12]. En cosmologie (sur des longueurs de l'ordre de  $10^{23}$  m), la distribution des galaxies forme des structures comprenant de grands vides souvent comparées aux mousses bien que le lien entre les deux ne soit pas évident [10]. Les mousses ne s'écoulent que lorsque la contrainte qui leur est imposée dépasse un seuil critique [22]. Elles présentent ainsi des analogies rhéologiques avec les autres fluides à seuil de type Hershel Buckley. Toutes ces analogies montrent que l'étude des mousses entre en jeu dans de nombreux domaines scientifiques. Les études des mécanismes physiques qui interviennent dans les mousses ont un impact dans la compréhension de nombreux autres systèmes, que ce soit en mathématiques, en biologie et en physique.



### 1.1.2 Mousses et interfaces liquide-gaz

Les mousses liquides sont des matériaux biphasiques. Elles sont constituées d'une phase gazeuse dispersée sous forme de bulles dans une phase liquide continue.



**Figure 1.2** – Variation de la fraction liquide en fonction de la position verticale dans une mousse : Photographie d'une colonne verticale de mousse liquide après vieillissement avec un grossissement de la mousse à deux différentes hauteurs [12]. En haut, la mousse est sèche avec des bords de Plateau fins et droits et les bulles sont grosses et polyédriques. En bas, elle est humide avec des bords de Plateau épais et les bulles sont petites. Tout en bas, en contact avec le bain de liquide les bulles sont sphériques et le milieu est bulleux.

#### 1.1.2.1 La fraction liquide :

La proportion respective des deux phases se quantifie par la fraction volumique de liquide  $\phi_l = \frac{\vartheta_l}{\vartheta}$  avec  $\vartheta_l$  le volume de liquide contenu dans un volume  $\vartheta$  du milieu biphasique (ou par la fraction volumique de gaz  $\phi_g = 1 - \phi_l = \frac{\vartheta_g}{\vartheta}$  avec  $\vartheta_g = \vartheta - \vartheta_l$  le volume de gaz contenu le milieu biphasique). La figure 1.2 montre une mousse dans laquelle un gradient de fraction liquide apparaît. Dans sa partie haute, la mousse est dite sèche, la fraction liquide y est faible, il y a peu de liquide entre les bulles et les bulles sont polygonales. Dans sa partie basse, la mousse est dite humide, la fraction liquide y est importante, il y a beaucoup de liquide entre les bulles et les contours sont plus arrondis. Au niveau du bain de liquide, les bulles sont sphériques et ne sont pas forcément en contact, il ne s'agit plus d'une mousse mais d'un milieu est bulleux.

En effet, pour pouvoir parler de mousse, il faut que le volume de gaz dispersé soit suffisamment grand devant le volume de liquide pour que toutes les bulles soient en contact. On note  $\phi_l^*$  la fraction liquide limite en dessous de laquelle les bulles sont en contact et se déforment pour créer des films de savon entre les bulles et constituer ainsi une mousse. A  $\phi_l = \phi_l^*$ , les bulles sphériques forment un empilement compact. La valeur de  $\phi_l^*$  est géométrique, elle vaut 0.26 dans le cas de bulles monodisperses ordonnées et les simulations donnent  $\phi_l^* \simeq 0.36$  dans le cas de bulles polydisperses désordonnées (calculé pour un empilement compact aléatoire de sphères dures et dépend peu de la polydispersité [12]). Typiquement, si  $0.05 \ll \phi \leq \phi^*$  la mousse est dite humide. Pour  $\phi_l < 0.05$ , elle est dite sèche.

### 1.1.2.2 Énergie interfaciale

Chaque bulle est entourée d'une paroi liquide et possède donc une interface liquide-gaz. Les mousses liquides qui contiennent une multitude de bulles, possèdent un grand nombre d'interfaces liquide-gaz. L'obtention d'une mousse est sujette au comportement de ses très nombreuses interfaces liquide-gaz.

**Tension de surface et loi de Laplace :** Une interface est caractérisée par une tension interfaciale, ou tension de surface, notée  $\gamma$ . Celle-ci mesure le taux d'augmentation de l'énergie interfaciale lors d'une augmentation de surface :  $dE_{surf} = \gamma dS$  [23]. Elle s'exprime comme une énergie par unité de surface ( $\text{J.m}^{-2}$ ) ou une force par unité de longueur ( $\text{N.m}^{-1}$ ). Pour une interface liquide-gaz classique elle est de l'ordre de  $50\text{mN.m}^{-1}$ .

Le saut de pression en traversant une interface liquide-gaz,  $\Delta P = P_{gaz} - P_{liq}$  (avec  $P_{gaz}$  la pression dans le gaz et  $P_{liq}$  la pression dans le liquide) dépend de la courbure moyenne de l'interface. C'est la loi de Laplace [12] qui s'écrit de façon générale :

$$\Delta P = \gamma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (1.1)$$

où  $R_1$  et  $R_2$  sont les rayons de courbure principaux de l'interface. Cette loi permet de définir la surpression à l'intérieur d'une bulle. Pour une bulle sphérique de rayon  $R_1 = R_2 = 100\mu\text{m}$  et une tension de surface  $\gamma = 50 \text{ mN.m}^{-1}$ , la surpression est de  $10^{-2}\text{atm}$ .

**Énergie interfaciale et pression osmotique :** La forme sphérique des bulles minimise leur énergie de surface. Lorsque,  $\phi_l < \phi_l^*$ , plusieurs bulles sont en contact, leur forme change et leur surface augmente. A cette augmentation de surface est associé un coût en énergie interfaciale. Plus la fraction liquide est faible et plus les interfaces sont grandes et donc plus l'énergie interfaciale est importante. Sous l'effet de la minimisation de surface, on peut s'attendre à ce que les bulles d'une mousse au contact d'un bain de liquide redeviennent sphérique. Ce n'est pas le cas car les mousses sont contraintes [12], par exemple sous l'effet de la gravité.

La quantification du coût énergétique pour former une mousse se fait en mesurant la pression osmotique. La figure 1.3a est un schéma de l'expérience. Un empilement de bulles est contenu par une membrane semi-perméable ne laissant passer que le liquide. La pression osmotique,  $\Pi_0$ , est la pression qu'il faut exercer sur la membrane pour extraire le liquide de la mousse et donc d'augmenter l'énergie de surface en diminuant  $\phi_l$ . Cette expérience permet de mesurer la pression osmotique en fonction de la fraction liquide de la mousse,  $\phi_l$ .

D'un point de vue théorique, la variation négative  $d\vartheta$  d'un volume  $\vartheta$  d'une mousse à volume de gaz constant s'effectue par un apport d'énergie sous forme de travail mécanique, cette énergie est reliée à l'augmentation de l'énergie interfaciale. En négligeant la compressibilité du gaz, la pression osmotique s'exprime :

$$-\Pi_0 d\vartheta = \gamma dS$$

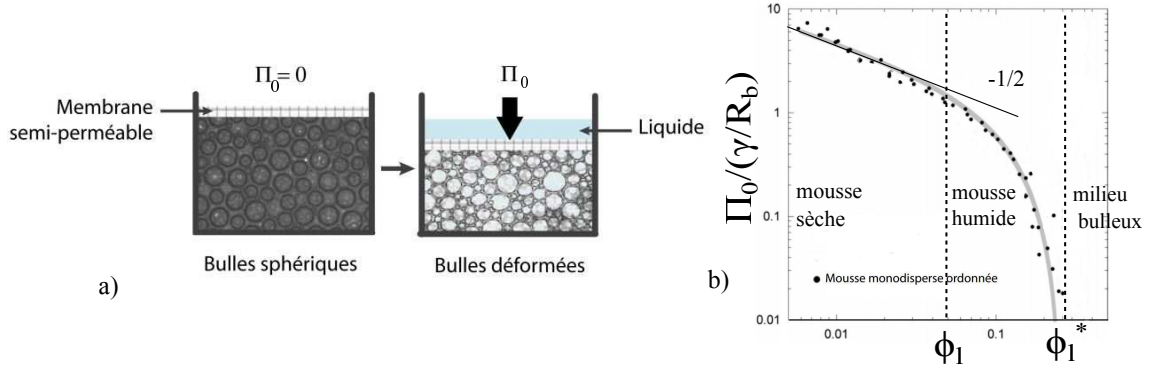
où  $dS$  est une variation d'aire totale  $S$  des interfaces. La variation de volume de la mousse ne prend en compte que la variation de volume de liquide,

$$d\vartheta = d\vartheta_l$$

. De plus, on peut écrire la variation de fraction liquide comme suit :  $d\phi_l = d\left(\frac{\vartheta_l}{\vartheta_l + \vartheta_g}\right) = \frac{(1-\phi_l)^2}{\vartheta_g} d\vartheta_l$ . Il vient alors l'expression de la pression osmotique :

$$\Pi_0 = -\gamma(1 - \phi_l)^2 \frac{d}{d\phi_l} \frac{S}{\vartheta_g}. \quad (1.2)$$

L'équation (1.2) relie la pression osmotique,  $\Pi_0$ , à la variation d'énergie de surface,  $\gamma dS$ , en fonction de la fraction liquide,  $\phi_l$ . La mesure de  $\Pi_0$  et de  $\phi_l$  permet donc de remonter à l'énergie interfaciale ou à la quantité totale d'interfaces liquide-gaz.



**Figure 1.3** – a) Schéma de l'expérience de mesure de la pression osmotique d'une mousse. Un empilement de bulles sphériques est contenu par une membrane semi-perméable. Pour extraire le liquide à volume de gaz constant et ainsi déformer les bulles, il faut exercer sur la membrane une pression  $\Pi_0$  [24]. b) Graphique de la variation de la pression osmotique adimensionnée,  $\Pi_0/(\gamma/R_b)$ , en fonction de la fraction liquide,  $\phi_l$ , d'une mousse de bulles monodisperses ordonnées ( $R_b = 150\mu\text{m}$ ,  $\gamma = 37\text{mN/m}$ ,  $\phi_l^* = 0.26$  représenté par la ligne pointillée) [12]. Les points représentent les mesures expérimentales. La ligne continue représente la loi empirique (1.3) et la droite de pente  $-1/2$  indique lorsque les mesures s'éloignent du comportement d'une mousse sèche ( $\Pi_0 \propto \frac{\gamma}{R_b \phi_l^{1/2}}$ ) pour se rapprocher d'un comportement d'une mousse humide. Ici la transition se produit pour  $\phi_l \simeq 0.05$ .

La figure 1.3b représente la pression osmotique mesurée en fonction de la fraction liquide pour une mousse de bulles monodisperses ordonnées. Pour  $\phi_l > \phi_l^*$ ,  $\Pi_0 = 0$ . Pour  $\phi_l < \phi_l^*$  les mesures et les simulations numériques de la pression osmotique d'une mousse de bulles monodisperses ordonnées sont décrites par la loi empirique [25] :

$$\Pi_0 = 7.3 \frac{\gamma}{R_b} \frac{(\phi_l - \phi_l^*)^2}{\sqrt{\phi_l}}, \quad (1.3)$$

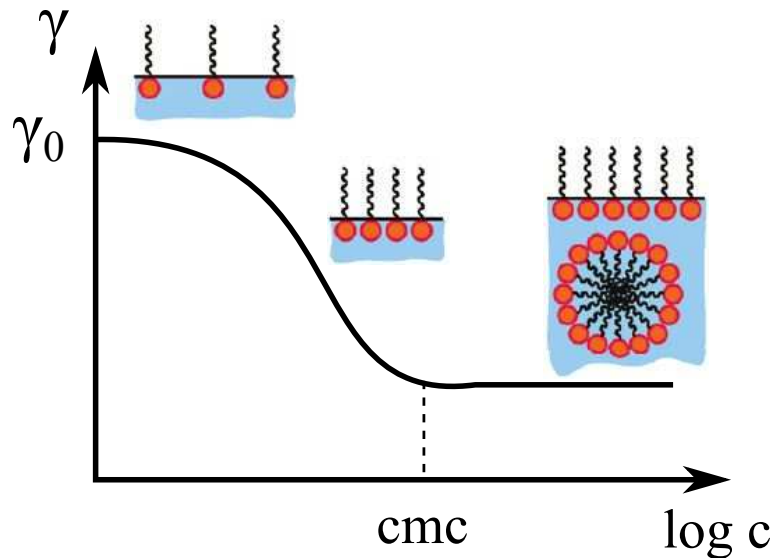
où  $R_b$  est le rayon des bulles (section 1.1.3.3). En combinant (1.2) et (1.3) on peut alors décrire la variation de la densité d'énergie interfaciale avec  $\phi_l$ . Lorsque la mousse sèche ( $\phi_l \rightarrow 0$ ), la surface des bulles augmente et la pression osmotique croît fortement. La pression osmotique varie alors comme  $\Pi_0 \propto \frac{\gamma}{R_b \sqrt{\phi_l}}$ . Pour une mousse très humide, la pression osmotique varie en  $\Pi_0 \propto \frac{\gamma(\phi_l - \phi_l^*)^2}{R_b \phi_l^{1/2}}$  et s'annule en  $\phi_l^*$ . Un exemple de mesures expérimentales de la pression osmotique en fonction de la fraction liquide est représenté sur la figure 1.3b. Pour déterminer la transition entre mousse sèche et mousse humide, une droite de pente  $-1/2$  est tracée pour passer par les premiers points de mesures de la pression osmotique en fonction de la fraction liquide. Lorsque les points de mesures s'éloignent de cette droite ils correspondent à une mousse qui devient humide. Pour la mousse de bulles monodisperses ordonnées étudiée la transition se fait pour  $\phi_l \simeq 0.05$ .

### 1.1.2.3 Tensioactifs

La mousse est un système métastable : pour assurer sa métastabilité sur des temps longs elle nécessite la présence de molécules stabilisantes aux interfaces. L'action de ces molécules dites "tensioactives" est multiple. Premièrement, elle est de diminuer la tension de surface de la solution en s'adsorbant aux interfaces. La tension de surface de l'eau pure évolue de  $72\text{mN.m}^{-1}$

à  $20\text{-}30\text{mN.m}^{-1}$  en présence de tensioactif. L'adsorption aux interfaces de ces molécules est due au fait qu'elles sont amphiphiles : leur tête hydrophile "préfère" être dans la solution tandis que leur queue hydrophobe "préfère" être dans le gaz. Les molécules tensioactives envahissent donc les interfaces d'une solution. Une fois ces interfaces saturées en molécules tensioactives, les molécules restantes dans la solution se regroupent formant des amas appelés "micelles". La concentration micellaire critique (CMC) est alors atteinte. A la CMC, la tension de surface atteint sa valeur minimale et ne sera plus modifiée par l'ajout de nouvelles molécules dans la solution (figure 1.4).

Deuxièmement, les tensioactifs jouent un rôle stabilisant dans la durée de vie des films. En cas d'élongation d'un film, une déflation locale en tensioactifs peut se créer. Localement un gradient de tension de surface apparaît et entraîne un écoulement du liquide de la zone de plus faible tension de surface vers la zone de plus forte tension de surface : c'est ce que l'on appelle l'effet Marangoni [12]. En présence de gravité, le liquide du film est entraîné vers le bas amincissant le film en amont. Les molécules de tensioactif à l'interface sont entraînées avec le liquide formant une inhomogénéité de tension de surface entre le haut et le bas du film. Sous l'effet Marangoni, les forces de tension de surface s'opposent à l'écoulement pour ralentir le drainage du film. De plus, lorsque les films s'amincissent et qu'ils atteignent des épaisseurs de l'ordre de la taille moléculaire, les molécules tensioactives de chaque interface du film en vis-à-vis se ressentent et se repoussent limitant l'épaisseur minimale du film (détails dans la section 1.1.3.3) [12]. Les films possèdent donc une épaisseur minimale grâce aux molécules tensioactives.



**Figure 1.4** – Courbe de la tension de surface,  $\gamma$ , en fonction de la concentration en molécules tensioactives,  $c$ . Un palier est atteint à la CMC, au delà l'interface est saturée en tensioactifs, les molécules de tensioactif s'organisent en micelles dans la solution et la tension de surface ne décroît plus.

Les molécules tensioactives sont de natures diverses : détergents (mousse de savon), protéines (mousse de lait) et autres polymères synthétiques ou naturels. La tête des molécules tensioactives est polaire. On parle de molécules anioniques lorsque la charge est négative, cationique lorsque la charge est positive, nonionique lorsque la charge est neutre ou amphotère lorsque la charge varie selon le pH de la solution. Les solutions de tensioactif et les interfaces recouvertes de tensioactif sont donc chargées électriquement, comme nous allons le voir dans la section 1.1.3.3, ceci influe sur la dynamique d'évolution de l'épaisseur des films de savon. Nous pouvons distinguer les molécules qui possèdent une faible masse moléculaire ( $M_w < 1000\text{g/mol}$ ) et des molécules qui possèdent une masse moléculaire importante ( $M_w > 1000\text{g/mol}$ ). Les molécules de faible masse moléculaire sont sensibles aux mouvements browniens, elles sont donc mobiles



et s'adsorbent ou se désorbent plus facilement à l'interface que les molécules plus lourdes. Les molécules lourdes sont généralement des polymères qui se déplient pour s'adsorber aux interfaces. Leur dynamique est lente et une fois à l'interface, elles s'en désorbent difficilement. Le mélange de molécules de tensioactif permet de modifier les propriétés de la solution en fonction des besoins. Ces différentes molécules peuvent s'attirer ou se repousser, interagir ou s'ignorer changeant ainsi les propriétés de l'interface, en particulier en modifiant la viscoélasticité de l'interface [12].

La viscoélasticité interfaciale prend en compte la viscosité interfaciale et l'élasticité interfaciale liées à la présence de ces molécules tensioactives.

- La viscosité d'une interface se caractérise par deux viscosités suivant la nature de l'écoulement interfacial 2D.  $\eta_s \sim 10^{-8} - 10^{-5} \text{Pa.s.m}$  prend en compte la résistance à un cisaillement pur.  $\eta_d \sim 10^{-6} - 10^{-4} \text{Pa.s.m}$  rend compte d'une dilatation/compression de l'interface. Les valeurs dépendent de la solution de tensioactifs utilisée et du taux de déformation appliqué à l'interface.
- L'élasticité d'une interface se caractérise par une tension de surface dynamique due à la variation d'aire d'une interface. Elle intervient uniquement dans le cas d'élongation/compression de l'interface. Si la quantité totale de tensioactif adsorbés n'est pas modifiée, la variation relative de concentration en tensioactifs,  $c$ , à l'interface vaut  $dc/c = -dS/S$ . L'élasticité de l'interface est appelée "élasticité de Gibbs-Marangoni" et s'exprime comme :  $E_{GM} = -\frac{d\gamma}{d\ln(c)} = \frac{d\gamma}{d\ln(S)}$ .

Ainsi, lorsque une solution contient des tensioactifs légers avec de faibles interactions entre eux, les valeurs de la viscosité et de l'élasticité de surface de la solution seront faibles et inversement.

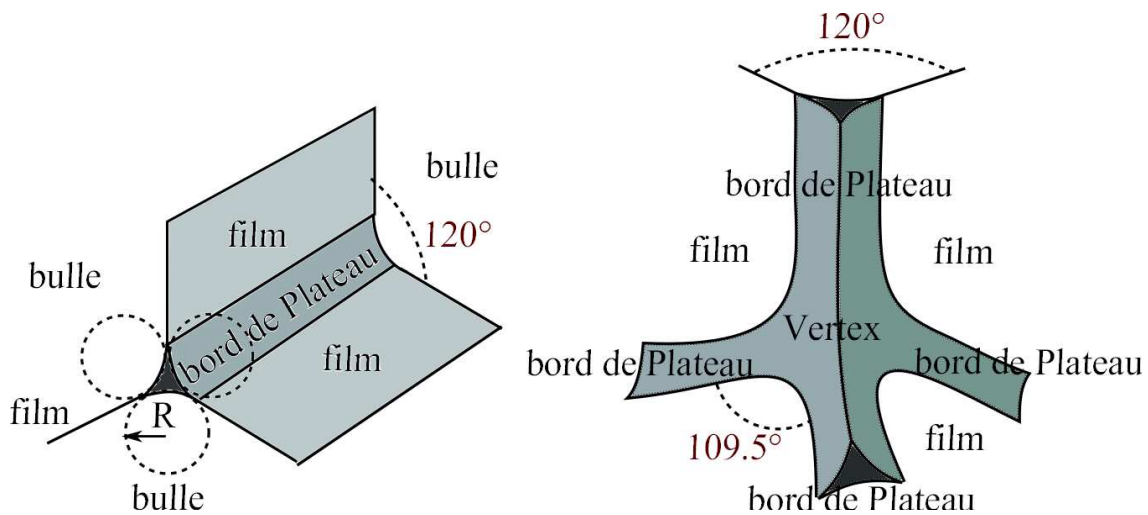
### 1.1.3 Assemblage et arrangement au sein d'une mousse

Une mousse contient un grand nombre de bulles en contact. La structure adoptée par les bulles répond à des règles de minimisation de surface.

#### 1.1.3.1 Assemblage de bulles

Au sein d'une mousse, deux bulles sont en contact via un film de savon. Le contact entre trois bulles est une ligne de liquide appelé "bord de Plateau" et le contact entre quatre bulles est un point de liquide appelée "vertex". Un bord de Plateau connecte ainsi trois films de savon et un vertex connecte quatre bords de Plateau. L'ensemble des bords de Plateau et des vertex forme un réseau interconnecté de liquide (figure 1.2). L'organisation des films de savon, bords de Plateau et vertex est régi par des lois de minimisation d'énergie de surface : les lois de Plateau [26].

#### 1.1.3.2 Arrangement des films de savons : Lois de Plateau



**Figure 1.5** – Illustration des lois de Plateau [12] : trois films reliés à un bord de Plateau (à gauche) et quatre bords de Plateau reliés à un vertex (à droite). Les films font un angle de  $120^\circ$  au niveau des bords de Plateau et les bords de Plateau font un angle de  $\sim 109.5^\circ$  au niveau des vertex.

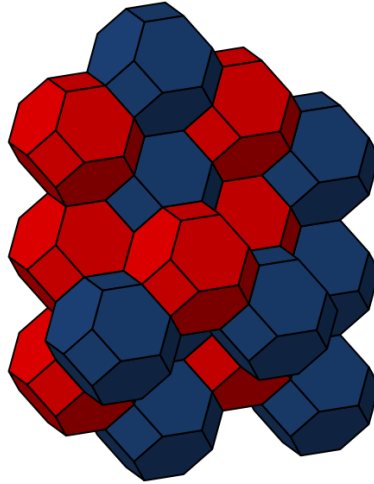
Les lois de Plateau ont été formulées par J.A.F. Plateau en 1873 [26] puis démontrées par Almgren et Taylor en 1976 [27]. Dans le cas des mousses, elles sont basées sur les hypothèses suivantes :

- ★ La mousse est à l'équilibre mécanique.
- ★ La mousse est très sèche (dans la limite  $\phi_l \rightarrow 0$ ). Les lois de Plateau restent tout de même valides avec des mousses relativement humides du moment que les bords de Plateau sont suffisamment longs pour que les vertex ne soient pas en contact.
- ★ La mousse a une énergie proportionnelle à l'aire totale des interfaces liquide-gaz. Les films de savon entre les bulles possèdent une épaisseur négligeable devant la taille caractéristique des bords de Plateau et des vertex (section 1.1.3.3) et une concentration surfacique en tensioactif homogène.

Voici l'énoncé des quatre lois de Plateau (figure 1.5) :

- Les films ont une surface lisse, sans point anguleux.
- Équilibre des films : la courbure moyenne des films de savon est constante, elle est fixée par la loi de Laplace (équation (1.1)).
- Équilibre des bords de Plateau : les films se rencontrent par trois aux bords de Plateau en formant un angle de  $120^\circ$  pour annuler la résultante des forces induites par la tension des films sur le bord de Plateau.
- Équilibre des vertex : les bords de Plateau se recoupent par quatre au niveau des vertex en formant un tétraèdre régulier, avec des angles égaux à  $\text{Arcos}(-1/3) \simeq 109.5^\circ$  entre les bords de Plateau.

**La cellule de Kelvin :** La structure de Kelvin est un modèle de mousse dans la limite sèche. Elle respecte les lois de Plateau et permet d'effectuer de nombreux calculs exactement [12]. La géométrie d'une bulle de la structure de Kelvin est composée de huit faces hexagonales, six faces carrées et de trente six arêtes de longueur  $L$ . Son volume est de  $8\sqrt{2}L^3$ . Ainsi, le rayon d'une bulle sphérique de même volume vaut :  $R_b = L(6\sqrt{2}/\pi)^{1/3}$ . Dans la structure de Kelvin, les bulles sont organisées selon un réseau de type cubique face centrée (figure 1.6).



**Figure 1.6** — Illustration de la structure compact de Kelvin [28]. Les bulles s'organisent sur un réseau de type cubique face centrée.

### 1.1.3.3 Dimension aux différentes échelles

Plusieurs échelles différentes apparaissent dans la description des mousses. A l'échelle macroscopique un échantillon de mousse peut être centimétrique, voir métrique. Cette mousse est composée de petite bulles de rayon pouvant aller de  $10^{-4}$  à  $10^{-2}$ m. Pour la suite on définit les différentes longueurs :  $R_b$  est le rayon d'une bulle sphérique de même volume que celui des bulles de la mousse,  $R$  est le rayon de courbure des bords de Plateau,  $R_v$  est le rayon de courbure des vertex et  $\epsilon$  est l'épaisseur des films. La géométrie du bord de Plateau est particulière car elle est formée par les trois ménisques des trois films en contact. La courbure de la surface libre d'un bord de Plateau est négative (figure 1.5). Le pourtour d'une section de bord de Plateau peut être dessiné par trois cercles de même rayon (noté  $R$ ) mis en contact tangentiel. Pour un bord de Plateau rectiligne, la courbure vaut  $1/R$  et la loi de Laplace s'écrit  $P_{gaz} - P_{liq} = \gamma/R$  avec  $P_{liq}$  la pression dans le liquide et  $P_{gaz}$  la pression du gaz dans la bulle. La section du bord

de Plateau s'inscrit dans un triangle équilatéral de côté  $R$ , l'aire de la section d'un bord de Plateau de rayon de courbure  $R$  vaut :  $(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2})R^2$  [29].

La géométrie du vertex est formée par quatre portions de sphère de rayon  $R_v$  en contact tangentiel. Au niveau d'un vertex la loi de Laplace s'écrit  $P_{gaz} - P_{liq} = 2\gamma/R_v$ . La pression dans le liquide étant uniforme dans un réseau de bord de Plateau et de vertex au repos, on en déduit que  $R_v = 2R$ . Le rayon de courbure des bords de Plateau et des vertex est de l'ordre de  $100\mu\text{m}$  dans une mousse typique. D'après la loi de Laplace, le liquide est en dépression dans les bords de Plateau et les vertex par rapport à la pression dans le gaz.

Dans la limite des mousses sèches, où le volume de liquide dans les vertex peut être négligé devant celui des bords de Plateau, on peut relier la taille des bulles au rayon de courbure des bords de Plateau. Le volume des bords de Plateau délimitant une bulle de rayon  $R_b$ , varie comme  $R_b R^2$ . Le volume d'une bulle étant proportionnel à  $R_b^3$  on en déduit que la fraction liquide varie comme  $\phi_l \simeq \left(\frac{R}{R_b}\right)^2$ . On en déduit la relation reliant  $R$  à  $R_b$  et  $\phi_l$  :

$$R = \delta_b R_b \sqrt{\phi_l} \quad (1.4)$$

Avec  $\delta_b$  un facteur géométrique sans dimension. Celui-ci vaut  $1/\sqrt{0.33}$  pour le modèle de mousse de bulles monodisperses ordonnées de Kelvin [12].

Les bulles en contact forment des films de savon dont l'épaisseur,  $\epsilon$ , diminue sous l'effet de la gravité et de la succion capillaire par les bords de Plateau. Ils possèdent initialement une épaisseur de quelques micromètres. La dynamique d'amincissement est liée aux interactions entre les deux interfaces en vis-à-vis du film de savon. Lorsque deux interfaces sont suffisamment proches (quelques dizaines de nanomètres) elles s'attirent ou se repoussent. Cette contrainte qui s'exerce perpendiculairement aux interfaces est appelée "pression de disjonction" [12, 30]. Le film est considéré comme deux surfaces planes chargées électriquement par une monocouche de molécules tensioactives et qui sont séparées par une solution ionique contenant les mêmes charges que celles des interfaces ainsi que des contre ions. Les deux surfaces se repoussent sous l'effet des forces électrostatiques. A cette pression électrostatique il faut ajouter l'effet attractif des forces de London-van der Waals entre les deux interfaces du film. Lorsque l'épaisseur du film atteint deux épaisseurs moléculaires, les molécules tensioactives se repoussent sans pouvoir s'interpénétrer (interaction de type stérique). L'épaisseur d'un film tend vers un équilibre lorsque les forces électrostatiques et les forces dipolaires se compensent (formant ainsi un film noir commun de quelques dizaines de nanomètres d'épaisseur). Un second état d'équilibre est possible pour des épaisseurs encore plus faible, lorsque les interactions dipolaires sont compensées par les interactions stériques (formant un film noir de Newton de quelques nanomètres d'épaisseur).

La différence entre l'épaisseur des films et le rayon de courbure des bords de Plateau et des vertex montre que la majorité du liquide contenu dans une mousse s'organise dans les bords de Plateau et les vertex. La masse n'est donc pas homogènement répartie dans la phase liquide d'une mousse mais elle est principalement répartie dans ce réseau de microcanaux interconnectés.

## 1.2 Mécanique des mousses : drainage et acoustique

Un échantillon de mousse soumis à aucune contrainte extérieure conserve sa forme. Sous l'effet de la gravité, la forme de la mousse reste inchangée mais le liquide s'écoule entre les bulles. Sous l'effet d'autres contraintes mécaniques extérieures les mousses peuvent être déformées réversiblement ou irréversiblement, elles peuvent vibrer ou encore s'écouler. L'ensemble de ces comportements font des mousses un matériau à la réponse mécanique complexe et diversifiée [12].

En appliquant une contrainte suffisante à une mousse, les bulles se réarrangent de façon irréversible. C'est le domaine de la rhéologie qui s'intéresse au comportement visco-élasto-plastique des mousses [31, 32].

Si la contrainte est insuffisante pour réorganiser les bulles, des comportements mécaniques originaux sont observés dans les mousses. Dans la suite, je m'intéresse à deux cas en particulier :

- La contrainte est suffisante pour réorganiser la phase continue, le liquide s'écoule dans la mousse : c'est le drainage.
- Les temps d'excitations sont suffisamment courts devant le temps de propagation d'une onde dans l'échantillon. Dans ce cas des effets propres à la propagation et à l'interaction d'ondes apparaissent : c'est le domaine de l'acoustique.

### 1.2.1 Drainage

Le terme "drainage" est utilisé pour décrire les écoulements au sein de la phase liquide, continue, d'une mousse. Il est l'une des sources principales de son vieillissement et a fait l'objet de nombreuses études [12, 31, 33]. Lorsque l'on sert un verre de bière, une mousse apparaît à son sommet. Après quelques minutes, cette mousse a évolué. Sous l'effet de la gravité, le liquide contenu dans la mousse s'écoule au travers des films, des bords de Plateau et des vertex. Cet écoulement entraîne l'assèchement du sommet de la mousse et l'humidification de sa base (figure 1.2). C'est le drainage gravitaire. Une fois que la fraction liquide de la mousse n'est plus homogène dans la mousse, le rayon de courbure des bords de Plateau n'est plus le même pour tous les bords de Plateau. Cela crée un phénomène de succion capillaire qui aspire le liquide des gros bords de Plateau vers les plus fins. Ceci est une conséquence directe de la loi de Laplace (équation (1.1)) appliquée au bord de Plateau. Ce drainage capillaire tend à homogénéiser la fraction liquide et s'oppose alors au drainage gravitaire. Un équilibre entre les deux effets peut être ainsi atteint et la fraction liquide de la mousse tend vers un profil d'équilibre.

La majorité du liquide contenu dans les mousses se localise dans les bords de Plateau et les vertex. La plupart des écoulements se font dans ce réseau interconnecté de microcanaux. Toutefois en s'écoulant, le liquide des bords de Plateau entraîne des molécules de tensioactif créant un gradient de tension de surface le long de la surface du bord de Plateau et en particulier, au niveau de la jonction avec les films où le cisaillement est important. Sous l'effet Marangoni un contre écoulement est créé dans les films ce qui entraîne des recirculations qui peuvent influencer légèrement sur le drainage dans les bords de Plateau et les vertex [34]. La plupart des modélisations du drainage négligent cette contribution.

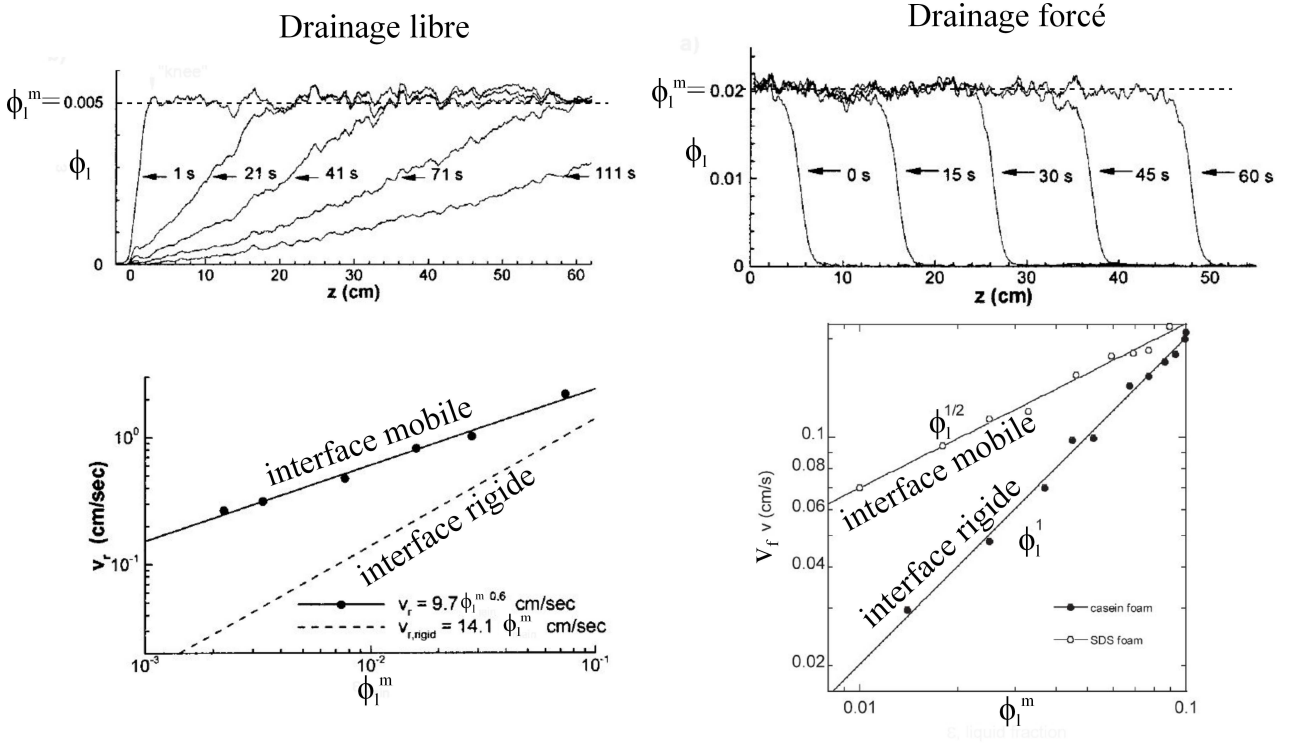
Dans la suite on reviendra sur les différentes études expérimentales et théoriques réalisées sur le drainage à l'échelle de la mousse et des microcanaux.

#### 1.2.1.1 Études à l'échelle de la mousse

Il existe trois approches dans lesquelles on peut étudier le drainage :

- Le drainage libre : le liquide s'écoule librement dans la mousse à partir d'un état initial, celui-ci étant homogène ou non en fraction liquide.
- Le drainage forcé : une mousse initialement homogène et sèche est alimentée localement à débit constant.
- Le drainage pulsé qui est un cas particulier du drainage libre. Dans ce cas, une petite quantité de liquide est injectée localement et rapidement dans la mousse.

Les expériences de drainage libre consistent à préparer une mousse dans un état initial (avec une fraction liquide maximale  $\phi_l^m$ , une taille de bulle  $R_b$  et des propriétés physico-chimiques de la solution de tensioactif fixées) et la soumettre au drainage gravitaire. La mousse est créée dans une colonne verticale. La gravité entraîne une évolution temporelle et spatiale de la fraction liquide le long de la colonne de mousse [35–37]. L'évolution de la fraction liquide est suivie dans de nombreux cas par conductimétrie électrique sur une tranche horizontale de la mousse. Cette mesure est complétée par des mesures de transmission optique. En effet, plus une mousse est humide, plus elle conduit l'électricité et moins elle transmet la lumière. La mesure obtenue est une mesure moyenne sur une tranche horizontale de la colonne de mousse (figure 1.7-drainage libre). Au cours du temps un gradient de fraction liquide apparaît dans la mousse. Dans un premier temps, ce gradient est très important au sommet de la mousse, puis il s'adoucit pour devenir étendu. Il redevient enfin très important en bas de la mousse lorsque celle-ci est sèche mais qu'elle repose sur un bain de liquide (non représenté). On peut alors définir une vitesse de front en suivant l'évolution temporelle de la position à laquelle la fraction liquide vaut  $\phi_l^m/2$ . Cette vitesse est constante dans le temps à  $\phi_l^m$  fixée et varie expérimentalement en  $(\phi_l^m)^{0.6}$  ou



**Figure 1.7** — Figure issue de [31]. Expérience de drainage libre : (haut) Fraction liquide le long de la colonne verticale de mousse (selon l'axe  $Oz$  orienté vers le bas) en différents temps [35]. Initialement la fraction liquide vaut  $\phi_l^m \simeq 0.005$ . La position du front de drainage est repérée par les flèches. (bas) Vitesse de propagation du front de drainage,  $V_f$ , en fonction de la fraction liquide moyenne initiale imposée,  $\phi_l^m$  [35]. Les points de mesure sont ajustés par la loi de puissance d'exposant 0.6 en accord avec le modèle du cas limite de dissipation dans les vertex en ligne continue (équation (1.11)). Le cas limite de dissipation dans les bords de Plateau (équation (1.9)) est représenté par une ligne en pointillée et ne s'ajuste pas avec les points expérimentaux pour cette solution mais en accord avec des solution à faible viscosité de surface (mesures pour ces solutions non représentés). Expérience de drainage forcé : (haut) Fraction liquide le long de la colonne verticale de mousse (selon l'axe  $Oz$  orienté vers le bas) en différent temps [35]. Initialement la mousse est sèche, l'injection de liquide à son sommet lui impose une fraction liquide  $\phi_l^m = 0.02$ . Un front de drainage est repéré par les flèches. Il se propage à vitesse  $V_f$  constante. (bas) Représentation de la vitesse du front de drainage,  $V_f$ , en fonction de la fraction liquide dans la zone humide,  $\phi_l^m$  à taille de bulle fixé  $R_b = 2\text{mm}$  [33]. Deux solutions de tensioactif sont étudiées, une de faible et une de forte viscosité de surface. Un accord satisfaisant est trouvé en interpolant les points respectivement par le modèle de dissipation dans les vertex et dans les bords de Plateau.

en  $\phi_l^m$  respectivement lors de l'utilisation de solutions de faible ou de forte viscosité de surface (figure 1.7-drainage libre, expérience réalisée pour une faible viscosité de surface).

Le drainage forcé consiste à alimenter en solution de tensioactif, à débit  $Q$  constant, une mousse qui a préalablement drainée librement et dont sont contrôlées la fraction liquide initiale, en général  $\phi_l < 10^{-4}$ , la taille des bulles  $R_b$  et les propriétés physico-chimiques de la solution. L'alimentation en liquide se fait par le haut d'une colonne de mousse et impose au sommet de la mousse une fraction liquide  $\phi_l^m$  (mesurée à posteriori), en général  $\phi_l^m \simeq 10^{-1} - 10^{-2}$ . La gravité entraîne un mouvement du liquide injecté vers le bas de la mousse ce qui provoque une évolution dans l'espace et le temps de la fraction liquide [33, 35, 38, 39] (figure 1.7-drainage forcé). Un front net sépare une région de mousse uniformément sèche d'une région de mousse uniformément humide. Ce front se propage à vitesse constante  $V_f$ . Comme pour le drainage libre, les mesures de  $V_f$  s'ajustent expérimentalement par des lois en  $(\phi_l^m)^{0.5}$  ou en  $\phi_l^m$  respectivement lors de l'utilisation de solutions de faible ou de forte viscosité de surface. L'écoulement dans la zone humide, loin du front, est dans un régime permanent.

L'effet de la taille des bulles a été étudié sur la vitesse du front lors d'expériences de drainage forcé utilisant des tensioactifs mobiles [33]. Il semble que pour les plus petites bulles (rayon

inférieur à 0.3 mm) les vitesses mesurées varient en  $\phi_l^\alpha$  avec  $\alpha \sim 1$ , exposant habituellement mesuré pour des tensioactifs immobiles. Ces quelques expériences ne sont pas en accord avec les tendances précédentes. Cet effet sera tout de même compris dans la modélisation en prenant en compte la taille des bulles sur la mobilité interfaciale (section 1.2.1.2).

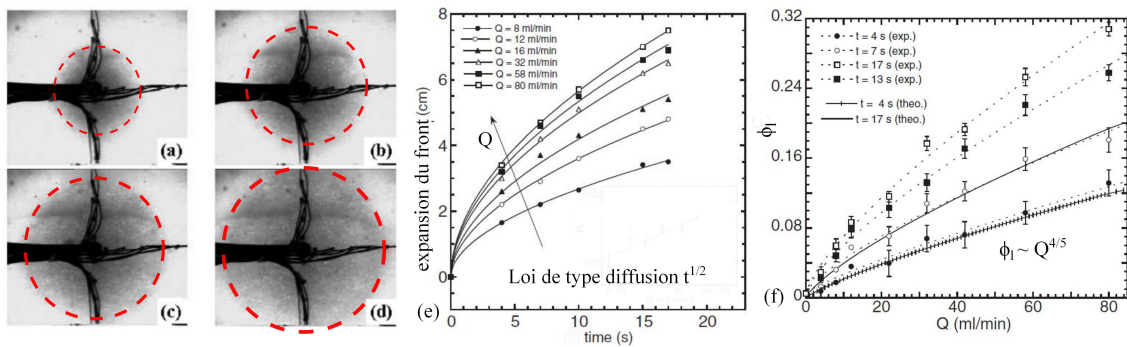
Les expériences de drainage pulsé permettent également de suivre l'évolution temporelle de la fraction liquide. Les résultats obtenus sont cohérents avec les mesures réalisées en drainage libre et en drainage forcé [33].

Durant les expériences de drainage gravitaire, les inhomogénéités de fraction liquide favorisent l'apparition de succion capillaire dans les bords de Plateau. La gravité et la capillarité interviennent donc lors de ces expériences. Pour exhiber uniquement les effets capillaires, deux expériences ont été réalisées en microgravité. Dans ces expériences une mousse est imbibée de liquide uniquement sous l'effet de la succion capillaire.

Les expériences en microgravité sont réalisées lors de vols paraboliques en avion. Initialement l'avion monte, la gravité effective est augmentée par l'accélération de l'appareil. Durant cette phase, la mousse draine fortement. Puis l'avion tombe en chute libre, la gravité effective s'annule. Les expériences en microgravité commencent sur l'échantillon de mousse asséché. Caps *et al.* [40] réalisent une expérience où une mousse 2D, confinée dans une cellule de Hele-Shaw, est en contact avec un bain de liquide formé par la mousse lors du drainage libre sous gravité. Cette mousse est réalisée avec un liquide vaisselle commercial. La taille typique des bulles formées en secouant la cellule de Hele-Shaw est de  $R_b \simeq 2.5\text{mm}$ . L'évolution temporelle de la mousse est suivie à l'aide d'une caméra. La mousse s'humidifie, un front de drainage se propage dans la mousse et sa vitesse ralentit au cours du temps. La dynamique de ce front est interprétée selon une dynamique de type diffusive dont le coefficient de diffusion est de l'ordre de  $1.2\text{cm}^2.\text{s}^{-1}$ . Dans le cas des mousses 3D, une expérience de drainage forcé est réalisée par Saint Jalmes *et al.* [33, 41]. Dans cette expérience, la mousse est formée avec une solution de grande viscosité interfaciale. Les bulles sont créées en injectant de l'air dans la solution au travers d'un matériau poreux. Ces bulles ont un rayon  $R_b = (1.6 \pm 0.3)\text{mm}$ . Une fois créée la mousse est contenue dans une cellule transparente de dimension  $30 \times 25 \times 3\text{cm}$ . Dans la phase de microgravité, elle est alimentée en continu à différents débits  $Q$  au centre de la cellule. La fraction liquide est mesurée par conductimétrie. La mousse s'humidifie, un front de drainage est observé à l'aide d'une caméra (figure 1.8a). Le front est circulaire et s'étend avec une vitesse ralentie dans le temps. La dynamique du front est interprétée selon une dynamique de type diffusive dans la mousse. Plus le débit d'injection est important et plus le coefficient de diffusion est important. Ce coefficient semble varier en  $Q^{1/6}$ . Pour un débit choisi en milieu de gamme, Saint Jalmes *et al.* mesurent un coefficient de diffusion de l'ordre de  $1.6\text{cm}^2.\text{s}^{-1}$  (figure 1.8b). Dans les deux expériences en microgravité, un front de drainage évolue dans une mousse sèche sous l'effet de la succion capillaire. La dynamique observée est de type diffusive. Les coefficients de diffusion mesurés sont cohérents entre les deux expériences.

En résumé, différentes expériences ont été réalisées sur le drainage dans les mousses. On distingue les expériences réalisées sous l'effet de la gravité des expériences réalisées en microgravité. Dans les deux cas, la mousse peut drainer librement ou être soumise à un écoulement de liquide imposé. Ces différentes sollicitations conduisent à des profils spatio-temporels de fraction liquide différents. L'ensemble des expériences montre que l'évolution de la fraction liquide dépend fortement de la viscosité de surface. Les études à l'échelle de la mousse doivent être complétées par des études à l'échelle locale pour comprendre comment le liquide s'écoule dans les bords de Plateau et les vertex sous l'effet des propriétés rhéologiques de la solution et des dimensions caractéristiques du réseau de microcanaux.

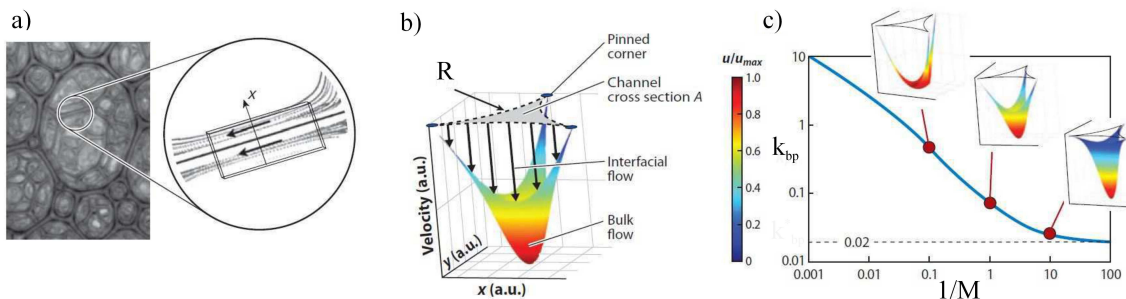




**Figure 1.8** – Expérience de drainage forcé dans une mousse en microgravité par Saint Jalmes et al. [33, 41]. a-d) Une mousse sèche est alimentée en liquide à débit constant,  $Q$ . Un front de drainage se propage circulairement autour du point d'injection. Représentation de quatre images (dimension 15cm x 12cm) à  $t = 4s, 7s, 13s$  et  $17s$  après le début de l'injection de liquide dans la mousse. Plus la mousse est humide et plus elle apparaît foncée (fraction liquide de 0.3% et 0.5% respectivement dans la zone sèche et dans la zone humide). La croix noire correspond aux électrodes utilisées pour mesurer la conductivité. e) Évolution temporelle de l'expansion du front pour différents débits allant de 8ml/min à 80ml/min. Les lignes sont des ajustements par des lois de puissance en  $t^{1/2}$ . f) Fraction liquide à 1cm du point d'injection en fonction du débit imposé à différents temps. Ajustement des données par des lois de puissance en  $Q^{4/5}$ .

### 1.2.1.2 Étude à l'échelle du bord de Plateau

Des observations expérimentales et des simulations numériques ont été réalisées à l'échelle du bord de Plateau. Elles s'intéressent en particulier au rôle de la viscosité interfaciale (section 1.1.2.3) qui définit les conditions d'écoulements aux interfaces des bords de Plateau et des vertex.



**Figure 1.9** – Figure issue de [31], écoulement dans un bord de Plateau : a) Méthode de PIV lors d'une expérience de drainage forcé. Observation avec un fort grossissement d'une section longitudinale d'un bord de Plateau dans une mousse. Plus une zone de la section observée du bord de Plateau apparaît sombre plus la vitesse d'écoulement est importante. Les flèches indiquent la direction de l'écoulement. b) Simulation du champ de vitesses de l'écoulement dans un bord de Plateau infiniment long de rayon  $R$ . La surface est entraînée avec l'écoulement dans le bord de Plateau. L'écoulement est une combinaison d'un écoulement bouchon et d'un écoulement de Poiseuille [42] pour une viscosité de surface donnée. c) Perméabilité du bord de Plateau  $k_{pb}$  (adimensionnée par la surface de la section transverse du bord de Plateau dans ces simulations) en fonction de l'inverse de la mobilité  $1/M = \frac{\eta_s}{R\eta}$ . Dans la limite des très faibles mobilités, l'interface du bord de Plateau est soumise à une condition de vitesses nulles. À l'opposé, pour les très grandes mobilités, l'écoulement est quasiment de type bouchon, la vitesse de l'écoulement à l'interface est proche de celle en volume.  $k_{pb}$  augmente avec la mobilité. Cette évolution est illustrée par trois profils du champ de vitesses à  $1/M = 10, 1$  et  $0.1$  [42].

Koehler et al. [43, 44] réalisent des observations de la section longitudinale d'un bord de Plateau au sein d'une mousse à l'aide d'un microscope confocal à fort grossissement. Des traceurs sont ajoutés à la solution de tensioactif formant la phase liquide de la mousse. Cette méthode permet de tracer le champ de vitesses des écoulements dans un bord de Plateau par

PIV (figure 1.9 a). La viscosité de surface de cisaillement,  $\eta_s$ , varie sur cinq ordres de grandeur. Le profil du champ de vitesses est imagé dans les bords de Plateau et les vertex. Le rayon de courbure des bords de Plateau est de l'ordre de  $100\mu\text{m}$ . Le résultat important est que le champ de vitesses est de type Poiseuille, avec des vitesses moyennes de l'ordre de  $0.1\text{mm.s}^{-1}$ , pour les solutions de tensioactifs immobiles ( $\eta_s \simeq 1\text{mPa.s.m}$ ) alors qu'il est de type bouchon, avec des vitesses de l'ordre de  $1\text{mm.s}^{-1}$ , pour les solutions de tensioactifs mobiles ( $\eta_s \simeq 10^{-5}\text{mPa.s.m}$ ). Le nombre de Reynolds,  $Re = \frac{\rho UR}{\eta}$ , est défini à partir de la vitesse moyenne des écoulements  $U$  dans un bord de Plateau de taille caractéristique donnée par son rayon de courbure,  $R$ . Les écoulements se font donc à de très faibles nombres de Reynolds pour toutes les viscosités interfaciales ( $Re \sim 10^{-9} - 10^{-10}$ ) et sont donc dominés par la dissipation visqueuse dans cette expérience.

D'autres expériences ont été réalisées sur des bords de Plateau uniques [45,46]. Dans toutes ces expériences, les écoulements sont permanents. Pitois *et al.* [46] réalisent une expérience sur un bord de Plateau unique, de longueur millimétrique, vertical et alimenté en liquide à débit constant. Le bord de Plateau n'est alors plus connecté à une mousse mais répond de manière identique à celui observé par Koehler *et al.* [43,44]. En particulier, la viscosité de cisaillement de surface ressort pour être le paramètre le plus influent sur le profil du champ de vitesses qui révèle des écoulements à bas nombres de Reynolds [46]

Ces expériences sont complétées par des simulations numériques du champ de vitesses d'un écoulement dans un bord de Plateau (figure 1.9 b et c) avec pour hypothèse une vitesse nulle à la jonction avec les films. La mobilité des molécules de tensioactif à l'interface définit les conditions aux limites des écoulements à l'interface liquide-gaz et permet de déterminer le profil du champ de vitesses dans le bord de Plateau (figure 1.9c). La "mobilité interfaciale" est définie, pour un bord de Plateau de rayon de courbure  $R$ , par le nombre adimensionné  $M = \frac{R\eta}{\eta_s}$ . Ce nombre est l'inverse du nombre de Boussinesq et fait intervenir  $\eta_s$  la viscosité de cisaillement de surface et  $\eta$  la viscosité en volume. Ce paramètre caractérise la manière dont l'écoulement en volume se couple à la résistance au cisaillement à l'interface. La mobilité  $M$  constitue le paramètre de contrôle des simulations. Le profil du champ de vitesses ainsi étudié permet de déterminer la perméabilité du bord de Plateau,  $k_{bp}$ , c'est à dire son aptitude à se laisser traverser par le liquide (s'exprime en  $\text{m}^2$ ). La perméabilité permet de décrire l'importance des dissipations dans le bord de Plateau. Lorsque  $M \gg 1$  l'interface est libre de toute contrainte tangentielle, l'écoulement se caractérise par un déplacement du liquide à l'interface, l'écoulement est de type bouchon dans le bord de Plateau. La perméabilité du bord de Plateau,  $k_{bp}$ , est grande et le liquide s'écoule donc avec une faible dissipation dans le bord de Plateau (figure 1.9c). Lorsque  $M \ll 1$  l'interface est soumise à de fortes contraintes tangentielles, l'écoulement est de type Poiseuille avec une condition de vitesse nulle à l'interface. La perméabilité atteint alors une valeur minimale qui dépend de la géométrie du bord de Plateau (figure 1.9c). Le liquide s'écoule avec une forte dissipation dans le bord de Plateau. Dans les cas intermédiaires, l'écoulement est de type Poiseuille avec une vitesse non nulle à l'interface qui dépend de la mobilité interfaciale (figure 1.9c).

### 1.2.1.3 Modélisation du drainage

L'approche classique pour modéliser les écoulements de drainage dans les mousses est de considérer la mousse comme un milieu poreux dans lequel le liquide s'écoule suivant les bords de Plateau et les vertex sous l'effet de la pression hydrostatique et de la pression capillaire. Néanmoins trois différences majeures existent avec les matériaux poreux habituels comme les roches [12] :

- La géométrie du réseau de bords de Plateau et de vertex est organisée en suivant des règles strictes de minimisation d'énergie décrites par les lois de Plateau (section 1.1.3.3).
- Les bords de Plateau et les vertex se dilatent sous l'effet de la variation de pression du liquide. C'est une conséquence de la loi de Laplace (équation (1.1)) qui relie la pression dans le fluide et le rayon de courbure des bords de Plateau et des vertex.
- Les interfaces sont recouvertes de molécules tensioactives qui sont plus ou moins mobiles et qui influent sur la mobilité des interfaces,  $M$ .

Lorsqu'un liquide s'écoule à débit constant  $Q$  dans un matériau poreux, cet écoulement prend en compte les hypothèses suivantes :

- la taille caractéristique des canaux,  $R$ , est micrométrique.
- l'écoulement est visqueux et se fait à bas nombre de Reynolds ( $Re \ll 1$ ).
- le fluide est incompressible.
- l'écoulement est en régime stationnaire.

L'écoulement du liquide dans le matériau est caractérisé par une vitesse au travers d'une section de surface  $S$  (en  $m^2$ ) du matériau prise perpendiculaire au gradient de pression. Dans le cas classique, l'écoulement est induit par un gradient de pression lié à la gravité et à la capillarité selon l'axe vertical  $Oz$  orienté vers le bas ( $\rho g + \frac{\partial(\gamma/R)}{\partial z}$ ). On peut alors exprimer la vitesse "débitante", notée  $V_d$  à l'aide de la loi de Darcy :

$$V_d = \frac{Q}{S} = \frac{K}{\eta} \left( \rho g + \frac{\partial(\gamma/R)}{\partial z} \right) \quad (1.5)$$

Avec  $K$  (en  $m^2$ ) la perméabilité du milieu. Dans le cas des mousses cette perméabilité est une fonction de la fraction liquide, de la mobilité interfaciale et du rayon des bulles :  $K(\phi_l, M, R_b)$ .

Le liquide étant incompressible, la relation de conservation de la masse s'écrit :

$$\frac{\partial \phi_l}{\partial t} + \frac{\partial V_d}{\partial z} = 0. \quad (1.6)$$

Ainsi en remplaçant la vitesse débitante dans la relation de conservation de la masse (1.6) on obtient l'équation décrivant l'évolution dans l'espace et le temps de la fraction de liquide :

$$\frac{\partial \phi_l}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left( K(\phi_l, M, R_b) \frac{\rho g}{\eta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{K(\phi_l, M, R_b)}{\eta} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\gamma}{R} \right) \right) = 0 \quad (1.7)$$

Le premier terme de cette équation décrit la variation temporelle de la fraction liquide. Le second et le troisième terme correspondent aux variations spatiales des forces induites par le gradient de pression. L'équation (1.7) est une équation à deux inconnues : la fraction liquide,  $\phi_l$  et le rayon de courbure des bords de Plateau,  $R$ .

Dans la limite des mousses sèches, la courbure des canaux,  $R$ , est reliée à la taille des bulles,  $R_b$  par la relation :  $R = \delta_b R_b \sqrt{\phi_l}$  (équation (1.4)). L'équation (1.7) se ramène donc à une équation à une inconnue,  $\phi_l(z, t)$ . Cette équation de drainage s'écrit [12] :

$$\frac{\partial \phi_l}{\partial t} + \frac{\rho g}{\eta} \frac{\partial}{\partial z} (K(\phi_l, M, R_b)) - \frac{\delta_b \gamma}{2 R_b \eta} \frac{\partial}{\partial z} \left( K(\phi_l, M, R_b) \phi_l^{-3/2} \frac{\partial \phi_l}{\partial z} \right) = 0 \quad (1.8)$$

Il reste alors à déterminer comment varie la perméabilité  $K(\phi_l, M, R_b)$  en fonction de la fraction liquide. La perméabilité  $K$  et la vitesse  $V_d$  sont des grandeurs moyennes sur une tranche du matériau. Pour les expliciter, on se place à l'échelle du réseau des bords de Plateau et des vertex. On définit la vitesse  $v$  des écoulements dans le réseau de microcanaux et  $k$  la perméabilité du réseau de microcanaux :

$$V_d = v\phi_l$$

et

$$K(M, \phi_l, R_b) = k(\phi_l, M, R_b)\phi_l.$$

Pour déterminer  $k$ , le réseau de bords de Plateau et de vertex est considéré comme un réseau de résistances hydrodynamiques en série (la résistance d'un canal est proportionnelle à l'inverse de la perméabilité de ce canal). La perméabilité  $k$  est donc une fonction de la perméabilité des bords de Plateau et de la perméabilité des vertex [34, 35, 47–49]. La perméabilité du réseau dépend des conditions d'écoulement aux interfaces et donc de la mobilité de l'interface. On peut alors définir deux cas limites :

- Si  $M \ll 1$ , cas des faibles mobilités interfaciales, l'écoulement est de type Poiseuille (profil de vitesses parabolique) avec une condition de vitesse nulle à l'interface. L'écoulement est dominé par la dissipation dans les bords de Plateau. La perméabilité du réseau est égale à la perméabilité des bords de Plateau [35, 48, 50, 50, 51] :  $k = k_{bp} \propto R^2$ . D'après la relation (1.4), dans la limite des mousses sèches, on en déduit que la perméabilité du réseau varie comme :

$$k \propto R_b^2 \phi_l \quad (1.9)$$

et la perméabilité de la mousse s'exprime comme :

$$K \propto R_b^2 \phi_l^2 \quad (1.10)$$

- Si  $M \gg 1$ , cas des grandes mobilités interfaciales, l'interface est advectée par les écoulements dans les bords de Plateau, ces écoulements sont de type bouchon. La dissipation visqueuse intervient principalement dans les vertex lors du mélange des lignes de courant pour se répartir dans les différents bords de Plateau. Les écoulements dans les vertex sont plus complexes que les écoulements dans le bord de Plateau et très peu d'études s'y consacrent [44, 52]. Quoi qu'il en soit, on peut définir la perméabilité du réseau comme étant égale à la perméabilité des vertex dans le réseau [35, 53] :  $k = k_v \propto R_v^2 \frac{R_b}{R_v}$  [35] avec  $R_v$  le rayon de courbure du vertex et où le rapport  $\frac{R_b}{R_v}$  permet de prendre en compte la fraction de liquide du réseau de microcanaux contenu dans les vertex.  $R_v \propto R$ , on en déduit alors que  $k_v \propto RR_b$ . Dans la limite des mousses sèches (relation (1.4)) la perméabilité du réseau varie comme :

$$k \propto R_b^2 \sqrt{\phi_l} \quad (1.11)$$

La perméabilité de la mousse s'exprime comme :

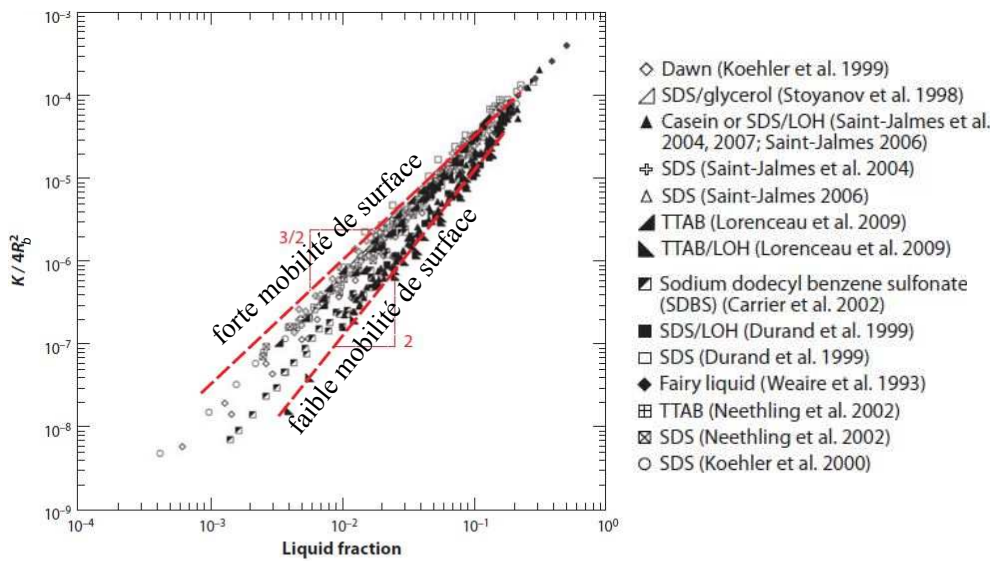
$$K \propto R_b^2 \phi_l^{3/2} \quad (1.12)$$

- Pour les mobilités interfaciales intermédiaires, l'écoulement est de type Poiseuille avec une condition de vitesse non nulle à l'interface. Dans ce cas, la perméabilité du réseau est une fonction des perméabilités définies dans les deux cas limites précédents.

L'équation de drainage permet de prédire l'évolution temporelle de la fraction liquide dans une mousse en fonction de la taille des bulles et des propriétés physico-chimiques de la phase liquide lorsque cette mousse est soumise à un gradient de pression induit par les forces gravitaires et capillaires. Cette équation fait intervenir la perméabilité du matériau,  $K(\phi_l, M, R_b)$  avec

deux cas limites : le cas où l'interface est soumise à de fortes contraintes tangentielles, alors la perméabilité est dominée par la perméabilité des bords de Plateau et le cas où l'interface est libre de toutes contraintes tangentielles, alors la perméabilité est dominée par la perméabilité des vertex.

L'équation de drainage permet de retrouver la plupart des résultats expérimentaux. Par exemple, dans les expériences de drainage forcé sous gravité, un front de drainage est observé et se propage à vitesse constante. On cherche une solution de la forme  $\phi_l(s) = \phi_l(z - vt)$  dans l'équation de drainage. Il sort  $v \propto \phi_l$  dans le cas limite de forte dissipation dans les bords de Plateau et  $v \propto \sqrt{\phi_l}$  dans le cas limite de forte dissipation dans les vertex, en accord avec les résultats expérimentaux sur la vitesse du front de drainage,  $V_f$  (section 1.2.1.1). De nombreuses expériences mesurent la perméabilité  $K$  des mousses en fonction de la mobilité des interfaces et de la fraction liquide. La figure 1.10 représente différentes mesures issues de la littérature [31]. De façon satisfaisante, tous les points expérimentaux sont compris entre les deux cas limites.



**Figure 1.10** — Figure extraite de [31]. Perméabilité de la mousse  $K$  adimensionnée par le diamètre des bulles au carré en fonction de la fraction volumique de liquide en échelle logarithmique. Les différents symboles représentent les différentes expériences issues de la littérature. Les deux lignes en pointillés rouges exhibent le comportement attendu dans le cas limite d'une dissipation dans les bords de Plateau (exposant 2 d'après l'équation (1.10)) et d'une dissipation dans les vertex (exposant  $3/2$  d'après l'équation (1.12)).

Sous l'effet d'un gradient de pression induit par les forces gravitaires et/ou capillaires, l'évolution spatio-temporelle de la fraction liquide dans une mousse est décrite par l'équation de drainage sous les hypothèses d'écoulement à faible nombre de Reynolds et en considérant une mousse sèche dont la taille des bulles est fixe. Cette équation fait intervenir la perméabilité de la mousse,  $K$  qui est décrite à l'aide de paramètres issus de l'échelle du réseau de bords de Plateau et de vertex et peut être explicitée dans les deux cas limites de très fortes ou très faibles mobilités de surface. Cette modélisation soulève quelques remarques : la plupart des expériences de drainages se font à des mobilités intermédiaires qui ne sont pas encore précisément décrites. Les mousses humides ne sont pas prises en compte bien qu'elles soient fortement sujettes au drainage et la taille des bulles évolue dans le temps ce qui affecte les écoulements dans la mousse. Le drainage dans les mousses est donc toujours un sujet d'étude ouvert.

## 1.2.2 Acoustique dans les mousses

Les mousses liquides possèdent un module d'élasticité de compression et un module d'élasticité de cisaillement. Elles peuvent a priori propager à la fois des ondes longitudinales et des ondes transverses. On appellera ici acoustique des mousses l'ensemble des études portant sur les ondes mécaniques. L'étude de la réponse des mousses aux ondes acoustiques est un sujet de recherche en plein essor. Comprendre les mécanismes qui rentrent en jeu dans la propagation et l'atténuation des ondes acoustiques permettrait de faire le lien entre la structure des mousses et leur comportement global et ainsi de réaliser des sondes non intrusives pour caractériser les mousses liquides.

Dans la suite, je présente les différentes études de la littérature concernant les ondes de compression et de cisaillement dans les mousses. Puis j'expliquerai l'état de l'art sur les ondes mécaniques dans un des constituants fondamentaux des mousses : les films.

### 1.2.2.1 Ondes de compression

Plusieurs expériences mettent en avant une vitesse des ondes de compression dans les mousses de l'ordre de  $50 \text{ m.s}^{-1}$  [54–56]. Ces expériences sont réalisées à l'échelle de la mousse avec des bulles de taille  $R_b$  allant de  $0.07 \text{ mm}$  à  $0.1 \text{ mm}$  et une fraction liquide  $\phi_l$  variant de  $0.05$  à  $0.1$  selon les expériences. Un grand nombre de ces expériences sont réalisées avec de la mousse à raser Gillette qui est reproductible et stable sur des temps longs. Des mesures de temps de vol et de l'atténuation de l'onde sont réalisées à des fréquences de sollicitation allant de  $1 \text{ kHz}$  à  $85 \text{ kHz}$ . Les vitesses mesurées s'étalent sur une gamme de  $40 \text{ m.s}^{-1}$  à  $100 \text{ m.s}^{-1}$ .

Il est intéressant de remarquer que la vitesse du son est de l'ordre de  $300 \text{ m.s}^{-1}$  dans l'air et de l'ordre de  $1000 \text{ m.s}^{-1}$  dans l'eau. La vitesse du son dans les mousses liquides est donc inférieure à toute moyenne pondérée de la vitesse du son dans ces constituants.

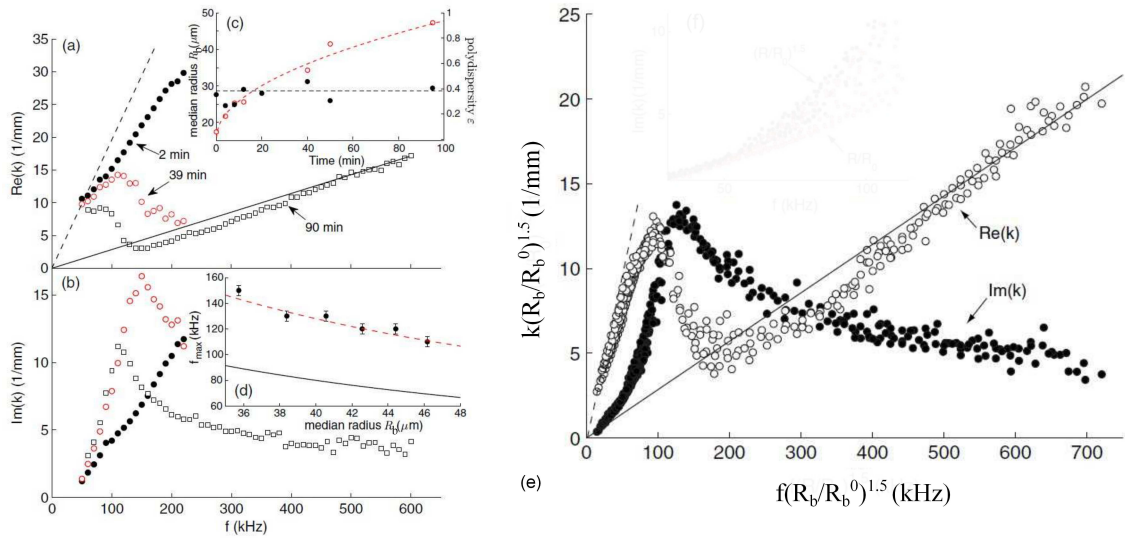
Les vitesses les plus faibles mesurées sont compatibles avec le modèle de Wood caractérisant la propagation d'ondes dans un milieu diphasique [57]. Il consiste à définir le matériau comme un milieu effectif. La masse volumique et la compressibilité du milieu s'écrivent :  $\rho_{eff} = \phi_l \rho_l + (1 - \phi_l) \rho_g \simeq \phi_l \rho_l$  et  $\chi_{eff} = \phi_l \chi_l + (1 - \phi_l) \chi_g \simeq (1 - \phi_l) \chi_g$ . On note ici  $\rho_g \sim 1 \text{ kg.m}^{-3}$  et  $\rho_l \sim 1000 \text{ kg.m}^{-3}$  la masse volumique du gaz et du liquide,  $\chi_g \sim 10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$  et  $\chi_l \sim 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$  la compressibilité dans le gaz et dans le liquide. Pour une mousse de fraction liquide standard, la modélisation se simplifie en considérant que la mousse est un milieu effectif. Dans ce cas, la vitesse de propagation d'une onde de compression s'écrit comme

$$c_{eff}^2 = \frac{1}{\rho_{eff} \chi_{eff}} = \frac{1}{\rho_l \chi_g (1 - \phi_l) \phi_l}. \quad (1.13)$$

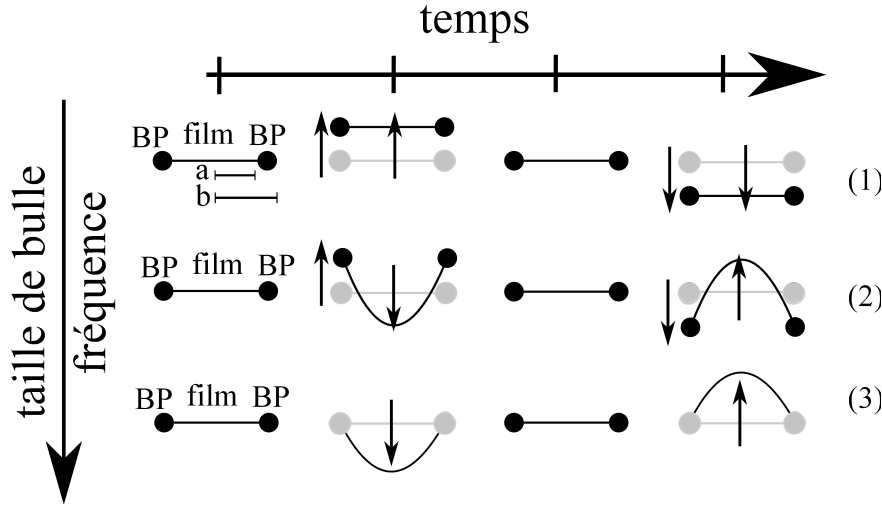
Dans cette approche, la compressibilité du gaz et l'inertie du liquide sont les paramètres pertinents. On en déduit une vitesse de l'ordre de  $40 \text{ m.s}^{-1}$  cohérente avec les résultats expérimentaux.

Néanmoins des valeurs bien plus importantes de la vitesse (de l'ordre de  $200 \text{ m.s}^{-1}$ ) ont aussi été mesurées [58]. Ces résultats sont issus de mesures de temps de vol d'un pulse sinusoïdal à une fréquence de  $5 \text{ kHz}$  dans une mousse dont les bulles sont millimétriques et la fraction liquide  $\phi_l \sim 0.06$ . En contradiction avec le modèle précédent, un modèle dédié a été proposé par Kann *et al.* [59]. Dans ce modèle l'onde se propage dans le gaz mis en vibration par les films. La contribution des bords de Plateau est négligée, seule l'inertie des films est prise en compte :  $c \simeq \frac{c_g}{1 + \rho_l \epsilon / \rho_g R_b}$  avec  $c_g$  la vitesse du son dans l'air et une correction liée à la présence des films d'épaisseur  $\epsilon$ .

Une expérience et un modèle unificateur sont proposés par Pierre *et al.* [55]. Dans l'expérience, les mesures de temps de vol et d'atténuation sont réalisées de  $60 \text{ kHz}$  à  $600 \text{ kHz}$  sur des



**Figure 1.11** — Figures issues de Pierre et al. [55]. Une mousse de fraction liquide contrôlée est soumise à des ondes acoustiques sur une plage de 60kHz à 600kHz. Le rayon des bulles évolue lentement dans le temps. On note  $R_b^0 = 40 \mu\text{m}$  le rayon initial moyen. a) Partie réelle du nombre d'onde en fonction de la fréquence, mesurée à trois temps différents (2min, 39min et 90min) sur une mousse de fraction liquide  $\phi_l = 11\%$ . Les lignes représentent des vitesses de l'onde constante de  $32 \text{ m.s}^{-1}$  (en pointillés) et  $220 \text{ m.s}^{-1}$  (continue). La vitesse de l'onde mesurée transite de  $30 \text{ m.s}^{-1}$  vers  $220 \text{ m.s}^{-1}$  lorsque la fréquence augmente et/ou lorsque la taille des bulles augmente. b) Partie imaginaire du nombre d'onde en fonction de la fréquence. Des pics de résonance apparaissent à différentes fréquences en fonction du temps. c) Courbe de variation de la taille moyenne des bulles  $R_b$  en fonction du temps (symboles ouverts) ainsi que la polydispersité en fonction du temps (symboles fermés). d) Fréquences de résonance en fonction de la taille moyenne des bulles. Ligne continue : modèle de résonance d'une bulle isolée dans un bain de liquide (fréquence de Minnaert ( $\propto 1/R_b$ ) [60]), ligne en pointillée 1.6 fois la fréquence de Minnaert. e) Renormalisation de la relation de dispersion avec le facteur  $\left(\frac{R_b}{R_b^0}\right)^{1.5}$ . Les lignes représentent des vitesses constantes de  $32 \text{ m.s}^{-1}$  (en pointillés) et  $220 \text{ m.s}^{-1}$  (continue).



**Figure 1.12** — Schémas résumant le modèle de Pierre et al. [55]. Le temps est représenté sur l'axe horizontal, la fréquence et la taille des bulles sur l'axe vertical. Les points représentent le bord de Plateau qui entoure le film symbolisé par une ligne. La position initiale du film et du BP est représentée en gris. (1) Basses fréquences et/ou petites bulles : le bord de Plateau et le film oscillent en phase à la même amplitude. (2) Fréquences et/ou taille de bulles intermédiaires : le bord de Plateau et le film oscillent avec un déphasage. (3) Hautes fréquences et/ou grandes bulles : le bord de Plateau est fixe et seul le film oscille.

mousses de bulles de  $15 \mu\text{m}$  à  $50 \mu\text{m}$  et de fractions liquide comprises entre 3% et 22%. Ces mesures donnent des vitesses allant de  $30 \text{ m.s}^{-1}$  à  $220 \text{ m.s}^{-1}$ . Les deux cas précédents sont retrouvés



au sein du même dispositif (figure 1.11a).

La mousse est modélisée comme une série de films en parallèles. Chaque film est léger et circulaire de rayon  $a$  et est raccordé à un bord de Plateau annulaire, massif et rigide, de plus petit rayon  $\frac{b-a}{2}$ . L'ensemble des films et des bords de Plateau forme un réseau de résonateurs couplés. On pose  $\delta = a^2/b^2$  la fraction de surface couverte par le film dans cette vision locale (figure 1.12).

Chaque film est mis en vibration par un gradient de pression dans le gaz. Du fait de la tension de surface, le film se comporte comme une membrane élastique oscillante. Le bord de Plateau est mis en mouvement par le gradient de pression dans le gaz mais aussi par le film qui le tracte. Réciproquement, le bord de Plateau exerce une traction sur le film. Cette traction réciproque est limitée par des forces de friction visqueuse qui retardent le couplage et qui sont prises en compte par un temps d'amortissement  $\tau$ . En se déplaçant, le film et le bord de Plateau entraînent l'air avoisinant sur une épaisseur de l'ordre de la longueur d'onde et dont le mouvement est approximé par le déplacement moyen du film et du bord de Plateau. La mousse est alors considérée comme un milieu où le comportement local reflète le comportement de la mousse entière. Ainsi, pour une mousse composée de films souples soutenus par des bords de Plateau rigides et excitée à une pulsation  $\omega$ , le nombre d'onde complexe s'exprime, d'après le modèle de Wood, comme  $k^{*2} = (k + ik'')^2 = \omega^2 \rho_{eff} \chi_{eff}$  avec une compressibilité effective  $\chi_{eff} = \phi_l \chi_l + (1 - \phi_l) \chi_g$  inchangée par rapport au modèle de Wood et une densité effective qui vaut :  $\rho_{eff} = (1 - \phi_l) \rho_{air} + \phi_l' \rho_l$ . Il apparait dans cette expression une fraction liquide effective complexe  $\phi_l'$  qui prend en compte le fait que les films et les bords de Plateau ne se réorganisent pas de la même façon lorsqu'ils sont soumis à un gradient de pression. Celle-ci s'exprime comme :

$$\phi_l' = \frac{\phi_{BP} + \phi_f(1 - i\omega\tau)\mathcal{H}(k_f a)}{1 + \left(\delta^2 \frac{\phi_{BP} + \phi_f}{\phi_f} - 2\delta\right) [1 - \mathcal{H}(k_f a)] - i\omega\tau\delta\mathcal{H}(k_f a)} \quad (1.14)$$

avec  $k_f$  le nombre d'onde caractérisant les ondes dans les films d'épaisseur  $\epsilon$ ,  $k_f = \omega \sqrt{\frac{\rho_{eff}}{2\gamma}}$  (détails dans la section 1.2.2.3), la fonction  $\mathcal{H}(k_f a) = \frac{2J_1(k_f a)}{qaJ_0(k_f a)}$  qui fait intervenir les fonctions de Bessel  $J_0$  et  $J_1$  à l'ordre 0 et à l'ordre 1 ainsi que les fractions liquides des bords de Plateau et des films,  $\phi_{BP}$  et  $\phi_f$ , telle que  $\phi_{BP} + \phi_f = \phi_l$ .

La valeur de la fraction liquide effective possède deux cas limites en fonction de la fréquence :

- A basses fréquences ( $\mathcal{H}(k_f a) \simeq 1$ ), la fraction liquide effective vaut :  $Re(\phi_l') = \phi_l$ . La densité effective du modèle de Wood est retrouvée [57]. Lorsque l'onde se propage à basses fréquences et/ou dans des mousses de petites bulles en moyenne, les films et les bords de Plateau vibrent en phase et avec la même amplitude. Toutes les bulles vibrent ensemble justifiant l'approche de champ moyen dans un milieu effectif proposée par le modèle de Wood (figure 1.12(1)).
- A hautes fréquences ( $\mathcal{H}(k_f a) \simeq 0$ ),  $Re(1/\phi_l') = \frac{(1-\delta)^2}{\phi_{BP}} + \frac{\delta^2}{\phi_f}$ . Comme la majorité du liquide se trouve dans les bords de Plateau, la fraction liquide effective est dominée par :  $Re(1/\phi_l') \simeq \frac{\delta^2}{\phi_f}$ . Une densité effective gouvernée par les films comme décrite dans le modèle de Kann est retrouvée [59]. Lorsque l'onde se propage à hautes fréquences et/ou dans une mousse possédant de grandes bulles en moyenne, l'inertie des films devient plus importante que celle des bords de Plateau, seuls les films vibrent (figure 1.11a, figure 1.12(3)).
- Aux fréquences intermédiaires et dans l'approximation que la majorité du liquide est contenu dans les bords de Plateau,  $\phi_{BP} \gg \phi_f |1 - 2\delta|$ , l'équation (1.14) devient :

$$\phi_l' = \frac{\phi_{BP}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 - i\delta\omega\tau}. \quad (1.15)$$



Cette équation fait intervenir la fréquence de résonance  $\omega_0$  et un terme d'amortissement  $\delta\omega\tau$ . En considérant  $N$  films par bulle, la fréquence de résonance s'exprime comme :

$$\omega_0^2 = \frac{12N\gamma(1 - \phi_l)}{x^2\rho_l\phi_l R_b^3}. \quad (1.16)$$

La fréquence de résonance du système (équation (1.16)) prend en compte l'inertie du liquide et varie en  $R_b^{-3/2}$ . Cette prédiction permet de replacer toutes les mesures sur une tendance unique (figure 1.11e).

Aux fréquences et tailles de bulles intermédiaires, les films, les bords de Plateau et le gaz vibrent avec un déphasage induisant une forte atténuation de l'onde (figure 1.12(2)). Des mesures d'atténuation de l'onde sont aussi réalisées et des pics d'amortissement sont observés sous l'effet de la fréquence (figure 1.11b et d). La fréquence correspondant à un maximum d'atténuation est comparée à la fréquence de Minnaert [60]. Cette dernière correspond à la fréquence de résonance d'une bulle isolée dans un volume infiniment grand de liquide. Elle prend en compte l'inertie du liquide et la pression dans le gaz lors d'une transformation adiabatique dans la bulle. Cette fréquence varie comme  $1/R_b$ . La fréquence d'atténuation mesurée en fonction du rayon de la bulle suit bien la même tendance que celle prédite par Minnaert moyennant un facteur 1.6. La différence est raisonnable ; elle peut être due au fait que dans les mousses les bulles sont en contact les unes avec les autres, elles partagent des films et sont entourées de beaucoup moins de liquide que dans le cas d'une bulle isolée.

D'autres modèles tentent d'expliquer le fort caractère d'atténuation des mousses lors de sollicitations acoustiques. Ils prennent en compte la dissipation thermique [61,62], la dissipation visqueuse [58,59] ou encore la dispersion de l'onde par les orientations multiples des films [54]. Le phénomène d'atténuation ne semble donc pas encore complètement compris dans son ensemble.

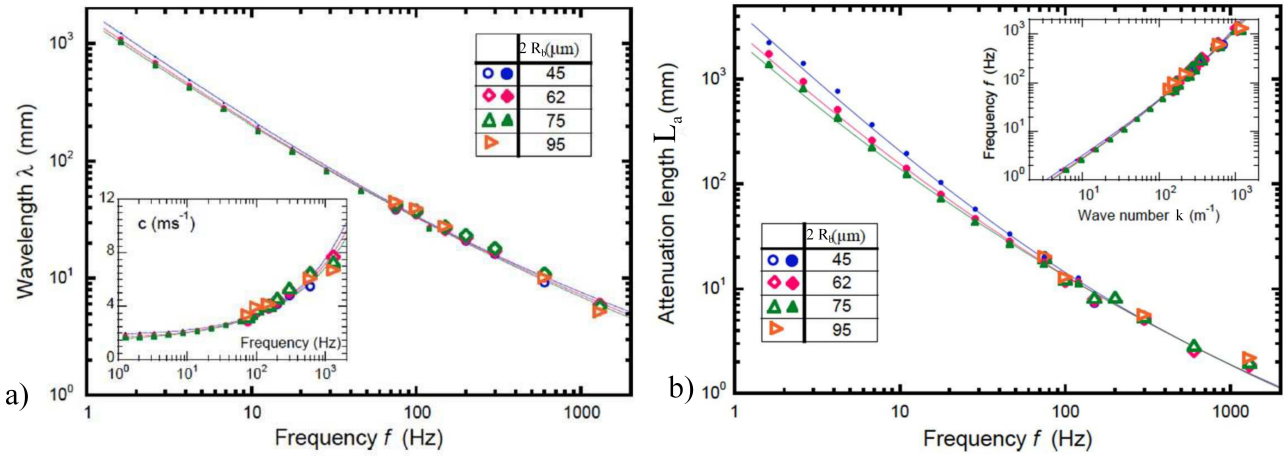
Du fait de leur fort pouvoir absorbant, les mousses liquides sont utilisées comme absorbant d'ondes de choc lors de perturbations violentes : explosions d'engins explosifs. Des études expérimentales, numériques et théoriques ont été réalisées sur l'atténuation de ces chocs par les mousses [63–69]. Des sources de dissipation supplémentaires par rapport à l'acoustique linéaire sont alors évoquées : les mousses sont des matériaux composés de beaucoup d'air, dont la conductivité thermique est faible. Les fortes températures dans le liquide entraînent son évaporation ce qui dissipe l'énergie. De plus lors du choc les films et les bords de Plateau se cassent et une partie de l'énergie injectée est donc dissipée en énergie de rupture.

En résumé, la réponse d'une mousse lors de la propagation d'ondes de compression dépend de la taille des bulles et de la fréquence d'excitation. A basses fréquences et pour les petites bulles, la mousse se comporte comme un milieu effectif, les films, les bords de Plateau et le gaz vibrent ensemble. A hautes fréquences et pour des grosses bulles, seuls les films font vibrer le gaz des bulles. Dans les cas intermédiaires, les films, les bords de Plateau et le gaz vibrent avec des déphasages induisant une forte atténuation de l'onde. Les mécanismes qui rentrent en jeu se produisent à l'échelle des films et des bords de Plateau. Cette étude nécessite donc une compréhension de la propagation des ondes acoustiques à l'échelle de la bulle.

## 1.2.2.2 Ondes de cisaillement

Contrairement aux ondes de compression, très peu d'expériences traitent des ondes de cisaillement dans les mousses.

Sun *et al.* [70] réalisent la première mesure de la vitesse de propagation d'une onde de cisaillement dans une mousse. Dans leurs expériences, un pot vibrant déplace, dans une cuve de mousse, une tige millimétrique grande devant la taille micrométrique des bulles. La tige effectue un mouvement longitudinal périodique entraînant la propagation d'une onde transverse dans la mousse. L'excitation se fait à des fréquences allant de 20Hz à 200Hz. Les auteurs mesurent une vitesse de l'ordre de  $3\text{m.s}^{-1}$ . Cette mesure donne une première estimation de la vitesse d'une onde de cisaillement bien inférieure à la vitesse d'une onde de compression ( $50\text{m.s}^{-1}$  -  $200\text{m.s}^{-1}$ ).



**Figure 1.13** — a) Longueur d'onde en fonction de la fréquence pour différentes tailles de bulles moyennes  $R_b$ . Les symboles ouverts sont les mesures directes [71], les symboles fermés correspondent au modèle basé sur la connaissance de  $G'(\omega)$  (mesuré par ailleurs) [71, 72] et les lignes sont issues du modèle de milieu continu [71] en prenant comme paramètres :  $2R_b = 45\mu\text{m}$ ,  $G_0 = 222\text{Pa}$ ,  $f_c = 26\text{Hz}$  et  $\eta_0 = 0.26\text{Pa.s}$  (en bleu)  $2R_b = 62\mu\text{m}$ ,  $G_0 = 160\text{Pa}$ ,  $f_c = 12\text{Hz}$  et  $\eta_0 = 0.21\text{Pa.s}$  (en rouge)  $2R_b = 75\mu\text{m}$ ,  $G_0 = 136\text{Pa}$ ,  $f_c = 8\text{Hz}$  et  $\eta_0 = 0.18\text{Pa.s}$  (en vert). Encart : vitesse de propagation,  $c = \lambda f$ , en fonction de la fréquence. b) Atténuation en fonction de la fréquence. Encart : Relation de dispersion : fréquence en fonction du nombre d'onde. Il s'agit du même jeu de données pour tous les tracés. Toutes les échelles sont logarithmiques.

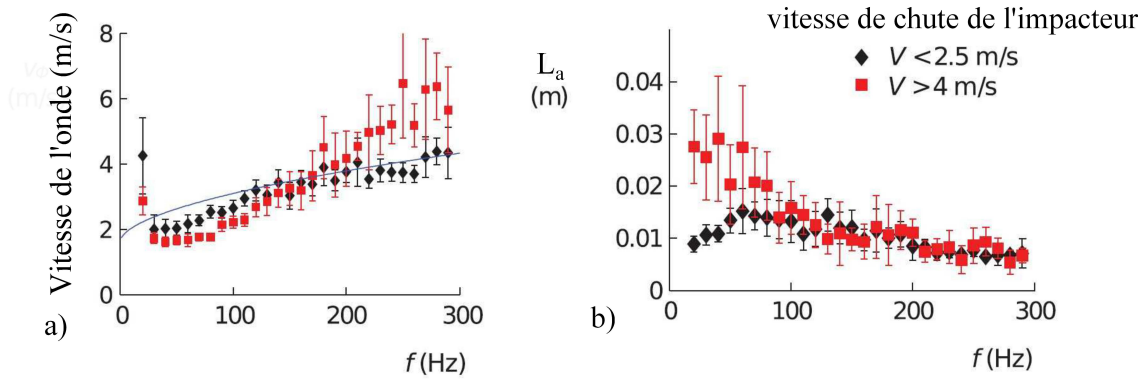
Dans leur expérience, Wintzenrieth *et al.* [71] mesurent à la fois la vitesse de propagation,  $c$  et la longueur d'atténuation,  $L_a$ . Une plaque vibrante est plongée dans une cuve de mousse Gillette dont les bulles ont des tailles allant de  $45\mu\text{m}$  à  $95\mu\text{m}$  pour des fractions liquide variant de 7% à 6%. La plaque oscille à des fréquences de 75Hz à 1300Hz et à des amplitudes de  $1\mu\text{m}$  à  $10\mu\text{m}$ . Une caméra est utilisée et diaphragmée de sorte qu'un seul pixel du capteur enregistre la variation d'intensité lumineuse d'un point de la mousse. La réponse spatio-temporelle de la mousse est obtenue par une méthode "Laser speckle visibility acoustic spectroscopy" (LSVAS). Cette méthode consiste à éclairer la mousse par une lumière monochromatique et à résoudre spatialement les figures de speckle en regardant en chaque point les corrélations temporelles du signal de speckle. La mesure de l'amplitude et de la phase du signal en fonction de la position permet d'en déduire la longueur d'onde (ou la vitesse de l'onde) et la longueur d'atténuation en fonction de la fréquence pour différentes tailles de bulle (voir figure 1.13a). Les deux longueurs décroissent en fonction de la fréquence sans un effet significatif de la taille des bulles. La longueur d'atténuation décroît de 1m à 1mm avec l'augmentation de la fréquence. La mesure de la longueur d'onde en fonction de la fréquence permet d'en déduire la valeur de la vitesse, la vitesse croît de  $3\text{m.s}^{-1}$  à  $8\text{m.s}^{-1}$  dans la gamme de fréquences étudiées et aucune influence significative de la taille des bulles n'est mise en avant malgré une variation d'un facteur 2 de ce

paramètre. Il est difficile de conclure sur les effets de la fraction liquide, ce paramètre nécessite d'être plus amplement exploré.

Dans leur modèle Wintzenrieth *et al.* [71], considèrent la mousse comme un milieu continu linéaire. La vitesse et l'atténuation des ondes de cisaillement dépendent des propriétés viscoélastiques de la mousse. Celles-ci sont décrites par le module de cisaillement complexe :  $G^*(\omega) = G'(\omega) + iG''(\omega)$  avec  $G'$  et  $G''$  respectivement les modules de conservation et de perte. Le module  $G^*$  a été étudié [72–74] pour des fréquences de 0.1mHz à 100Hz et est relativement bien décrit par  $G^*(f) = G_0(1 + \sqrt{if/f_c}) + 2\pi i\eta_0 f$ , avec  $G_0 \sim 150\text{-}200\text{Pa}$  le module de cisaillement statique,  $f_c \sim 10\text{-}30\text{Hz}$  la fréquence de relaxation caractéristique et  $\eta_0 \sim 0.2\text{Pa.s}$  la viscosité de la mousse. Dans l'approximation linéaire,  $\frac{G^*}{\rho} = (\frac{\omega}{k^*})^2$ , avec  $\rho$  la densité de la mousse et  $k^*$  le vecteur d'onde complexe. On en déduit la relation de dispersion complexe de la mousse :

$$k^* = k - \frac{i}{L_a} = \omega \sqrt{\frac{\phi_l \rho_l}{G_0(1 + \sqrt{i\omega/(2\pi f_c)}) + i\eta_0 \omega}} \quad (1.17)$$

où  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  est le nombre d'onde réel et  $L_a$  la longueur d'atténuation. Les longueurs d'ondes,  $\lambda(\omega)$  et d'atténuation,  $L_a(\omega)$ , théoriques sont représentées sur la figure 1.13. Un bon accord est obtenu entre les modèles et les expériences sur la gamme de fréquences explorées.



**Figure 1.14** – D’après LeGoff *et al.* [75]. Réponse impulsionnelle d’une mousse suite à l’impact à vitesse  $V$  d’une bille à la surface d’une mousse. Carrés rouges :  $V > 4\text{m.s}^{-1}$ , losanges noirs :  $V < 2.5\text{m.s}^{-1}$ . a) Vitesse de propagation de l’onde de surface en fonction de la fréquence. La vitesse est comprise entre  $2\text{m.s}^{-1}$  et  $6\text{m.s}^{-1}$ . La ligne bleue correspond au modèle de milieu continu avec une rhéologie viscoélastique telle que mesurée par Krishan *et al.* [72]. b) Longueur d’atténuation  $L_a$  en fonction de la fréquence. Elle est comprise entre 1cm et 3cm. La longueur d’atténuation dépend de la vitesse d’impact et de la fréquence.

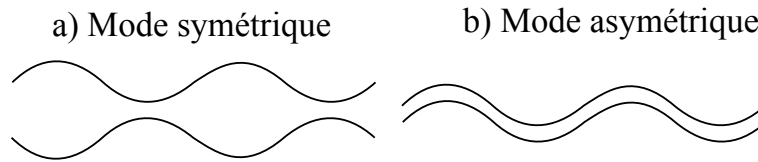
LeGoff *et al.* [75] réalisent une expérience pour mesurer la vitesse d’une onde de surface. Dans cette expérience, une bille tombe et impacte à vitesse  $V$  une mousse créant une onde de Rayleigh (onde de surface) qui se propage à la surface de la mousse. Les ondes de Rayleigh peuvent être considérées comme des ondes de cisaillement. La réponse de la mousse après l’impact est analysée par une technique de profilométrie pour déterminer le déplacement de la surface de l’échantillon de mousse. Le signal  $h(r, t)$  est converti par transformée de Fourier pour revenir à une réponse fréquentielle  $\hat{h}_f(r, f)$  sur une gamme de fréquences exploitable de 30Hz à 300Hz. Cette analyse permet une mesure de la vitesse et de l’atténuation de l’onde en fonction de la fréquence (figure 1.14a et b). Les mesures montrent que la vitesse de propagation et la longueur d’atténuation dépendent de la vitesse d’impact et de la fréquence d’oscillation. Dans le cas d’impacts lents, la longueur d’atténuation est de l’ordre du centimètre. La vitesse évolue de  $2\text{m.s}^{-1}$  à 40Hz jusqu’à  $4\text{m.s}^{-1}$  à 300Hz. Les mesures et la prédiction de la vitesse basée sur le modèle de viscoélasticité précédent [71] sont en bon accord. La gamme de vitesses induite par les ondes de Rayleigh à la surface d’une mousse est la même que celle obtenue par

des ondes de cisaillement en volume. Dans le cas d'impacts rapides, la longueur d'atténuation peut atteindre 3cm à 40Hz et la vitesse peut monter jusqu'à  $6\text{m.s}^{-1}$  à 300Hz. La vitesse est alors sous estimée par le modèle. Des ondes de Rayleigh d'un autre genre, plus rapides, sont observées (figure 1.14a).

Ces trois expériences explorent la propagation d'ondes de cisaillement dans les mousses et sont toutes les trois cohérentes avec un modèle de milieu continu qui traduit les propriétés rhéologiques macroscopiques du matériau. Ces études peuvent être étendues en changeant les propriétés rhéologiques de la solution de tensioactif et en variant la fraction liquide de la mousse sur une plus large gamme.

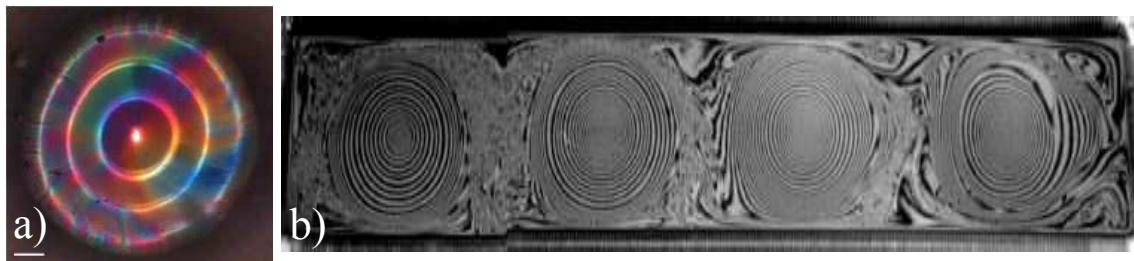
### 1.2.2.3 Ondulations dans les films de savon

Les études de l'acoustique des mousses étudient les phénomènes à l'échelle globale du matériau. Il existe également des études à l'échelle locale de l'ondulation des films de savon [76–85].



**Figure 1.15** – a) Mode de vibration symétrique : présence de sur et sous épaisseurs du film. b) Mode de vibration asymétrique : flexion du film à épaisseur constante.

Une expérience typique consiste à mettre en vibration un film de savon. Les fréquences explorées s'étendent de 15Hz à 2000Hz. Le film est observé à l'aide d'un éclairage en réflexion et l'épaisseur du film est mesurée par interférométrie. L'épaisseur varie entre  $0.001\mu\text{m}$  et  $5\mu\text{m}$  selon les expériences. L'amplitude du déplacement du film est mesurée en utilisant la déviation de la trajectoire d'un faisceau lumineux d'incidence normale [82]. Ces mesures peuvent être complétées par une observation vidéo dans le plan perpendiculaire au film pour les plus grandes amplitudes d'oscillation [80]. Ces expériences ont permis d'observer l'apparition de ventres et de nœuds de vibration dans les films de savon à différentes fréquences de résonance (figure 1.16). Ceci permet de réaliser des mesures de la relation de dispersion reliant la longueur d'onde (ou le nombre d'onde) mesurée à la fréquence (ou la pulsation) imposée (figure 1.17a). La mesure du profil d'amplitudes d'oscillation en tout point des films permet de mesurer l'atténuation de l'onde dans les films (figure 1.17b).



**Figure 1.16** – a) Expérience réalisée par Kosgodagan Acharige et al. [82] avec  $f=1196\text{Hz}$ ,  $\epsilon = 1.3\mu\text{m}$ . Éclairage en lumière blanche en incidence normale. Aux ventres de vibration le faisceau de lumière n'est pas dévié, apparition d'anneaux brillants et aux nœuds de vibration le faisceau de lumière est dévié, apparition d'anneaux sombres. b) Expérience réalisée par Boudaoud et al. [80].  $f=38\text{Hz}$ ,  $\epsilon = 5\mu\text{m}$  et amplitude d'oscillation millimétrique. Éclairage en lumière monochromatique. Les franges d'isoépaisseur s'organisent en anneaux concentriques centrés autour des quatre ventres de vibration représentés sur cette image. Les films gonflent au niveau des ventres.

D'un point de vue théorique, Taylor introduit deux modes différents d'ondulation des films de savon d'épaisseur  $\epsilon$ , de masse volumique,  $\rho$ , de tension de surface homogène,  $\gamma$  et excités à la pulsation  $\omega$  [76].

- Un mode symétrique, variqueux, dans lequel des ondulations d'épaisseur sont présentes dans le film (figure 1.15a). Dans ce cas, la relation de dispersion s'écrit :

$$\frac{\omega}{k} = k \sqrt{\frac{\gamma \epsilon}{2\rho}}$$

et la vitesse des ondes symétriques n'est pas constante.

- Un mode asymétrique, de flexion, dans lequel le film se courbe en conservant son épaisseur (figure 1.15b). Lors d'une perturbation, la capillarité, quantifiée par la tension de surface, intervient pour contrebalancer l'inertie du liquide entraînant alors un retour élastique. Dans ce cas, la relation de dispersion s'écrit :

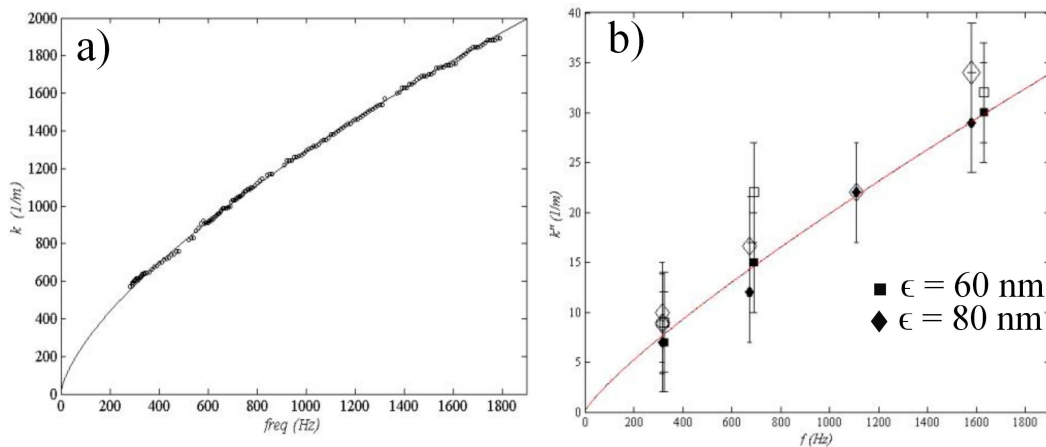
$$\frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\rho\epsilon}}$$

et la vitesse des ondes antisymétriques, de flexion, dans les films est constante.

Lors d'excitations acoustiques c'est le mode asymétrique qui est observé car le mode symétrique est fortement dissipé. Les expériences ont permis de définir des corrections concernant la caractérisation des ondes asymétriques. En plus de l'inertie du film, il faut aussi prendre en compte l'inertie de l'air mis en mouvement autour du film vibrant. La couche d'air prise en compte possède une épaisseur de l'ordre de la longueur d'onde. Pour les modes de flexion, la relation de dispersion devient [77] :

$$c = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\rho_l \epsilon + \frac{2\rho_{air}}{k}}}. \quad (1.18)$$

Cette relation est vérifiée par les expériences [82] sur une large gamme de fréquences (figure 1.17a).



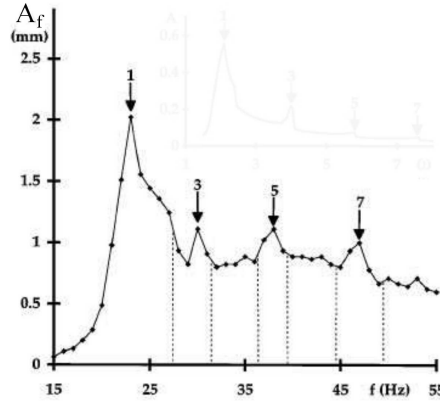
**Figure 1.17** – D'après Kosgodagan Acharigeet al. [82]. Relation de dispersion d'un film de savon. Partie réelle du nombre d'onde  $k$  en (a) et partie imaginaire du nombre d'onde  $k''$  en (b) en fonction de la fréquence imposée  $f$ . Les symboles représentent la mesure expérimentale. La ligne continue représente le modèle correspondant (équation (1.18) et (1.19)) en prenant  $\epsilon = 83 nm$ .

Pour étudier la dissipation dans les films, Acharige *et al.* [82] ont mesuré la partie imaginaire

du nombre d'onde  $k''$ . Ce modèle prend en compte les différentes sources de dissipation et fait ressortir que la dissipation dans l'air est dominante. Le nombre  $k''$  s'exprime alors :

$$\frac{k''}{k}(\rho_l \epsilon + 3\rho_{air}/k) \simeq \rho_{air} \sqrt{\frac{\eta_{air}}{2\rho_{air}\omega}}. \quad (1.19)$$

Cette expression donne une longueur d'atténuation de l'ordre de quelques centimètres pour la gamme de fréquences étudiée. L'atténuation mesurée montre un bon accord avec la prédiction théorique (figure 1.17b).



**Figure 1.18** – D'après Boudaoud et al. [80]. Amplitude de vibration du film en fonction de la fréquence de forçage. Les lignes pointillées représentent les fréquences de transition entre deux modes. Les numéros représentent les fréquences de résonance des modes 1,3,5,7.

Aux grandes amplitudes d'oscillation du film, supérieures au millimètre, des phénomènes d'auto-organisation du liquide sont observés (figure 1.16b). Le liquide migre des noeuds vers les ventres de vibration. Le profil d'épaisseur s'adapte de sorte que le système soit résonant quelque soit la fréquence imposée [80, 86].

L'étude théorique et expérimentale de la propagation d'ondes dans les films de savon montre que celles-ci se propagent sous la forme d'ondes de flexion dont la longueur d'onde et l'atténuation dépendent de l'épaisseur des films mais également de l'air avoisinant qui est mis en vibration. De plus, des propriétés d'auto-adaptation du liquide dans les films de savon ont été observées à haute amplitude permettant au film d'être résonant à toutes les fréquences.

## 1.3 Problématique et plan des travaux

### 1.3.1 Problématique

Les études de drainage et d'acoustique concernent principalement des mesures à l'échelle de la mousse. Les modèles élaborés considèrent la mousse comme un milieu dans lequel les mécanismes qui rentrent en jeu sont décrits par des paramètres globaux (fraction liquide, taille des bulles etc) mais aussi par des paramètres locaux (rayon de courbure des bords de Plateau, viscosité des interfaces etc). Peu d'études sont réalisées à l'échelle de la bulle et valident les modèles proposés. Pour le drainage par exemple, les expériences "locales" ne concernent que des écoulements permanents, considèrent des écoulements à bas nombre de Reynolds et mettent principalement en évidence l'effet de la mobilité de surface sur le profil d'écoulement au sein des bords de Plateau. Pour l'acoustique, aucune étude n'a été réalisée sur les bords de Plateau qui concentrent pourtant la majorité de la masse, donc l'inertie, des mousses.

### 1.3.2 Difficultés expérimentales

Pour réaliser des études à l'échelle de la bulle, il faut pouvoir imager les films, les bords de Plateau et les vertex. Les mousses étant des milieux opaques et diffusant, il est difficile d'observer les phénomènes qui se produisent en leur cœur par des outils d'observation classiques. La tomographie rayon X est une méthode efficace pour observer les déplacements au sein de la mousse mais c'est une méthode lourde en temps d'analyse, coûteuse et peu rapide (environ 0.5s entre chaque image) [87]. La solution que l'on propose est de développer une cellule élémentaire de mousse macroscopique qui permet de réaliser à l'échelle de la bulle des observations représentatives des phénomènes qui se produisent dans les mousses. Cette cellule représentative sera symétrique et centrée sur un bord de Plateau soutenu par trois films et encadré par deux vertex. Le protocole de fabrication et la caractérisation de cette cellule élémentaire est décrit dans le chapitre 2.

### 1.3.3 Dynamique rapide d'un bord de Plateau

Le bord de Plateau est un microcanal original. C'est un objet quasi-1D entièrement constitué de liquide dont les parois sont déformables. Sa géométrie particulière le rend stable à l'instabilité de Rayleigh-Plateau.

Dans ce manuscrit je me suis intéressé à la dynamique d'un bord de Plateau perturbé à des temps caractéristiques de l'ordre de la milliseconde. Cette dynamique est dite rapide car elle entraîne des écoulements inertiels de liquide au sein du Bord de Plateau. Les expériences réalisées ont des applications à la fois pour le drainage et l'acoustique des mousses. Durant ma thèse je réalise deux types d'expériences :

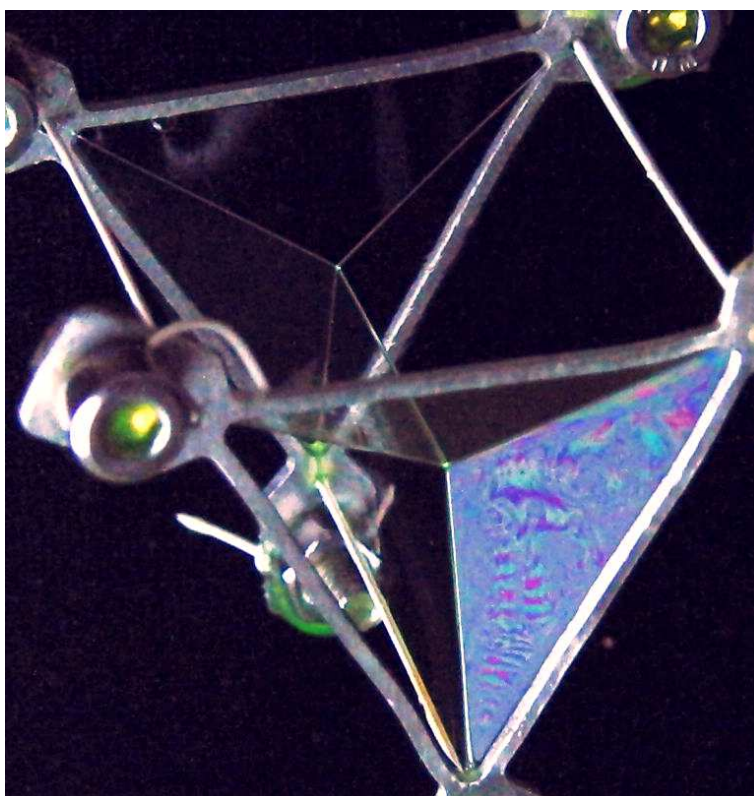
- Expérience d'injection de goutte : La cellule de mousse est perturbée par l'injection d'une goutte de solution de tensioactif dans le bord de Plateau. Cette étude sera réalisée dans le chapitre 3.
- Expérience de vibration d'une "corde liquide" : Le bord de Plateau et les trois films le soutenant sont excités par une plaque vibrante. Cette étude sera réalisée dans le chapitre 4.





## CHAPITRE 2

## MATÉRIELS ET MÉTHODES



2.1	Les cellules élémentaires de mousse . . . . .	<b>37</b>
2.1.1	Études de l'arrangement entre les films de savon . . . . .	37
2.1.2	Études du drainage . . . . .	38
2.1.3	Études de perturbations mécaniques . . . . .	39
2.2	Dispositif expérimental et protocole . . . . .	<b>41</b>
2.2.1	Géométrie . . . . .	42
2.2.2	Alimentation en liquide à débit constant . . . . .	42
2.2.3	Conditions expérimentales . . . . .	43
2.3	Solutions utilisées et caractérisations . . . . .	<b>44</b>
2.3.1	Solutions utilisées . . . . .	44
2.3.1.1	Composition . . . . .	44
2.3.1.2	Propriétés physico-chimiques des solutions . . . . .	44
2.3.2	Caractérisation des solutions . . . . .	45
2.3.2.1	Mesure de la masse volumique . . . . .	45
2.3.2.2	Mesure de la viscosité dynamique . . . . .	45
2.3.2.3	Mesure de la tension de surface . . . . .	45
2.3.2.4	Mesure de la viscosité de surface . . . . .	46
2.4	Imagerie et mesures . . . . .	<b>49</b>
2.4.1	Rayon de courbure du bord de Plateau . . . . .	49
2.4.1.1	Matériel utilisé . . . . .	49
2.4.1.2	Mesure du rayon de courbure $R$ . . . . .	50
2.4.2	Épaisseur d'un film de savon . . . . .	50
2.4.2.1	Principe de l'interférométrie . . . . .	50
2.4.2.2	Application en lumière monochromatique . . . . .	51
2.4.2.3	Application en lumière blanche . . . . .	51
2.4.3	Dimensions caractéristiques avec et sans alimentation . . . . .	52
2.5	Conclusion . . . . .	<b>53</b>

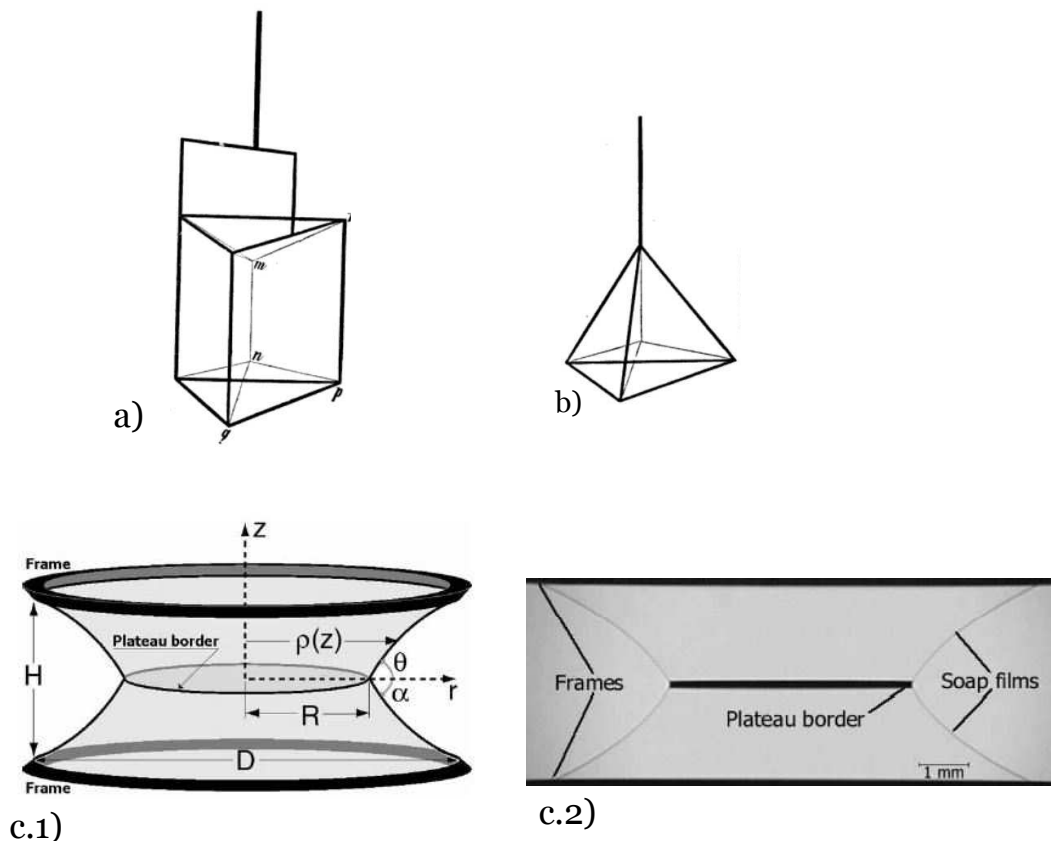
---

Pour réaliser mes études, je décide de travailler sur une cellule élémentaire de mousse. Cette cellule doit être une réplique macroscopique des petites échelles de la mousse et représente un système modèle pour étudier le comportement à l'échelle macroscopique de la mousse. La cellule devra être ajustable pour en fixer ses dimensions caractéristiques, reproductible (caractéristique géométrique identique à chaque création), macroscopique pour une imagerie en caméra rapide, le plus symétrique possible, stable sur plusieurs dizaines de secondes et orienté de sorte que la gravité ne perturbe pas nos études. Pour cela, je décide de travailler avec un bord de Plateau unique et horizontal dont on contrôlera la fraction liquide, les dimensions géométriques et l'orientation des films.

Après un retour sur les différents dispositifs expérimentaux à l'échelle de la bulle j'exposerai celui que j'ai élaboré pour réaliser mes études. Je décrirai ensuite la composition et la caractérisation des solutions utilisées pour former les cellules élémentaires de mousse étudiée. Je finirai par décrire les différents dispositifs d'imagerie et d'analyse du système que je vais utiliser.

## 2.1 Les cellules élémentaires de mousse

### 2.1.1 Études de l'arrangement entre les films de savon



**Figure 2.1** – a) Dessin d'un cadre en forme de prisme à base triangulaire (traits épais) après avoir été trempé dans une solution savonneuse. Les traits fins représentent les bords de Plateau [26]. b) Dessin d'un cadre en forme de tétraèdre (traits épais) après avoir été trempé dans une solution savonneuse. Les traits fins représentent les bords de Plateau [26]. c) Deux anneaux initialement en contact sont trempés dans une solution savonneuse puis ils sont écartés l'un de l'autre. Se créent trois films dont l'un d'eux est en forme de disque. Les trois films se recoupent en un bord de Plateau annulaire autour du film central [88], [89]. c.1) Schéma de l'expérience après formation des films. c.2) Photographie de l'expérience après la formation des films. Le bord de Plateau annulaire apparaît comme une ligne noire au centre de l'image.

Les arrangements et structures formés par les films de savon ont été étudiés à l'aide de cadres rigides trempés dans des solutions de tensioactifs. La géométrie des cadres modifie l'arrangement entre les films.

Plateau observait la forme des structures minimales formées par des films de savon en trempant différents cadres dans des solutions de tensioactifs. Ses observations ont permis d'élaborer les lois de Plateau [26]. En trempant un cadre prismatique triangulaire, le liquide s'arrange pour former trois films de savon qui se recoupent en un bord de Plateau central. De chaque côté de ce bord de Plateau se trouve un vertex. Au total ce système est composé de neuf films, sept bords de Plateau et deux vertex. Le dessin du cadre (traits épais) et de la structure de liquide formée (traits fins) est représenté sur la figure 2.1a. La structure formée par ce cadre prismatique peut être interprétée comme cinq bulles en contact. Plateau utilise aussi un cadre tétraédrique. Dans ce cas le liquide s'organise pour former une structure à surface minimale composée de six films, quatre bords de Plateau et un vertex. Alors que la structure précédente est centrée sur un bord de Plateau, la nouvelle structure est centrée sur un vertex. Le dessin du cadre (traits épais) et de la structure formée (traits fins) est représenté sur la figure 2.1b. La structure formée par ce cadre tétraédrique peut être interprétée comme quatre bulles en contact.

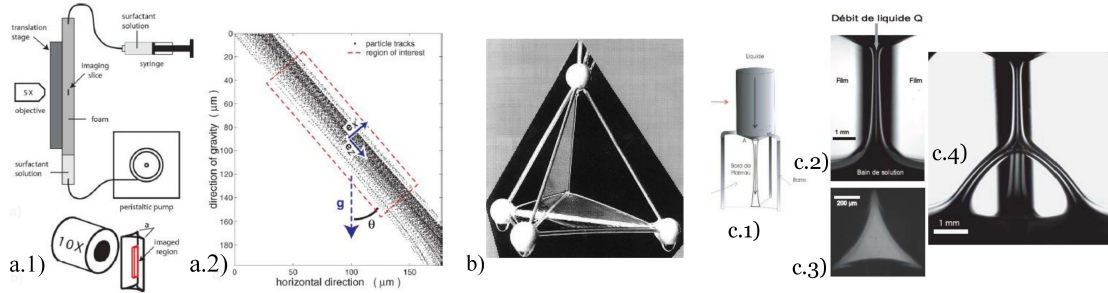
Géminard *et al.* [88] et Seiwert *et al.* [89] forment un film horizontal entouré d'un bord de Plateau circulaire unique. Pour cela, ils utilisent deux anneaux de même diamètre placés en face à face et initialement collés. Comme l'illustre la figure 2.1c1, les anneaux sont trempés dans une solution de tensioactifs puis éloignés. Cela crée une structure à surface minimale composée de trois films, dont un parallèle au plan des anneaux. Ces trois films se recoupent en un bord de Plateau annulaire apparaissant en noir sur la figure 2.1c2. La distance entre les anneaux permet de modifier l'aire du film central. Le rayon de courbure du bord de Plateau est ajusté après sa création en ajoutant ou retirant du liquide. Ce système est utilisé pour étudier la tension qu'exercent les films sur le bord de Plateau [88] et l'expansion du film central suite à une sollicitation mécanique [89].

### 2.1.2 Études du drainage

Quelques études sur le drainage ont été réalisées à l'échelle du bord de Plateau. Koehler *et al.* [43, 44] (figure 2.2a) ont observé les écoulements au sein d'une mousse liquide. Ils utilisent un microscope confocal à fort grossissement couplé à une méthode de PIV afin de mesurer la vitesse des écoulements dans un bord de Plateau ou un vertex (figure 2.2a1). Les images obtenues permettent de retracer la trajectoire des lignes de courant dans le bord de Plateau et ainsi de remonter au profil du champ de vitesse en fonction des tensioactifs utilisés pour former la mousse (figure 2.2a2). L'objectif est de comprendre le rôle de la mobilité des interfaces sur les écoulements dans les bords de Plateau et dans le vertex.

Des systèmes "macroscopiques" contenant un faible nombre de films, bords de Plateau et vertex ont été utilisés pour des études de drainage. In Het Panhuis *et al.* [90] reprennent le cadre tétraédrique de Plateau et observent l'effet d'un écoulement de liquide dans le bord de Plateau vertical au-dessus du vertex sur la position du vertex et donc sur les lois de Plateau (figure 2.2b). Ils observent que plus le débit est important et plus le vertex est poussé vers le bas par l'écoulement. Ils observent aussi que plus le débit est important et plus le bord de Plateau est gros (selon une loi en  $Q^{1/3}$ ).

Pitois *et al.* [46], [52], [91] (figure 2.2c) créent un cadre en forme de trépied composé de trois tiges rigides en forme de L orientées de sorte à faire un angle de  $120^\circ$ . Ainsi une partie de ces tiges sont parallèles et verticales (figure 2.2c1). Le cadre est trempé dans une solution savonneuse. Il est ensuite partiellement sorti du bain et le liquide s'organise en trois films reliés entre eux par un bord de Plateau vertical (figure 2.2c2). Le rayon de courbure du bord de



**Figure 2.2** — a) Observation d'un bord de Plateau unique dans une mousse à l'aide d'un microscope confocal [43, 44]. a.1) Schéma du dispositif expérimental : une mousse sous drainage forcé est observée par microscopie confocale à fort grossissement pour n'observer qu'un bord de Plateau. a.2) Exemple d'image obtenue par une méthode de PIV à l'intérieur d'un bord de Plateau. La trajectoire de particules en suspension dans la solution permet de suivre les lignes de courant dans le bord de Plateau. L'ensemble des trajectoires sont superposées pour faire apparaître les champs de vitesse des écoulements dans une section de bord de Plateau. Plus l'écoulement est rapide et plus il apparaît sombre sur l'image. b) Expérience utilisant un cadre tétraédrique trempé dans une solution de tensioactifs. Les effets d'une alimentation par le sommet haut de la pyramide sur les lois de Plateau sont étudiés [90]. c) Observation d'un bord de Plateau unique, millimétrique et alimenté en liquide [46, 52, 91]. c1) Schéma du cadre en forme de trépied et du bord de Plateau formé au centre. Le bord de Plateau vertical est alimenté par le haut. c2) Photographie du bord de Plateau issu de l'expérience le bord de Plateau est en contact avec le bain de solution. c3) Photographie du bord de Plateau en vue de dessous. Sa section se définit par trois arcs de cercles convexes en contact. c4) Photographie d'un vertex formé par un bord de Plateau et une bulle sur le bain de liquide.

Plateau est contrôlé par l'injection de liquide via un réservoir situé au-dessus du cadre. Une petite bulle d'air peut être déposée à la surface du bain au niveau du bord de Plateau pour former un vertex (figure 2.2c3). Comme on peut le voir sur les images, le bord de Plateau formé est de longueur millimétrique, vertical et son épaisseur varie selon l'altitude. Ce dispositif offre un point de vue intéressant du bord de Plateau, par dessous, qui permet de déterminer le rayon de courbure minimal du bord de Plateau (figure 2.2c4). Ce système permet d'étudier le rôle de la mobilité des interfaces sur les écoulements dans les films de savons et le bord de Plateau. Il permet aussi d'étudier l'effet de la présence de bille micrométrique sur l'écoulement de liquide dans le bord de Plateau.

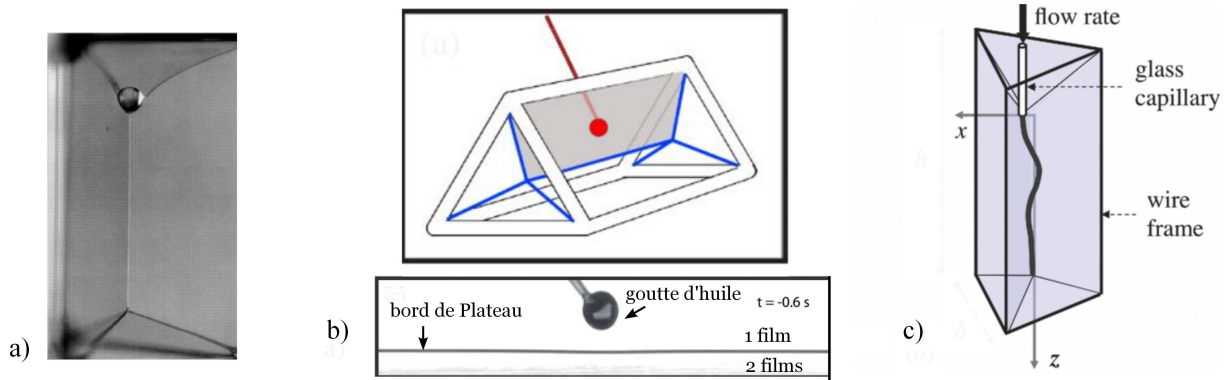
### 2.1.3 Études de perturbations mécaniques

La réponse d'un bord de Plateau à diverses sollicitations mécaniques a été étudiée avec un cadre en forme de prisme triangulaire. La longueur du bord de Plateau et la largeur des films sont fixées par la taille du cadre.

In Het Panhuis *et al.* [90] étudient un bord de Plateau unique et vertical soumis au passage d'une "triple bulle" en larguant une goutte de solution au-dessus du bord de Plateau avec une grande vitesse (la goutte de la même solution que le bord de Plateau et les films est emprisonnée dans une poche d'air, elle-même enveloppée d'un film liquide) comme le montre la figure 2.3a. Après le passage de la goutte, le bord de Plateau retrouve sa forme initiale.

Piroird *et al.* [92] observent un bord de Plateau aqueux horizontal dans lequel ils injectent une gouttelette d'huile. Ce bord de Plateau n'est pas alimenté en liquide mais il est formé dans une atmosphère contrôlée pour limiter l'évolution temporelle du bord de Plateau (figure 2.3b). Les observations sont faites sur des temps très longs (plusieurs minutes). La goutte d'huile s'étale sous l'effet des forces de tension de surface dans le bord de Plateau en prenant la forme d'un boudin cylindrique de liquide.

Elias *et al.* [93] observent un long bord de Plateau vertical alimenté en liquide par le dessus au travers du vertex. Le capillaire injecteur de liquide est ensuite translaté de la position



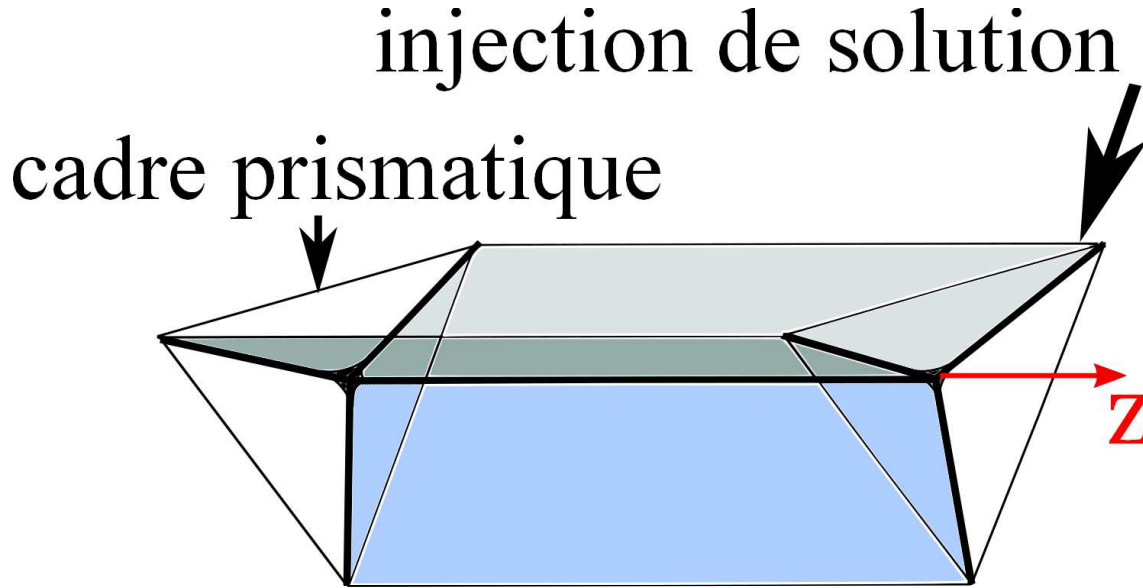
**Figure 2.3** – Expériences utilisant le bord de Plateau formé par un cadre prismatique trempé dans une solution de tensioactif. a) Photographie d’une goutte de solution qui tombe et traverse les vertex et le bord de Plateau vertical en formant une "triple bulle" [90]. b) Dépôt d’une goutte d’huile dans le bord de Plateau central aqueux horizontal [92]. Schéma expérimental en haut et photographie de l’expérience avant dépôt de la goutte en bas. Le bord de Plateau apparaît en bleu sur le schéma et en noir sur fond blanc sur la photo. c) Schéma de principe : alimentation dans un bord de Plateau vertical à travers le vertex du haut. L’injecteur est translaté pour créer une ondulation stationnaire du bord de Plateau [93].

d’équilibre afin de décaler le vertex. Cela a pour effet de former une ondulation stationnaire dans le bord de Plateau (figure 2.3c). Le but étant ici de caractériser l’élasticité d’un bord de Plateau.

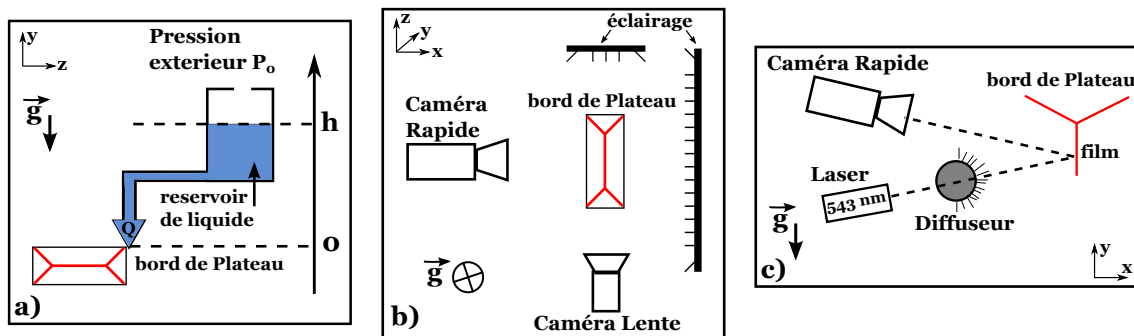
Parmi ces trois dernières études, la fraction volumique de liquide n’est contrôlée que pour l’expérience de F.Elias où le bord de Plateau est alimenté en solution à débit constant. L’orientation du cadre forme un bord de Plateau central horizontal ou vertical. Du fait du drainage gravitaire dans le bord de Plateau, lorsque le bord de Plateau est vertical, le liquide s’écoule du haut vers le bas créant un amincissement du bord de Plateau à son sommet et un épaississement à sa base.

## 2.2 Dispositif expérimental et protocole

En me basant sur les études précédentes, j'ai considéré la structure formée par un cadre en forme de prisme à base triangulaire trempé dans une solution de tensioactif. Le bord de Plateau central sera créé horizontalement pour limiter les effets de la gravité (évasement du bord de Plateau). Il sera alimenté en liquide à débit constant pour contrôler son épaisseur. Le cadre possèdera des dimensions ajustables afin de modifier la longueur du bord de Plateau et la largeur des films.



**Figure 2.4** – Création d'une cellule élémentaire de mousse : une cellule élémentaire de mousse est formée par un cadre prismatique triangulaire (lignes fines) trempé dans une solution de tensioactif. Au centre de cette cellule, un long bord de Plateau soutenu par trois films. Il est horizontal et de dimension ajustable et reproductible.



**Figure 2.5** – Schéma du montage expérimental. Le bord de Plateau est représenté en rouge sur les dessins. a) Dispositif d'alimentation du bord de Plateau en solution. La surpression due à la différence de hauteur entre la surface du liquide dans le réservoir et la sortie du tuyau crée un écoulement de débit constant  $Q$ . b) Dispositif d'observation du bord de Plateau. Une caméra rapide permet de visionner le plan  $(Oyz)$  et une caméra lente permet de visionner le plan  $(Oxy)$  avec un éclairage en transmission. c) Dispositif d'observation des franges d'isoépaisseur d'un des trois films à l'aide d'un laser monochromatique cohérent dont le faisceau est étendu. L'éclairage est en réflexion.

### 2.2.1 Géométrie

Le cadre considéré pour former la cellule élémentaire de mousse est composé de deux triangles équilatéraux rigides de longueur d'arêtes égale à 1cm, 3cm, ou 6.5cm. Les triangles sont placés face à face et les sommets sont reliés par trois câbles métallique de diamètre 0.4mm. La distance entre les deux triangles est fixée entre 2cm et 15cm (bornes définies pour des raisons de stabilité du bord de Plateau et d'observations). Une fois les dimensions du cadre choisies, le cadre n'est plus modifié durant l'expérience. Pour élaborer la cellule, un bain de solution de tensioactifs (voir section 2.3) est amené jusqu'au cadre pour le tremper. Ceci pour ne pas perturber la stabilité de la cellule en déplaçant le cadre.

Une fois trempé, le cadre forme un long bord de Plateau central dont la longueur  $L$  est définie par la distance entre les triangles. La longueur du bord de Plateau sera entre 1.5cm et 14.5cm. La largeur des films  $l$  est quant à elle fixée par la longueur des arêtes des triangles.  $l$  prend les valeurs 0.5cm, 1.5cm ou 3.3cm en fonction de la base triangulaire choisie. Le bord de Plateau est limité par un vertex de chaque côté. Ces derniers sont reliés aux trois sommets de chaque face triangulaire par trois autres bords de Plateau. La position des vertex par rapport aux triangles est fixe et ne dépend que de la taille du triangle (figure 2.4).

Le bord de Plateau central est horizontal mais l'orientation des trois films qui le soutiennent peut être modifiée en tournant le cadre sur  $360^\circ$  autour de l'axe principal du bord de Plateau. On fixe  $Oz$  cette axe,  $(Oxz)$  le plan horizontal et  $(Oyz)$  le plan vertical.

On choisira principalement deux positions, une position avec deux films inclinés en haut et un film vertical en bas (formant ainsi un Y droit, symbolisé par 'Y') et une position avec l'un des films en position horizontale (formant ainsi un Y couché, symbolisé par 'Y'). Le choix de l'une ou l'autre de ces positions permettra de réaliser des observations sous différents angles de vue du système films-bord de Plateau. Du fait de la taille micrométrique des films, on suppose les films insensibles à la gravité en épaisseur et donc à l'orientation des films autour du bord de Plateau (l'épaisseur des film  $\epsilon$  est inférieur à la longueur capillaire  $L_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}} \simeq 1\text{mm}$ ). Aucun effet de la gravité n'est observé sur la longueur du bord de Plateau horizontal (écoulements ou fléchissement du bord de Plateau sous le poids du liquide) mais du drainage gravitaire apparait pour les films non horizontaux. Toutefois ce drainage est lent (sur des temps de l'ordre de la dizaine de secondes) donc on peut supposer que les dynamiques rapides (agissant sur des temps de l'ordre de la milliseconde) que je vais étudier sont insensibles à l'orientation des trois films au repos autour de l'axe  $Oz$ .

Ce dispositif permet de contrôler la longueur du bord de Plateau  $L$ , la largeur des films  $l$  ainsi que leurs orientations.

### 2.2.2 Alimentation en liquide à débit constant

La cellule élémentaire est alimentée en liquide afin de contrôler le rayon de courbure du bord de Plateau,  $R$ . Un embout de seringue est fixé au cadre. Il est relié à un réservoir de liquide par un tuyau. La surface du liquide dans le réservoir est à une hauteur  $h$  de l'embout. Cela crée une différence de pression égale à  $\rho gh$  entre la surface du liquide dans le réservoir et l'embout de seringue. Le réservoir est suffisamment grand pour que la hauteur  $h$  ne varie pas significativement durant une expérience. En prenant en compte la perte de charge liée à la géométrie du tuyau, ce dispositif crée un écoulement à débit  $Q$  constant dans le système. Ce dispositif d'alimentation basé sur la pression hydrostatique est schématisé sur la figure 2.5a.

Parmi l'ensemble du liquide déversé dans le système, seule une partie se retrouve dans le bord de Plateau, le reste pouvant s'échapper en s'écoulant le long du cadre, dans les films et dans les autres bords de Plateau. Il n'est donc pas possible de connaître exactement la quantité de liquide injecté dans le bord de Plateau central. A noter que l'injection de liquide crée un écoulement dans le bord de Plateau central du côté alimenté vers le côté non alimenté.



Le rayon de courbure du bord de Plateau  $R$  augmente avec  $h$ . En variant  $h$  de 0 à 0.5m,  $R$  varie de 0.1mm à 1.8mm. La plus petite taille est obtenue avec un débit nul, il n'est donc pas possible de descendre au dessous. Lorsque le débit est trop important, des écoulements turbulents apparaissent dans le bord de Plateau et les films. Ils ne sont donc plus d'épaisseurs homogènes. Le plus grand rayon de courbure est obtenu juste avant l'apparition de tourbillons dans les films. Le bord de Plateau créé est de rayon de courbure homogène sur tout son long.

### 2.2.3 Conditions expérimentales

Alimenter la cellule en liquide permet de palier aux pertes induites par l'évaporation et le drainage gravitaire. Sans ce drainage forcé la cellule a une durée de vie de l'ordre de 10s. Avec le drainage forcé cette durée de vie dépasse 30s. Elle varie en fonction de la température, des courants d'air et du taux d'humidité ambiants.

L'ensemble des expériences présentées ont été réalisées dans une pièce thermostatée à  $(20 \pm 2)^{\circ}C$  dans les conditions normales de pression atmosphérique. Aucune précaution particulière n'a été prise pour contrôler l'humidité ambiante. Les courants d'air ont été limités.

Nous avons donc élaboré une cellule élémentaire de mousse qui est reproductible et dont toutes les caractéristiques géométriques sont contrôlées.

## 2.3 Solutions utilisées et caractérisations

Le dispositif de création de la cellule élémentaire de mousse choisi est utilisable avec toutes les solutions de tensioactif. Pour réaliser mes expériences j'ai utilisé trois sortes de tensioactifs en solution : une solution commerciale réputée pour la stabilité des films qu'elle crée, une solution contrôlée permettant d'obtenir des interfaces de grande mobilité et une solution contrôlée permettant l'observation d'interfaces de faible mobilité.

### 2.3.1 Solutions utilisées

#### 2.3.1.1 Composition

Les trois types de solutions sont :

- Une solution de liquide vaisselle commercial. La composition du liquide vaisselle est inconnue mais il est réputé pour offrir une bonne stabilité des films de savon et des mousses [94–96]. Les molécules de tensioactifs contenues dans ce liquide vaisselle sont mobiles aux interfaces [94]. La solution est produite par le mélange d'eau déionisée et de liquide vaisselle de la marque Dreft<sup>®</sup> (par Proctor and Gamble) à une concentration de 5%<sub>m</sub>. On nommera cette solution la solution A.
- Des solutions de TTAB et de glycérine en différentes concentrations. La base de ces solutions est un mélange d'eau déionisée et de TTAB (TetradecylTrimethylAmmonium Bromide) à 3g/l (Soit trois fois la valeur de la CMC [91,97]). Les molécules de ce tensioactif sont mobiles aux interfaces et possèdent une tête anionique [46]. On dérivera de cette solution cinq nouvelles solutions de viscosités différentes par l'ajout de glycérine. En ajoutant de la glycérine, la viscosité des solutions est augmentée sans changer de manière significative la viscosité surfacique, la tension de surface et la masse volumique. On produit des solutions d'eau déionisée, de TTAB à 6g/l et de 45%<sub>m</sub> (pourcentage en masse), 60%<sub>m</sub>, 75%<sub>m</sub>, 80%<sub>m</sub> et 85%<sub>m</sub> de glycérine. La concentration en TTAB des solutions viscosifiées est augmentée pour une meilleure stabilité des films. Ces solutions seront donc utilisées pour tester les effets de la viscosité. On nommera l'ensemble de ces solutions les solutions B (dans l'ordre croissant en concentration de glycérine : B1, B2, B3, B4, B5 et B6).
- Des solutions de SLES, CAPB et d'acides LAc ou MAc. Ces dernières possèdent une grande viscosité interfaciale. Elles possèdent une masse volumique et une viscosité proche de celle des solutions A et B. Le changement d'acide permet de changer la viscosité de surface sans changement significatif de la masse volumique, de la tension de surface et de la viscosité. Ces solutions seront donc utilisées pour étudier les effets de la viscosité de surface. Elles sont réalisées selon le protocole élaboré par Golemanov [98] par du mélange d'eau déionisée, de 6.6%<sub>m</sub> de SLES, de 3.4%<sub>m</sub> de CAPB et de 0.05%<sub>m</sub> d'acide LAc ou MAc. On nommera l'ensemble de ces solutions les solutions C (respectivement C1 et C2).

Toutes ces solutions forment des films stables sur plusieurs dizaines de secondes dans nos conditions d'utilisations car les concentrations utilisées sont nettement supérieures aux CMC des tensioactifs.

#### 2.3.1.2 Propriétés physico-chimiques des solutions

Les propriétés physico-chimiques des solutions A, B et C et de leurs interfaces liquide-gaz sont mesurées (détails des mesures dans la section 2.3.2). Le tableau 2.1 résume les résultats obtenus. Les mesures sont réalisées à une température de la pièce de 20°C et dans les conditions normales de pression atmosphérique.

Nom	solution	glycerol (% <sub>m</sub> )	$\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> )	$\eta$ (mPa.s)	$\gamma$ (mN.m <sup>-1</sup> )	$\eta^*$ (mPa.s.m)	symbole
A	Dreft 5% <sub>m</sub>	0	980	1.08	26	0.124	●
B1	TTAB 3g/l	0	1030	1.0	38	0.080	■
B2	TTAB 6g/l	45	1100	3.4	34	0.084	▲
B3	TTAB 6g/l	60	1140	9.2	34	0.115	▼
B4	TTAB 6g/l	75	1150	10.4	33	0.118	►
B5	TTAB 6g/l	80	1160	12.4	33	0.161	◀
B6	TTAB 6g/l	85	1190	27.8	32	0.172	◆
C1	SLES+betaine+LAc	0	980	0.9	20	1.115	◆
C2	SLES+betaine+MAc	0	1000	1.10	28	1.37	◆

**Table 2.1** – *Récapitulatif des solutions et de leurs propriétés physico-chimiques ainsi que les symboles qui les représenteront durant les expériences.*

J'ai à ma disposition un ensemble de solutions permettant de faire varier les différents paramètres physico-chimiques comme suit :

- La masse volumique  $\rho$  de 980kg/m<sup>-3</sup> à 1190kg/m<sup>-3</sup> (facteur 1.2).
- La viscosité  $\eta$  de 0.9mPa.s à 27.8mPa.s (facteur 31).
- La tension de surface  $\gamma$  de 20mN.m<sup>-1</sup> à 38mN.m<sup>-1</sup> (facteur 1.9).
- La viscosité de surface  $\eta^*$  de 0.080mPa.m.s à 1.37mPa.m.s (facteur 17).

Il est difficile de changer significativement la masse volumique et la tension de surface de nos solutions de tensioactifs sans modifier les conditions de travail (température et pression ambiante). Il est facile de modifier fortement la viscosité et la viscosité de surface sans variation des autres paramètres en modifiant la chimie des solutions.

## 2.3.2 Caractérisation des solutions

Je mesure la masse volumique, la viscosité, la tension de surface et la viscosité de surface des solutions A, B et C à chaque réalisation d'une solution. Voici les méthodes utilisées.

### 2.3.2.1 Mesure de la masse volumique

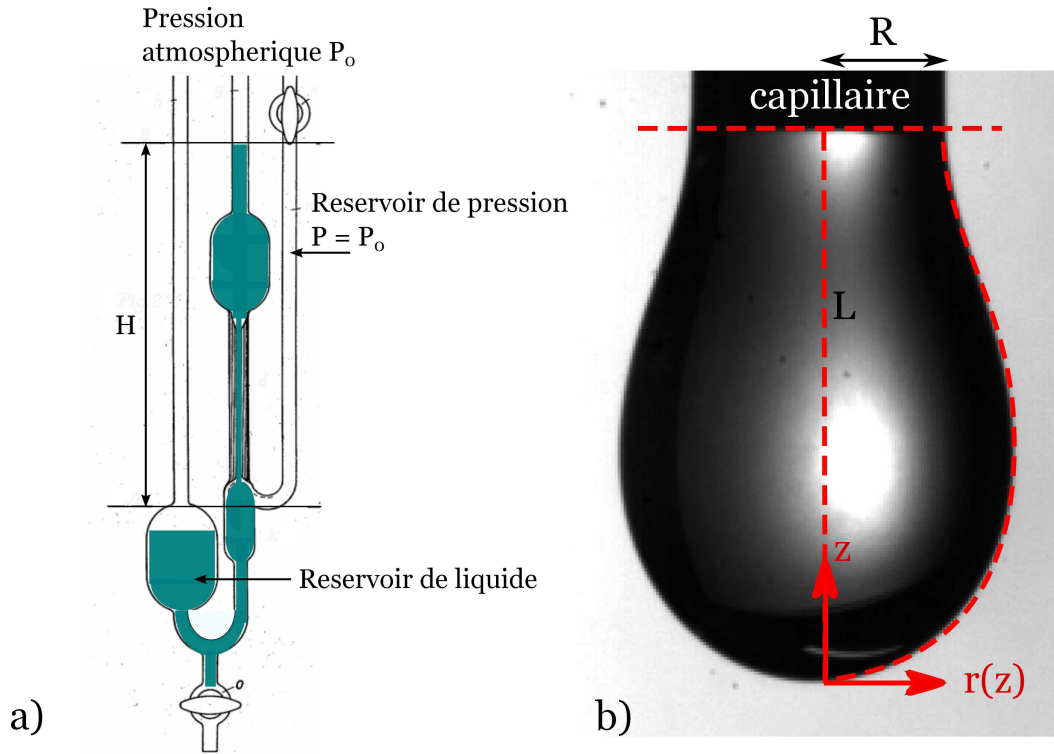
Soit  $\rho$  la masse volumique d'un fluide définie comme la masse par unité de volume de ce fluide. Pour la déterminer, on pèse avec une balance de précision un volume connu ( $V=10$  ml) de solution. La précision de cette mesure est de  $\pm 50\text{kg.m}^{-3}$ .

### 2.3.2.2 Mesure de la viscosité dynamique

Soit  $\eta$  la viscosité dynamique du fluide. Pour la mesurer nous utilisons un viscosimètre de Ubbelohde [99]. Ce viscosimètre est basé sur la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un tube de rayon submillimétrique. Une calibration permet de mesurer la viscosité d'un fluide par la simple mesure de son temps de parcours d'une distance  $H$  dans le tube (figure 2.6a). Cette mesure se fait avec une précision de  $\pm 2\%$ .

### 2.3.2.3 Mesure de la tension de surface

La tension de surface liquide-gaz des solutions,  $\gamma$ , est mesurée par une méthode de la goutte pendante. La forme d'une goutte pendante est définie par un équilibre entre la force de tension de surface et la gravité. Cette forme peut donc être reliée au nombre de Bond  $Bo = \frac{\rho g R^2}{\gamma}$ ,  $R$  étant ici le rayon du capillaire tenant la goutte. Autrement dit, il est possible de remonter



**Figure 2.6** – a) Dessin de Ubbelohde [99], la mesure de la viscosité se fait en mesurant le temps que met le liquide à s'écouler dans le tube sur une distance  $H$ . b) Photographie d'une goutte pendante servant à la mesure de la tension de surface. La forme de la goutte étant définie par le nombre de Bond, un ajustement numérique de la forme de la goutte permet d'en déduire la tension de surface [100].

à la valeur de la tension de surface en décrivant la forme de la goutte. Pour définir cette forme, un script Mathematica écrit et donné par A. Antkowiak de l'université de Pierre et Marie Curie réalise une méthode d'ajustement de la forme de la goutte en fonction de la taille du capillaire et du nombre de Bond (figure 2.6b). Cette méthode offre une précision de  $\pm 1 \text{ mN.m}^{-1}$ . La mesure est réalisée à partir de trois photographies de goutte pendante créée avec trois capillaires différents. Chaque goutte est analysée par le programme d'ajustement de forme. C'est une méthode économique, rapide, facile à mettre en place et de précision satisfaisante.

#### 2.3.2.4 Mesure de la viscosité de surface

Les mesures de viscosités interfaciales peuvent être réalisées par des viscosimètres de surface [101]. Ces outils permettent de mesurer les valeurs de  $\eta_s$  et  $\eta_d$  sur des temps longs (de l'ordre de la seconde) par rapport aux échelles de temps sondées dans les expériences. Une méthode est élaborée par A.L. Biance *et al.* via l'étude de la dynamique des T1s [97] (Les T1s sont des réorganisations topologiques de bulles. Durant un T1 deux bulles initialement en contact se séparent et leurs voisines, qui ne sont initialement pas en contact, se mettent en contact). Durant un T1 un film se crée et l'étude de la dynamique d'ouverture du film permet de remonter à la mesure d'une viscosité de surface,  $\eta^* = \eta_d + \eta_s$ . La méthode élaborée permet d'explorer des temps de l'ordre de la milliseconde qui sont également les temps caractéristiques observés lors de phénomènes à dynamiques rapides dans les mousses. Toutefois, cette méthode ne permet de mesurer que  $\eta^*$  sans dissociation de  $\eta_s$  et  $\eta_d$ . En général  $\eta_s < \eta_d$  donc  $\eta^* \simeq \eta_d$ .

Durant un T1, un film se crée et se dilate de façon unidirectionnelle suivant sa longueur  $L(t)$  (à largeur constante), sous l'effet d'une force motrice capillaire. Celle-ci a pour conséquence le non respect des lois de Plateau tant que le film n'a pas atteint sa taille finale (figure 2.7). Cette

force s'exprime, par unité de longueur, comme :

$$f_\gamma = 2\gamma(2\cos(\theta) - 1),$$

où  $\cos(\theta) = \frac{\sqrt{3} + \mathcal{L}(t)(1 - \sqrt{3})}{\sqrt{3 + (\sqrt{3} + \mathcal{L}(t)(1 - \sqrt{3}))^2}}$  avec le rapport de surface créée  $\mathcal{L}(t) = \frac{L(t)}{L_{max}}$  (figure 2.7). La création du film est ralentie par la viscosité de surface, les effets de viscosité volumique sont négligeables du fait de la finesse des films [97]. Cette force s'exprime par unité de longueur comme :

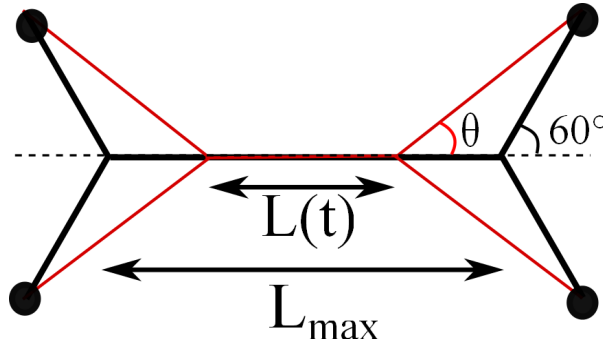
$$f_{\eta^*} = 2\eta^* \frac{1}{\mathcal{L}(t)} \frac{\partial \mathcal{L}(t)}{\partial t}.$$

En négligeant l'inertie du liquide, à accélération nulle, on peut écrire que  $f_\gamma = f_{\eta^*}$ , donc il vient :

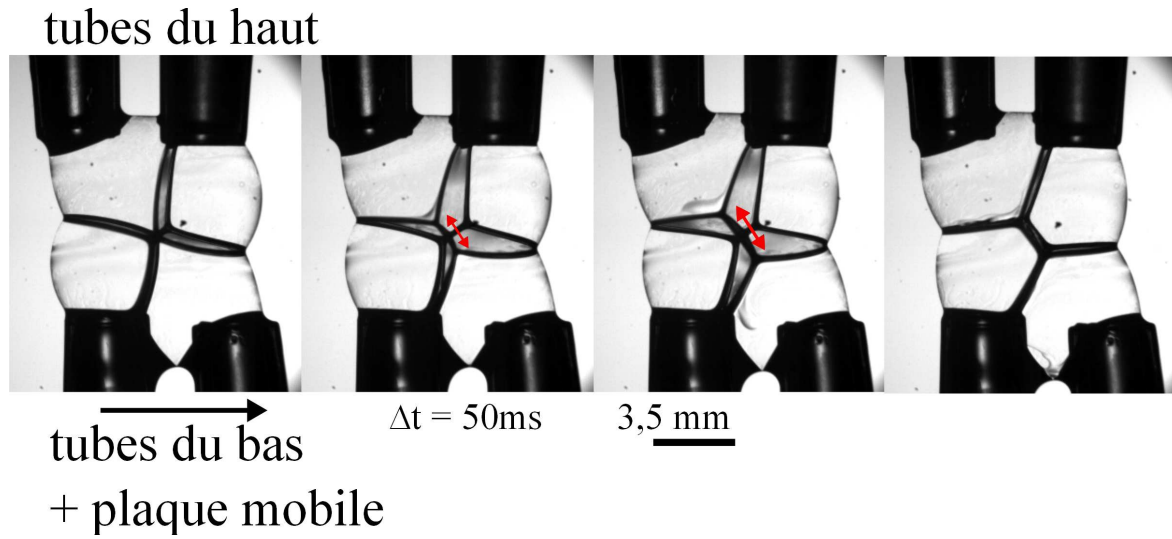
$$\eta^* = \frac{\mathcal{L}(t)}{v} \gamma (2\cos(\theta) - 1)$$

avec  $v = \frac{d\mathcal{L}(t)}{dt}$ . La valeur de la viscosité de surface peut être déterminée via une mesure de la vitesse d'étirement de l'interface et du rapport de surface créée.

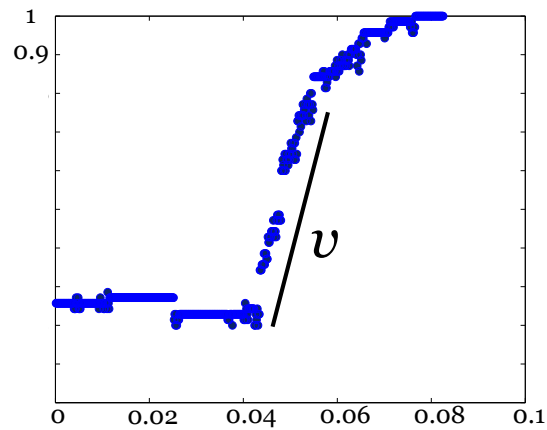
Le dispositif expérimental élaboré par A.L. Biance est reproduit (figure 2.7). Il permet de former quatre bulles en contact qui sont ensuite cisailées en déplaçant les deux bulles du bas pour créer un T1 (figure 2.8). On mesure la longueur  $L(t)$  d'un des bords de Plateau en croissance au cours du temps. Cette longueur représente la longueur du film durant sa création. La mesure de  $L(t)$  est ensuite adimensionnée par la longueur maximale atteinte par le bord de Plateau pour obtenir le rapport de surface créée  $\mathcal{L}(t) = \frac{L(t)}{L_{max}}$ . La valeur de  $\mathcal{L}(t)$  est reportée sur la figure 2.9 et on observe une évolution linéaire en temps de 0.04s à 0.06s, sur laquelle la vitesse de croissance  $v$  est constante et est mesurée. La mesure de  $\mathcal{L}(t)$  est effectuée en milieu d'intervalle. Ces deux mesures permettent de mesurer  $\eta^*$ . On estimera l'erreur de mesure à  $\pm 5\%$ .



**Figure 2.7** — Schéma de la croissance d'un bord de Plateau vers son état d'équilibre. On note  $L(t)$  la longueur du bord de Plateau grandissant et  $L_{max}$  sa longueur maximale.



**Figure 2.8** – Séquence d’images de création d’un film lors d’un T1. quatre bulles sont en contact puis cisailées. [97]. Le pas de temps est de 50 ms. On observe la création et la croissance d’un bord de Plateau.

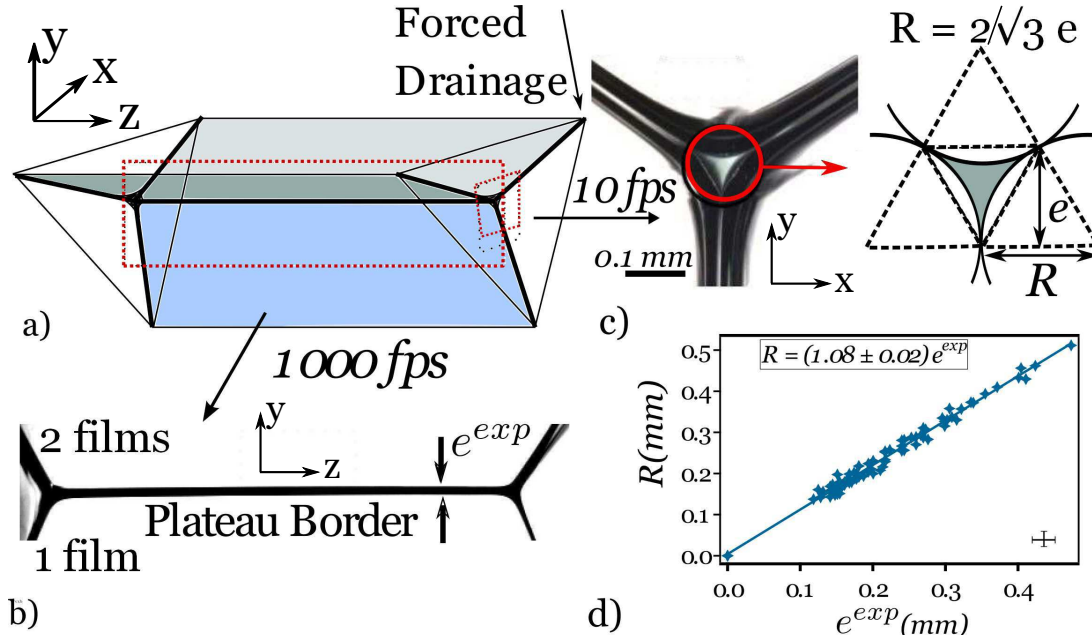


**Figure 2.9** – Évolution temporelle de la longueur du bord de Plateau créé. On observe une croissance linéaire de pente  $v$  dans les premiers instants qui suivent l’apparition du nouveau film.

## 2.4 Imagerie et mesures

Durant les expériences, je vais m'intéresser au bord de Plateau central de la cellule élémentaire, ainsi qu'aux trois films qui le soutiennent. Le bord de Plateau se caractérise par une longueur  $L$  (dans la direction  $Oz$ ) et un rayon de courbure  $R(z, t)$  pouvant varier le long du bord de Plateau et dans le temps. On note  $R_i$  la valeur initiale du bord de Plateau homogène avant perturbation. Ce bord de Plateau est raccordé à trois films de largeur  $l$ . Pour chaque film  $\epsilon(\vec{r}, t)$  définit l'épaisseur locale dans le plan du film considéré. Dans la suite, je décris le matériel et le protocole permettant l'observation et la mesure de  $R(z, t)$  et  $\epsilon(\vec{r}, t)$ .

### 2.4.1 Rayon de courbure du bord de Plateau



**Figure 2.10** – a) Schéma de la cellule élémentaire de mousse observée sous deux points de vue. Dans le plan  $Oyz$  et dans le plan  $Oxy$ . b) Vue dans le plan  $Oyz$ . Acquisition à la caméra rapide avec un éclairage en transmission. Les études seront réalisées sur le bord de Plateau central entouré par deux vertex (ligne noire horizontale). L'épaisseur apparente du bord de Plateau  $e^{exp}(z, t)$  est initialement uniforme. c) Vue dans le plan  $Oxy$  acquise en caméra lente. Observation de la section du bord de Plateau à travers l'un des vertex collé sur une plaque en verre. Le bord de Plateau est en clair sur la photographie (entouré en rouge). Il est formé par l'intersection de trois cercles de même rayon. Le schéma montre la géométrie du bord de Plateau et le lien entre son rayon de courbure  $R$  et son épaisseur apparente  $e$  :  $R = 2/\sqrt{3}e$ . d) Courbe de calibration : le rayon de courbure du bord de Plateau  $R$  en fonction de l'épaisseur apparente expérimentale dans le plan  $Oyz$  :  $e^{exp}$ . Les deux longueurs sont proportionnelles. Dans cette exemple  $R = (1.08 \pm 0.02)e^{exp}$  avec une moyenne de 2% d'erreur.

#### 2.4.1.1 Matériel utilisé

L'imagerie du système se fait à l'aide de deux caméras. Une caméra lente (10im/s) est utilisée pour les vues dans le plan  $Oxy$ . Les images acquises ont une taille de 1280x1024pixels. Cette caméra est équipée d'un objectif permettant de faire des acquisitions avec une échelle d'environ 250pixels par millimètre. L'erreur systématique engendrée est de  $\pm 2$ pixels (figures 2.10.c et 2.5.b). Une caméra rapide est utilisée pour la vue dans le plan  $Oyz$ . Utilisée à des fréquences allant de 1000 à 7000im/s pour une définition de 1280x1024pixels. Cette caméra est équipée d'un objectif permettant de faire des acquisitions avec une échelle d'environ 20pixels par

millimètre. L'erreur systématique engendrée est de  $\pm 1$  pixel (figures 2.10.b et 2.5.b). L'éclairage du bord de Plateau se fait via une source lumineuse large placée en transmission. Cette source lumineuse est choisie pour ne pas chauffer le système et ainsi limiter l'évaporation des films.

Une fois capturées, les vidéos font l'objet d'un traitement d'image et d'une analyse afin d'en extraire les informations. Pour ce faire j'utilise le logiciel Image J et ses fonctions de base : amélioration de contraste, seuillage, obtention de diagrammes espace-temps et de moyennes temporelles en intensité lumineuse. Les images traitées par Image J sont ensuite importées sous le logiciel de programmation matriciel Matlab<sup>®</sup> afin d'automatiser des traitements sur toute la durée des vidéos.

### 2.4.1.2 Mesure du rayon de courbure $R$

Dans le plan  $Oyz$  (figure 2.10.b) le bord de Plateau apparaît comme une ligne noire sur fond clair. La mesure de l'épaisseur de cette ligne noire est effectuée après seuillage des images. Cette mesure donne accès à l'épaisseur effective expérimentale du bord de Plateau  $e^{exp}(z, t)$  le long du bord de Plateau (sur l'axe  $Oz$ ) et au cours du temps. Une mesure de l'évolution temporelle de l'épaisseur locale du bord de Plateau peut être réalisée sur un diagramme espace-temps. Ce diagramme est tracé en un point  $z$  et donne l'évolution selon l'axe  $Oy$  et le temps. C'est donc une mesure de  $e^{exp}(t)$  en un point  $z$  fixé.

La caméra lente permet d'observer une section du bord de Plateau dans le plan ( $Oxy$ ) (figure 2.10c). Le bord de Plateau et les films sont observés au travers d'une plaque en verre transparente placée contre un des triangles du cadre (le vertex est collé à la plaque), ils apparaissent en gris clair et ils sont entourés de gris foncé. Cette méthode permet d'observer la section du bord de Plateau au point où elle est minimale. La géométrie en coupe transversale du bord de Plateau est particulière (figure 2.10c) et est modélisée comme la surface dessinée par trois cercles de même rayon  $R$  en contact tangentiel.  $R$  est relié à une épaisseur effective du bord de Plateau  $e$  via la relation  $R = 2/\sqrt{3}e$ .

Du fait de la géométrie particulière d'un bord de Plateau, la mesure de son épaisseur dépend du système optique (distance source lumineuse - bord de Plateau, étendue de la source lumineuse et traitement d'image). Afin de réaliser des mesures précises du rayon de courbure du bord de Plateau, on réalise une étape de calibration avant toutes les séries d'expériences. Durant les dix premières secondes après sa création, le bord de Plateau initialement très épais s'amincit de manière homogène sur toute sa longueur, vers une épaisseur d'équilibre. On mesure simultanément l'épaisseur  $e^{exp}(t)$  obtenue en caméra rapide et l'épaisseur  $e(t)$  obtenue en caméra lente durant la phase d'amincissement du bord de Plateau. Connaissant le lien entre  $e$  et  $R$ , on peut remonter à la relation qui relie  $e^{exp}$  et  $R$  via une courbe de calibration. Un exemple de ces courbes est représenté sur la figure 2.10d. On observe une relation de proportionnalité entre  $R$  et  $e^{exp}$  avec un facteur de proportionnalité proche de  $2/\sqrt{3} \simeq 1.15$ .

Durant les expériences, je mesure  $e^{exp}(z, t)$  via la caméra rapide dans le plan ( $Oyz$ ) et la courbe de calibration permet d'en déduire  $R(z, t)$  le long du bord de Plateau et au cours du temps.

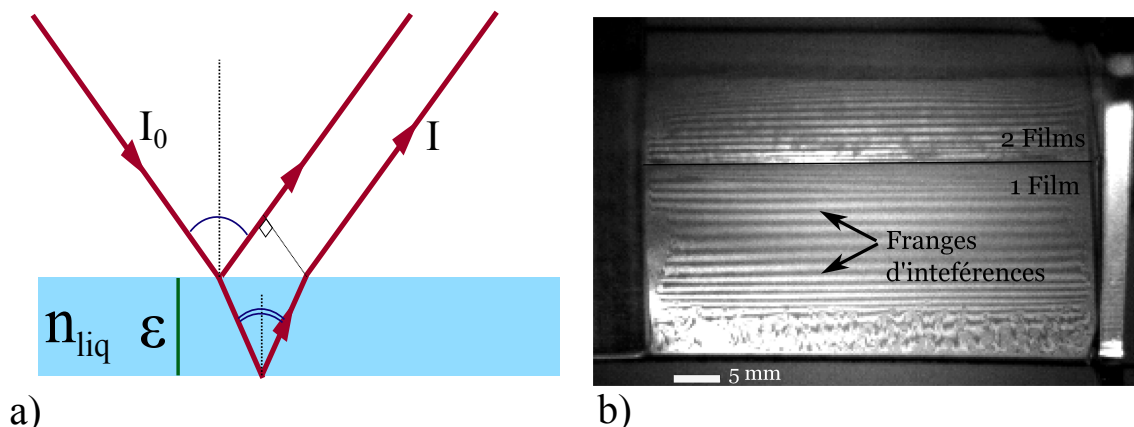
## 2.4.2 Épaisseur d'un film de savon

### 2.4.2.1 Principe de l'interférométrie

L'interférométrie est bien adaptée à la mesure de l'épaisseur micrométrique des films de savon [102]. Un film de savon est une lame micrométrique à faces parallèles d'indice optique  $n_{liq}$  proche de celui de l'eau pure. Un rayon lumineux en incidence normale est réfléchi par la double interface liquide - gaz avec une intensité  $I = 2I_0(1 + \cos(\frac{4\pi n_{liq}e}{\lambda}))$ . L'intensité lumineuse est donc une fonction périodique de l'épaisseur du film pour une longueur d'onde donnée et



peut être utilisée pour remonter à l'épaisseur locale du film. Un schéma des trajets lumineux dans un film mince de liquide est représenté sur la figure 2.11a.



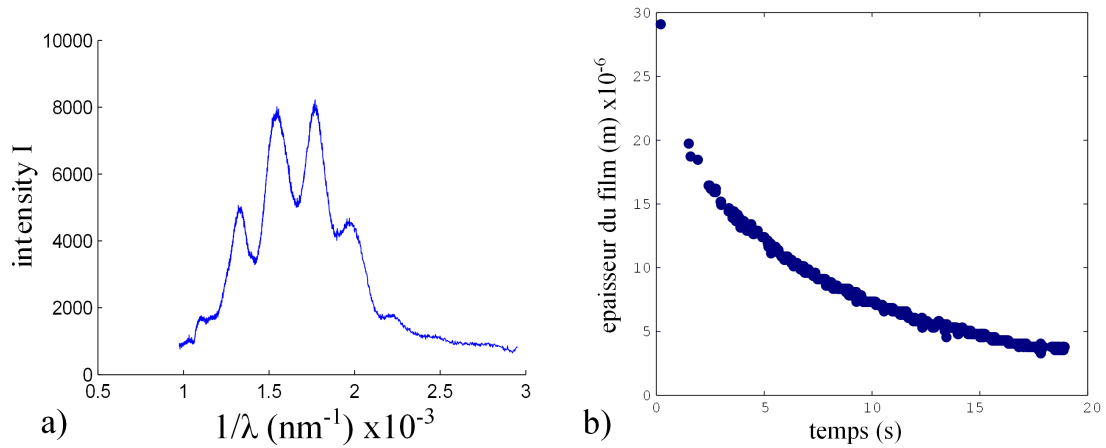
**Figure 2.11** – a) Schéma de principe du trajet de rayons lumineux dans un film de savon d'indice optique  $n_{liq}$  conduisant à l'observation d'interférence et de la mesure de son épaisseur  $\epsilon$ . Représentation avec un angle d'incidence pour permettre la visualisation du trajet complet du rayon lumineux. b) Photographie des franges d'interférence d'un film de savon observé avec une lumière cohérente monochromatique étendue et en réflexion.

### 2.4.2.2 Application en lumière monochromatique

Pour une source lumineuse monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ , l'intensité  $I$  est maximale lorsque  $\frac{n_{liq}\epsilon}{\lambda}$  est un nombre demi entier ou un entier. Cela se remarque sur un film de savon par l'apparition de franges sombres et claires. Chaque frange représente une ligne d'isoépaisseur du film. L'alternance de ces franges révèle une variation relative de l'épaisseur du film, quatre franges (deux sombres et deux claires) correspondent à une variation d'épaisseur de  $\lambda/n_{liq}$ . Dans ce cas, la mesure de l'épaisseur est relative, il faut connaître l'épaisseur du film en un point pour la connaître sur l'ensemble du film observé. Le montage expérimental pour réaliser cette observation est représenté sur la figure 2.5c. Un faisceau laser monochromatique cohérent (laser He-Ne à  $\lambda = 543\text{nm}$ ) est éclaté par un diffuseur et est placé en réflexion par rapport à la caméra rapide. La figure 2.11b est une photographie d'un film vertical obtenue par cette méthode.

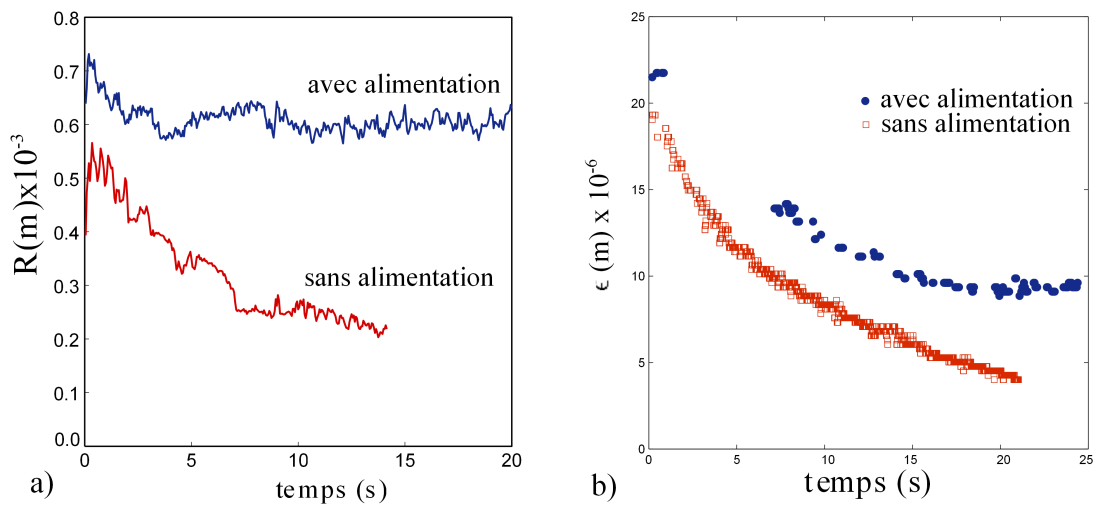
### 2.4.2.3 Application en lumière blanche

Afin d'avoir une mesure absolue de l'épaisseur d'un film au cours du temps, on utilise un spectromètre commercial (USB2000+, Océan Optic). Cet outil émet un faisceau en lumière blanche focalisé pour une mesure locale (sur un disque dont le diamètre est de 1mm). Le rayon lumineux réfléchi par le film est capté et analysé. La figure 2.12a représente un spectre d'intensité obtenu au centre d'un film à un temps donné. L'intensité est tracée en fonction de  $1/\lambda$  afin d'obtenir une courbe périodique. La période de cette courbe est calculée via une transformée de Fourier et permet de remonter à l'épaisseur absolue en ce point. Le spectromètre a une fréquence d'acquisition maximale de 1000 spectres par seconde ce qui permet de suivre l'épaisseur du film vertical sous le bord de Plateau au cours du temps (figure 2.12b). Il est utilisé pour mesurer des épaisseurs supérieures à  $1\mu\text{m}$ . La précision de l'instrument est de 250nm. Les mesures sont réalisées à une fréquence de 10ms pour avoir une mesure sur des temps de l'ordre de la dizaine de secondes.



**Figure 2.12** – a) Intensité lumineuse  $I$  (en unité arbitraire) en fonction de  $1/\lambda$ . Cette courbe périodique permet de calculer l'épaisseur absolue du film par une transformée de Fourier. b) Exemple de mesure de l'épaisseur d'un film de savon vertical après sa création. Amincissement du film sur un temps caractéristique de 10s environ.

### 2.4.3 Dimensions caractéristiques avec et sans alimentation



**Figure 2.13** – a) Rayon de courbure moyenné sur toute la longueur du bord de Plateau en fonction du temps pour un système avec alimentation (en bleu) et sans alimentation (en rouge). b) Épaisseur au centre du film vertical en fonction du temps pour un système avec alimentation (en bleu) et sans alimentation (en rouge)

Au repos, un film de liquide vertical draine, le liquide s'écoule du haut vers le bas. Le film est donc plus fin en haut. Les franges d'interférence mettent en évidence ce gradient d'épaisseur. La figure 2.13b montre que le film s'amincit de  $30\mu\text{m}$  à  $4\mu\text{m}$  durant un temps caractéristique de 10secondes. On attendra donc 10 secondes après la formation des films pour démarrer les expériences en drainage libre.

L'effet du drainage forcé sur la mesure du rayon de courbure du bord de Plateau et sur la mesure de l'épaisseur des films de savon se caractérise par des épaisseurs plus grandes et une saturation vers des valeurs d'équilibre. La figure 2.13 représente la moyenne du rayon de courbure  $R$  du bord de Plateau sur toute sa longueur (a) et l'épaisseur au centre du film vertical  $\epsilon$  (b) en fonction du temps. En rouge sont représentées des mesures pour un système sans

alimentation. On observe que  $R$  et  $\epsilon$  décroissent sur un temps caractéristique de l'ordre de 10s. En bleu, sont représentées les mesures pour un système avec alimentation. On observe que  $R$  et  $\epsilon$  décroissent avec le temps et atteignent une valeur d'équilibre après 5s et 15s respectivement. Bien que la mesure du rayon de courbure soit une moyenne sur toute la longueur du bord de Plateau, des fluctuations apparaissent à cause de la résolution spatiale des images. Ces fluctuations sont le fruit d'une variation de l'épaisseur sur un pixel. Alimenter le bord de Plateau en solution permet donc de fixer le rayon de courbure du bord de Plateau et de ralentir le drainage dans les films. Le film finira par rompre sous l'effet de perturbations extérieures (poussières, courant d'air...)

## 2.5 Conclusion

J'ai élaboré un dispositif expérimental pour réaliser de manière reproductible et contrôlée une cellule élémentaire de mousse composée d'un bord de Plateau horizontal centimétrique soutenu par trois films. Ce bord de Plateau stable durant plusieurs dizaines de secondes est homogène en rayon de courbure. Trois solutions différentes de tensioactifs permettent de modifier la viscosité dynamique ou la viscosité de surface des solutions indépendamment et sans variation significative de leurs masses volumiques et leurs tensions de surface. Ces solutions sont caractérisées et seront utilisées pour les différentes études.



## CHAPITRE 3

### ÉCOULEMENTS RAPIDES DANS UN BORD DE PLATEAU



3.1	Matériels et méthodes . . . . .	<b>58</b>
3.1.1	Création d'un bord de Plateau . . . . .	58
3.1.2	Dépôt d'une goutte . . . . .	58
3.1.2.1	Création et caractérisation des gouttes . . . . .	58
3.1.2.2	Protocole de dépôt . . . . .	59
3.1.3	Solutions utilisées . . . . .	60
3.1.4	Paramètres de contrôle . . . . .	60
3.2	Étude de la coalescence . . . . .	<b>61</b>
3.2.0.1	Description de la coalescence . . . . .	61
3.2.0.2	Mesures du temps de coalescence . . . . .	62
3.2.0.3	Discussion . . . . .	62
3.3	Redistribution de liquide dans le bord de Plateau . . . . .	<b>64</b>
3.3.1	Description générale . . . . .	64
3.3.2	Régime inertiel (1) . . . . .	66
3.3.2.1	Description . . . . .	66
3.3.2.2	Mesures : Profil d'épaisseur et vitesse du front . . . . .	68
3.3.3	Modélisation du régime inertiel . . . . .	71
3.3.3.1	Approche en loi d'échelle . . . . .	71
3.3.3.2	Approche globale en ressaut hydraulique capillaire . . . . .	72
3.3.3.3	Approche locale en ressaut hydraulique capillaire . . . . .	75
3.3.4	Régime dissipation visqueux (2) . . . . .	82
3.3.4.1	Description . . . . .	82
3.3.4.2	Mesures d'étalement . . . . .	83
3.3.4.3	Interprétation du régime visqueux . . . . .	84
3.3.5	Transition régime inertiel - régime visqueux . . . . .	85
3.3.5.1	Étalement d'une goutte à la transition . . . . .	85
3.3.5.2	Interprétation de la transition . . . . .	87
3.3.5.3	Application aux mousses liquides . . . . .	89
3.4	Conclusion . . . . .	<b>90</b>
3.5	Compléments . . . . .	<b>91</b>
3.5.1	Passage d'un ressaut capillaire dans un vertex . . . . .	91
3.5.2	Rayon minimal de gouttes alimentant un ressaut hydraulique capillaire	95
3.5.3	Influence de la mobilité de surface (3) . . . . .	96
3.5.3.1	Description . . . . .	96
3.5.3.2	Mesures et discussions . . . . .	97
3.5.4	Rôle de la gravité dans l'évacuation du liquide . . . . .	99

---

---

Je m'intéresse dans ce chapitre aux écoulements transitoires dans les mousses liquides, et plus spécifiquement à la dynamique de redistribution d'une inhomogénéité de liquide au sein du réseau de bords de Plateau, de films et de vertex. Pour réaliser mon étude, j'élabore une expérience dans laquelle je largue une goutte millimétrique au-dessus d'un bord de Plateau de longueur centimétrique unique et horizontal (description du dispositif et des protocoles expérimentaux dans la section 3.1). Trois différentes étapes sont alors observées [3] :

1. La goutte chute entre deux films inclinés avant de rebondir sur le bord de Plateau et les deux films, puis elle se stabilise en se posant sur le bord de Plateau. Un film d'air mince est créé entre la goutte et le bord de Plateau durant les derniers instants de la chute. Ce film mince de lubrification est évacué par la pression exercée par le poids de la goutte (sur des temps de l'ordre de quelques millisecondes). Une fois que le film d'air est totalement évacué le contact entre la goutte et le bord de Plateau se crée. Cette première étape ne sera pas plus décrite dans la suite.
2. Le contact entre la goutte et le bord de Plateau entraîne la fusion des deux objets liquides : on parle de coalescence. Durant la coalescence, la goutte pénètre le bord de Plateau et une portion avoisinante des films. Ceci forme, sur des temps très courts, une inhomogénéité de liquide spatialement localisé. Le rayon de courbure du bord de Plateau n'est plus homogène sur tout son long. Cette étape dure le temps que la goutte soit complètement incorporée dans le bord de Plateau et dans les films. Elle se produit sur des temps de l'ordre de 10 ms (mesures et discussion dans la section 3.2). On remarque aussi, que la coalescence génère une onde de flexion qui se propage dans le bord de Plateau (étude des ondes dans les bords de Plateau et dans les films au chapitre 4).
3. L'inhomogénéité de liquide dans le bord de Plateau et les films y est redistribuée. La redistribution se fait principalement de part et d'autre de la goutte dans le bord de Plateau horizontal mais aussi, dans certain cas, via le film situé en dessous du bord de Plateau. Le comportement de la redistribution via le bord de Plateau et les films change selon le rayon de courbure du bord de Plateau, le rayon de la goutte et la solution de tensioactif utilisée (mesures et discussion dans la section 3.3).

## 3.1 Matériels et méthodes

Le dispositif expérimental consiste à créer un bord de Plateau unique et horizontal soutenu par trois films de savon. Ce bord de Plateau est perturbé localement par l'ajout d'une goutte de solution. La goutte est déposée au-dessus du bord de Plateau entre deux films inclinés. Les phénomènes observés se produisant sur des temps de l'ordre de la milliseconde, l'imagerie du bord de Plateau se fera à l'aide d'une caméra rapide.

### 3.1.1 Création d'un bord de Plateau

En suivant le protocole expérimental défini au chapitre 2 section 2.2.1, on crée un bord de Plateau et trois films en configuration Y (deux films inclinés par rapport à l'horizontale en haut, un film vertical en bas). Le bord de Plateau est central et en position horizontale. De chaque côté de ce bord de Plateau se trouve un vertex.

Le bord de Plateau est alimenté en liquide à débit constant,  $Q$ . Ceci permet de fixer le rayon de courbure initial du bord de Plateau,  $R_i$ , sur toute sa longueur. Le rayon de courbure du bord de Plateau initial est varié de 0.1mm à 1.3mm.

Sauf si mentionné, la longueur du bord de Plateau est comprise entre 3.5cm et 5cm et la largeur des films est égale à 1.5cm. Aucun effet de ces paramètres n'a été observé sur les études de ce chapitre.

### 3.1.2 Dépôt d'une goutte

#### 3.1.2.1 Création et caractérisation des gouttes

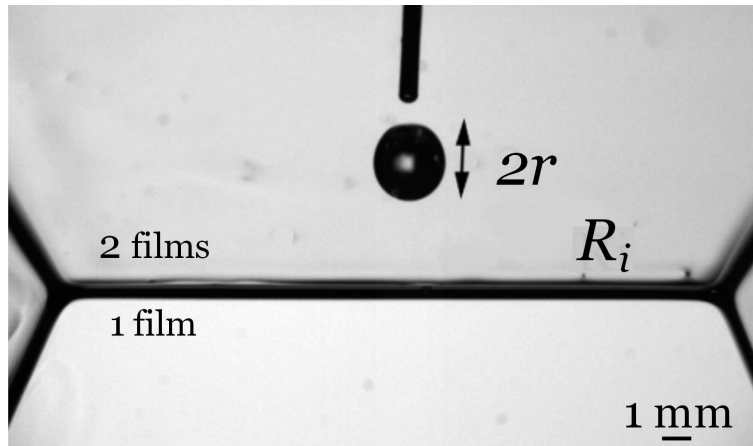
La goutte est créée avec une seringue raccordée à une aiguille de diamètre choisi. Le rayon de la goutte, noté  $r$ , varie avec le diamètre de l'aiguille et est mesuré a posteriori. Une fois la goutte larguée, elle adopte une forme sphérique durant sa chute. Une mesure du rayon de la goutte est effectuée sur chaque vidéo durant la chute. La mesure est réalisée sous image J en ajustant un cercle au pourtour de la goutte. La valeur de  $r$  est une valeur moyenne sur cinq mesures de rayon à des instants différents de la chute et l'erreur est donnée par l'écart type de ces cinq mesures, elle vaut 5%.

Le rayon d'une goutte créée par une seringue est limité par la longueur capillaire ( $L_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}} \simeq 1\text{mm}$  pour l'eau). Pour faire des gouttes très grosses, plusieurs gouttes sont créées très proches les unes des autres dans le but qu'elles coalescent entre elles avant de coalescer avec le bord de Plateau. Pour faire des gouttes très petites, un fil de diamètre 0.1mm (un cheveu) est trempé dans la solution. Des gouttelettes se forment sur le fil et leur taille est de l'ordre du diamètre du fil. Le fil est ensuite vibré (tel une corde vibrante) et des gouttes sont éjectées. Le rayon des gouttes après l'éjection est variable du fait de la violence de la secousse.

Le rayon de la goutte,  $r$ , est varié de 0.2 mm à 1.8 mm. Il est inutile d'élargir cette gamme. En effet, un apport trop important en liquide perturbe la redistribution du liquide dans le bord de Plateau et les films (voir section 3.5.4) et un apport trop faible ne permet pas de réaliser les observations de la redistribution du liquide dans le bord de Plateau (voir section 3.5.2).

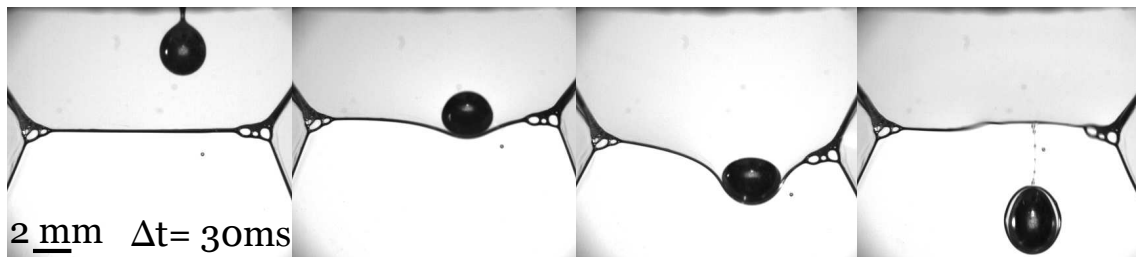


## 3.1.2.2 Protocole de dépôt



**Figure 3.1** – Dépôt d’une goutte de rayon  $r$  au dessus d’un bord de Plateau de rayon de courbure  $R_i$ . Observation du bord de Plateau et des films en configuration Y avec une caméra rapide et un éclairage en transmission.

La goutte chute entre les deux films inclinés situés au-dessus du bord de Plateau. La seringue et son aiguille sont maintenues à une position fixe pour que toutes les gouttes chutent à mi-longueur du bord de Plateau. La hauteur de chute est de quelques millimètres. En effet, si une goutte suffisamment grosse est larguée de plusieurs centimètres de haut elle acquiert suffisamment d’énergie cinétique pour ne pas être stoppée par le bord de Plateau. Elle traverse alors le bord de Plateau ainsi que le film vertical, sous le bord de Plateau, en formant une anti-bulle. C’est à dire que la goutte est enrobée d’une couche d’air, elle-même prise au piège dans un film de liquide (figure 3.2) [103]. Ce phénomène ne sera pas plus étudié par la suite mais il limite la hauteur de chute de la goutte dans nos expériences à quelques millimètres.



**Figure 3.2** – Formation d’une antibulle dans le film sous le bord de Plateau lors de la traversée d’une goutte [103]. Solution B1.

### 3.1.3 Solutions utilisées

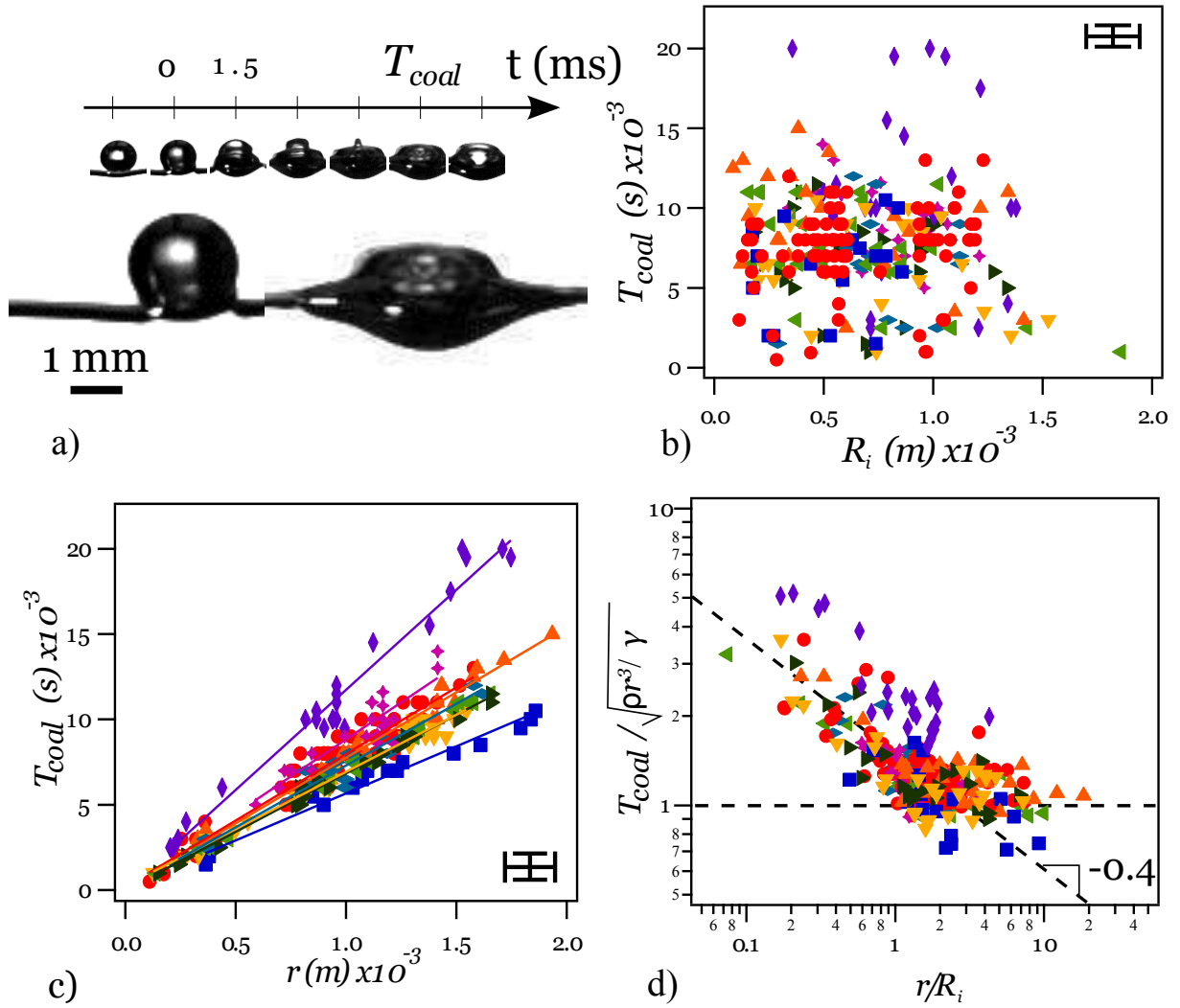
Pour cette expérience on utilise les solutions A, B et C décrites et caractérisées dans le chapitre 2 section 2.3. La solution A est une solution d'eau et de liquide vaisselle industriel. Les solutions B sont des solutions d'eau et de TTAB dérivées par un ajout de glycérine à différentes concentrations. La viscosité des solutions B varie sur un facteur 30 sans que la viscosité de surface, la tension de surface et la masse volumique ne changent significativement. Les solutions C sont des solutions d'eau, de SLES et de CAPB pour lesquelles est ajouté un acide MAc ou un acide LAc afin de faire varier la viscosité de surface sans modification importante de la viscosité, de la tension de surface et de la masse volumique.

### 3.1.4 Paramètres de contrôle

Avec ce dispositif expérimental et les solutions utilisées nous pouvons faire varier les différents paramètres comme suit :

- Le rayon de courbure initial du bord de Plateau avant perturbation,  $R_i$ , de 0.1mm à 1.3mm (facteur 13).
- Le rayon de la goutte,  $r$ , de 0.2mm à 1.8mm (facteur 9)
- La masse volumique de la solution,  $\rho$ , de 980kg/m<sup>-3</sup> à 1190kg.m<sup>-3</sup> (facteur 1.2)
- La viscosité dynamique de la solution,  $\eta$ , de 0.9mPa.s à 27.8mPa.s (facteur 31)
- La tension de surface de la solution,  $\gamma$ , de 20mN.m<sup>-1</sup> à 38mN.m<sup>-1</sup> (facteur 1.9)
- La viscosité de surface de la solution,  $\eta^*$ , de 0.080mPa.m.s à 1.37mPa.m.s (facteur 17)

## 3.2 Étude de la coalescence



**Figure 3.3** — a) Séquence d'images de la coalescence. Utilisation de la solution A. Le temps de coalescence est défini comme le temps qui sépare le contact de la goutte avec le bord de Plateau et les film de l'aplatissement du sommet de la goutte, moment où toute la goutte semble incorporée dans le bord de Plateau. b) Temps de coalescence  $T_{coal}$  en fonction du rayon de courbure initial du bord de Plateau,  $R_i$ . c) Temps de coalescence  $T_{coal}$  en fonction du rayon de la goutte,  $r$ . On impose une interpolation linéaire de type  $T_{coal}(s) = ar(m)$  les coefficients  $a$  sont répertoriés dans le tableau 3.1. d) Temps de coalescence adimensionné  $T_{coal} / \sqrt{pr^3/\gamma}$  en fonction du rapport  $r/R_i$  en échelle logarithmique. Pour  $r > R_i$  le temps de coalescence est de l'ordre du temps capillaro-inertiel  $\sqrt{pr^3/\gamma}$ . Pour  $r < R_i$  une loi de puissance ajuste les mesures avec un exposant  $(-0.4 \pm 0.1)$ . Les symboles et couleurs sont répertoriés dans le tableau 2.1 de la section 2.3. Les croix représentent l'erreur estimée sur les mesures induites par la résolution spatiale et temporelle des vidéos. L'erreur sur les mesures est de l'ordre de 10%.

### 3.2.0.1 Description de la coalescence

Lorsque la goutte rentre en contact avec le bord de Plateau, ils fusionnent pour ne former qu'un seul objet de liquide : c'est la coalescence (figure 3.3a). C'est un phénomène rapide, d'une dizaine de millisecondes, durant lequel la goutte est déformée. La déformation se propage du bas de la goutte et atteint son sommet ce qui entraîne, comme on l'observe sur nos images, un aplatissement du sommet pouvant correspondre à un changement de courbure local. Il peut arriver qu'une gouttelette soit expulsée de la goutte à ce moment là.

### 3.2.0.2 Mesures du temps de coalescence

On définit le temps de coalescence comme la durée qui sépare l’instant de la mise en contact de la goutte avec le bord de Plateau et les films de l’instant où l’on observe l’aplatissement du sommet de la goutte. Ce temps caractéristique, noté  $T_{coal}$ , est mesuré pour toutes les solutions avec une précision de  $\pm 0.5\text{ms}$  induite par la résolution temporelle des vidéos. Cette mesure est effectuée en variant  $R_i$  et  $r$  systématiquement. Ceci est réalisé pour toutes les solutions donc en variant la viscosité dynamique et la viscosité de surface (figure 3.3b et c).

La représentation de  $T_{coal}$  en fonction de  $R_i$  (figure 3.3b) montre qu’aucun effet de  $R_i$  n’est révélé sur le temps de coalescence dans notre gamme de paramètres. L’ensemble des points de toutes les solutions se mélangent dans une gamme de temps compris entre 1ms et 20ms.

La représentation de  $T_{coal}$  en fonction de  $r$  pour une solution donnée (figure 3.3c) met en avant une relation entre le temps de coalescence et le rayon de la goutte. Dans notre gamme de paramètres cette relation peut être interpolée comme une relation linéaire. On obtient par ajustement des données avec une loi de type  $T_{coal} \text{ (ms)} = ar \text{ (mm)}$  avec les coefficients  $a$  répertoriés dans le tableau 3.1. La viscosité dynamique n’a pas d’effet significatif sur le temps de coalescence. Malgré un facteur 30 sur la viscosité des solutions B, le coefficient  $a$  ne varie que d’un facteur 1.6 sans qu’aucune tendance ne ressorte. Pour la solution de plus grande viscosité de surface (solution C2) la pente de  $T_{coal}(r)$  est plus grande que pour les autres solutions d’un facteur 1.5 par rapport à la tendance moyenne malgré un facteur 10 sur la viscosité de surface. Il est donc difficile d’estimer un effet de la rhéologie de surface sur le temps de coalescence.

solution	$T_{coal}/r \text{ (s/m)}$
A	$7.80 \pm 0.32$
B1	$5.51 \pm 0.21$
B2	$7.68 \pm 0.27$
B3	$6.70 \pm 0.21$
B4	$6.85 \pm 0.16$
B5	$7.07 \pm 0.09$
B6	$9.01 \pm 0.36$
C1	$8.68 \pm 0.87$
C2	$11.69 \pm 1.53$

**Table 3.1** – Résultats des interpolations linéaires pour les solutions A, B et C.

### 3.2.0.3 Discussion

La coalescence est gouvernée par la capillarité qui tend à diminuer la surface du système goutte - bord de Plateau. D’après les mesures, le temps nécessaire pour que la goutte et le bord de Plateau coalescent complètement fait intervenir le rayon de la goutte. La viscosité du liquide ne semble pas jouer de rôle important. Le temps de coalescence ne peut pas être de type capillaro-visqueux ( $\frac{\eta r}{\gamma}$ ). On néglige les effets de la rhéologie de surface au premier ordre car ils n’interviennent que pour une solution particulière. Ici, des gouttes millimétriques coalescent avec des bords de Plateau de rayons de courbures micrométriques. Les longueurs caractéristiques du système sont inférieures ou égales à la longueur capillaire (de l’ordre du millimètre) donc on suppose que les effets capillaires dominent les effets gravitaires. On peut définir, par analyse dimensionnelle, un temps capillaro-inertiel  $\sqrt{\rho r^3/\gamma}$ . Le temps de coalescence peut être exprimé comme  $T_{coal} = \sqrt{\rho r^3/\gamma} f(r/R_i)$  avec  $f(r/R_i)$  une fonction sans dimension du

nombre adimensionné  $r/R_i$ . Le rapport des longueurs,  $r/R_i$ , compare le rayon de la goutte et le rayon de courbure du bord de Plateau. Il permet de mettre en avant un effet complémentaire de la géométrie du système sur le temps de coalescence.

La figure 3.3d représente en échelle logarithmique le temps de coalescence adimensionné par le temps capillaro-inertiel en fonction du rapport des longueurs  $r/R_i$ . Pour les gouttes grosses devant le rayon de courbure du bord de Plateau ( $r > R_i$ ) le temps de coalescence est de l'ordre du temps capillaro-inertiel  $\sqrt{\rho r^3/\gamma}$ . Le rayon de courbure du bord de Plateau n'intervient pas sur le temps de coalescence. Pour les gouttes dont le rayon est plus petit que le rayon de courbure du bord de Plateau, ( $r < R_i$ ), le temps de coalescence est plus long que le temps capillaro-inertiel. Le temps de coalescence adimensionné suit une loi de puissance d'exposant  $(-0.4 \pm 0.1)$  en fonction du rapport  $r/R_i$ . Le temps de coalescence peut donc s'exprimer d'après les observations expérimentales comme :  $T_{coal} \propto \sqrt{\rho r^3/\gamma} \cdot (r/R_i)^{-0.4}$ . En prenant en compte la marge d'erreur, la puissance obtenue pour le paramètre  $r$  est de l'ordre de 1 ce qui est cohérent avec les observations de la figure 3.3c dans notre gamme de paramètres. On peut imaginer que la goutte coalesce alors avec la surface courbée du bord de Plateau. La géométrie particulière du bord de Plateau intervient sur le temps de coalescence.

Le comportement des solutions C1 et C2, de faible viscosité de surface  $\eta^*$ , est comparable aux autres solutions. La viscosité de surface ne semble pas intervenir de façon significative.

La coalescence d'une goutte de liquide avec un bord de Plateau se décrit de manière similaire à la coalescence d'une goutte avec un bain plan de liquide pour les grosses gouttes de solution à interface mobile. Cette coalescence est décrite par un temps caractéristique de l'ordre du temps capillaro-inertiel  $\sqrt{\rho r^3/\gamma}$  [104, 105]. Comme pour la coalescence d'une goutte sur un bain, la coalescence d'une goutte sur un bord de Plateau est dominée par les effets capillaires. Lorsque les gouttes sont assez petites les effets de la géométrie du bord de Plateau se font ressentir.

## 3.3 Redistribution de liquide dans le bord de Plateau

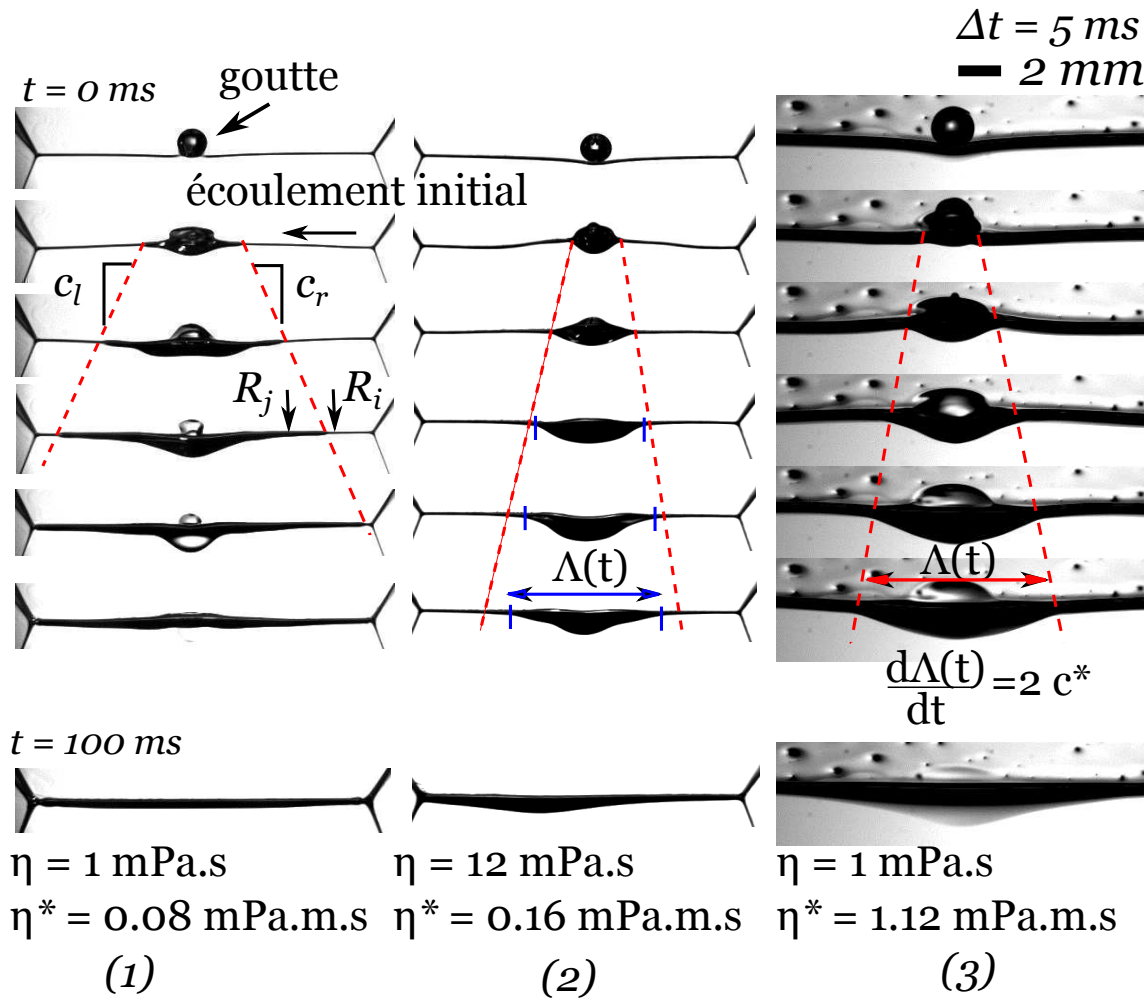
### 3.3.1 Description générale

Je m'intéresse ici à la redistribution de l'inhomogénéité de liquide dans le bord de Plateau horizontal.

Une fois que la goutte est incorporée dans le bord de Plateau, trois régimes de redistribution ont été observés en fonction de la physico-chimie des solutions :

- Pour les solutions de plus faibles viscosités et de faibles viscosités de surface, on observe une redistribution rapide du liquide. Cette redistribution prend la forme de deux sur-épaisseurs de liquide dont l'épaisseur est constante sur toute la longueur du bord de Plateau perturbé. Ces sur-épaisseurs se propagent avec une vitesse constante,  $c$ , de part et d'autre de la goutte le long du bord de Plateau initial ( $c \simeq 0.5 \text{ m.s}^{-1}$ ). Un front net sépare le bord de Plateau perturbé du bord de Plateau initial. Cette redistribution est d'autant plus rapide que le bord de Plateau est fin. On appellera ce régime : le régime inertiel (figure 3.4(1)). Ce régime est étudié expérimentalement dans la section 3.3.2 et théoriquement dans la section 3.3.3. Ce comportement est observé pour les solutions les moins visqueuses A-B1-B2-B3-B4.
- Pour les solutions les plus visqueuses et de faibles viscosités de surface, le profil d'épaisseur du bord de Plateau est graduel et continu, il ne présente plus un front net séparant la zone perturbée de la zone non perturbée. Cette inhomogénéité s'étale le long du bord de Plateau initial avec une vitesse d'étalement qui diminue dans le temps. Cette redistribution est d'autant plus lente que la goutte est petite. On nommera ce régime le régime de dissipation visqueuse (voir figure 3.4(2)). Ce régime est étudié expérimentalement dans la section 3.3.4. Ce comportement est observé pour les solutions les plus visqueuses B3-B4-B5-B6.
- Pour certaines expériences, réalisées avec les solutions de viscosité intermédiaire B3 et B4, le régime de dissipation visqueuse succède au régime inertiel au cours de la redistribution. Pour ces solutions une transition entre les deux régimes peut être observée en fonction de la perturbation et du bord de Plateau initial. Cette transition (non représentée sur la figure 3.4) est caractérisée dans la section 3.3.5. Dans les sections consacrées aux régimes inertiel et visqueux, seules les expériences exhibant uniquement l'un ou l'autre de ces deux régimes seront considérées. Les expériences qui présentent des comportements intermédiaires seront analysées dans la section 3.3.5.
- Pour les solutions de fortes viscosités de surface, lorsque la goutte coalesce avec les films et le bord de Plateau, la majorité du liquide est redistribuée par le bord de Plateau à vitesse constante,  $c^*$  ( $c^* \simeq 0.2 \text{ m.s}^{-1}$ ). Une partie du liquide semble figée dans les films, il sera lentement redistribué. C'est le régime dominé par la rhéologie de surface (voir figure 3.4(3)). L'étude expérimentale de ce régime est présentée dans la section 3.5.3. Cette étude étant moins aboutie que les autres, elle est présentée comme un complément et une ouverture intéressante pour la suite de mes travaux. Ce comportement est observé pour les solutions de plus grande viscosité de surface C1 et C2.

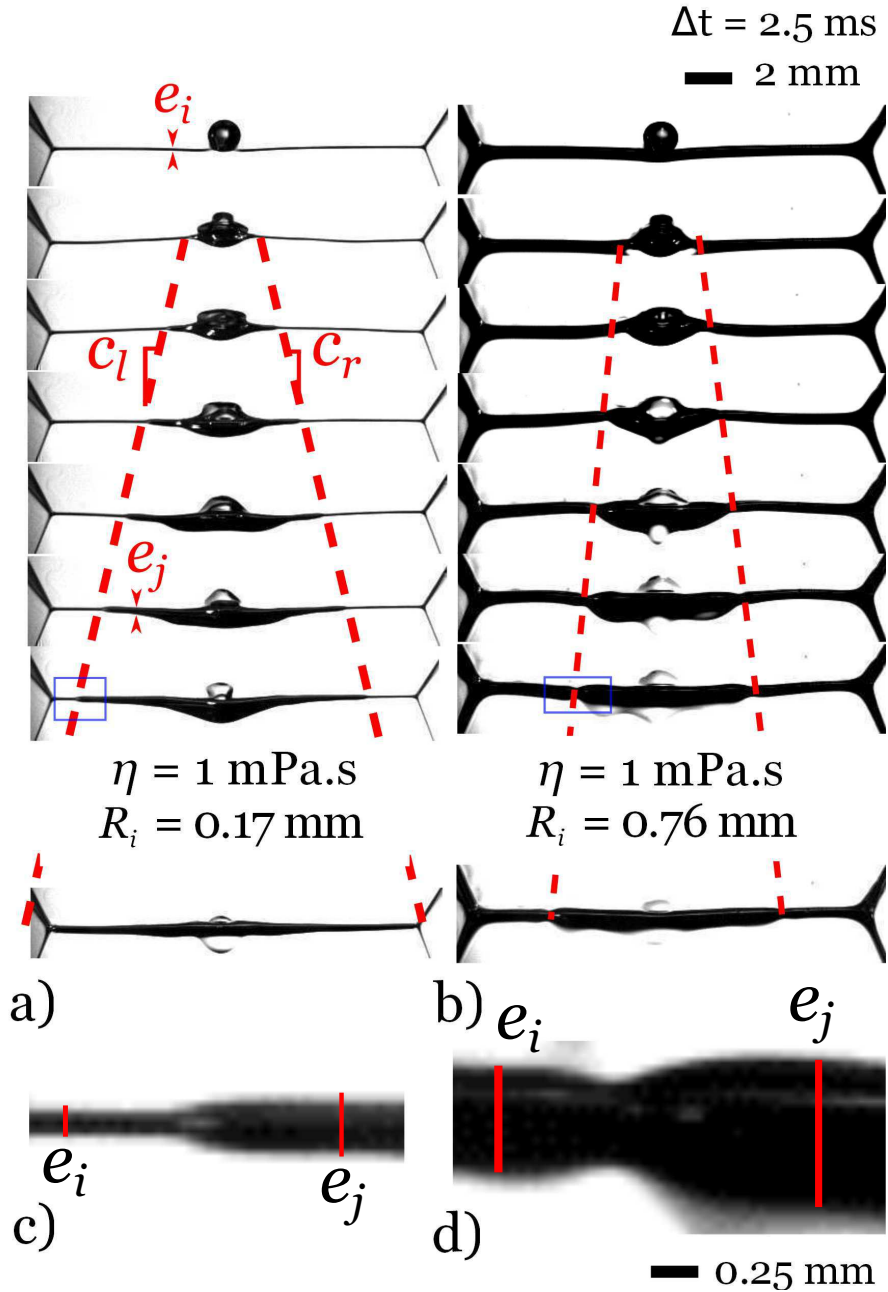
Dans la suite, je m'intéresse à chacun de ces trois régimes en apportant un intérêt particulier au régime d'écoulement inertiel jamais observé auparavant.



**Figure 3.4** – Observations expérimentales de la redistribution de liquide par un bord de Plateau horizontal soutenu par trois films. Le bord de Plateau est alimenté en liquide à débit constant de la droite vers la gauche des images. (1) Solution de faible viscosité et de faible viscosité de surface (Solution B1) : Deux sur-épaisseurs de liquide (de rayon de courbure  $R_j$  constant) se propagent de part et d'autre de la goutte dans le bord de Plateau initial. De chaque côté, un front sépare le bord de Plateau initial du bord de Plateau perturbé. Les lignes en pointillés indiquent la position des fronts. On distingue la vitesse du front qui se dirige vers la gauche  $c_l$  et la vitesse du front qui se dirige vers la droite  $c_r$ . La vitesse moyenne  $c = \frac{c_l + c_r}{2}$  est proche de  $0.5 \text{ m.s}^{-1}$ . Ici la goutte est entièrement évacuée en 25ms. (2) Solution de forte viscosité et de faible viscosité de surface (Solution B5) : Le profil d'épaisseur du bord de Plateau est graduel et ne révèle pas de front net. Les lignes en pointillés illustrent une vitesse d'évolution constante du paquet de liquide en se basant sur les deux premières images. Les bâtonnets bleus montrent la position réelle des bords du bord de Plateau perturbé. On note  $\Lambda(t)$  l'étalement de la perturbation. La goutte s'étale dans le bord de Plateau initial avec une vitesse qui ralentit dans le temps. Ici, la goutte est entièrement évacuée sur 100ms. (3) Solution de faible viscosité et de grande viscosité de surface (Solution C1) : Après coalescence, le liquide dans les films semble figé. Le reste du liquide est redistribué dans le bord de Plateau. Les lignes en pointillés indiquent la position des bords droit et gauche du paquet de liquide qui s'étale. La vitesse d'étalement est constante et de l'ordre de  $0.15 \text{ m.s}^{-1}$ . Ici, la goutte est entièrement évacuée sur 300ms.

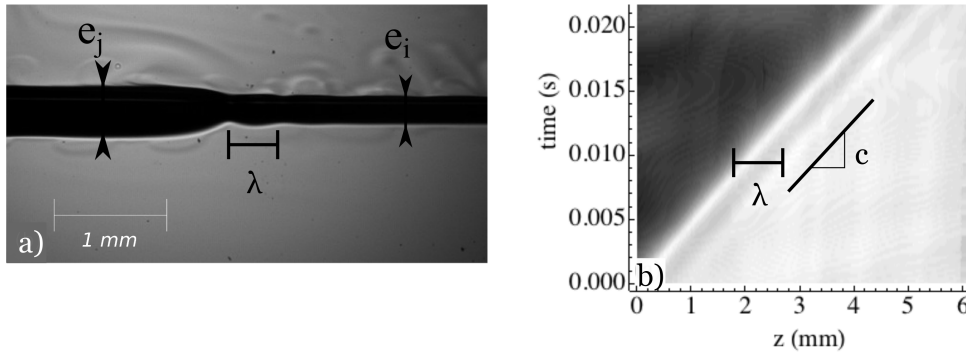
### 3.3.2 Régime inertiel (1)

#### 3.3.2.1 Description



**Figure 3.5** – Régime inertiel : Utilisation de la solution B1. a-b) Deux séquences d'images extraites de vidéos d'un bord de Plateau de rayon de courbure initial  $R_i$  en configuration Y après le dépôt d'une goutte de rayon  $r$ .  $\Delta t = 2.5 \text{ ms}$  entre deux images consécutives et  $5 \text{ ms}$  entre les deux dernières images de chaque séquence. Sur chaque séquence, deux sur-épaisseurs de liquide s'écoulent dans le bord de Plateau initial. De part et d'autre de la perturbation, un front net sépare le bord de Plateau perturbé du bord de Plateau initial. Les fronts se propagent avec des vitesses constantes :  $c_l$  vers la gauche et  $c_r$  vers la droite. Les lignes rouges en pointillés guident les yeux pour suivre les fronts. Le bord de Plateau perturbé possède un rayon de courbure constant  $R_j$  homogène. a)  $R_i = 0.17 \text{ mm}$  et  $r = 0.9 \text{ mm}$ . b)  $R_i = 0.76 \text{ mm}$  et  $r = 0.9 \text{ mm}$ . Plus le bord de Plateau est fin et plus la vitesse est importante. c-d) Grossissement numérique ( $\times 8$ ) de la zone du front encadrée par un rectangle bleu sur la séquence (a) et (b). Un front net sépare le bord de Plateau initial du bord de Plateau perturbé.





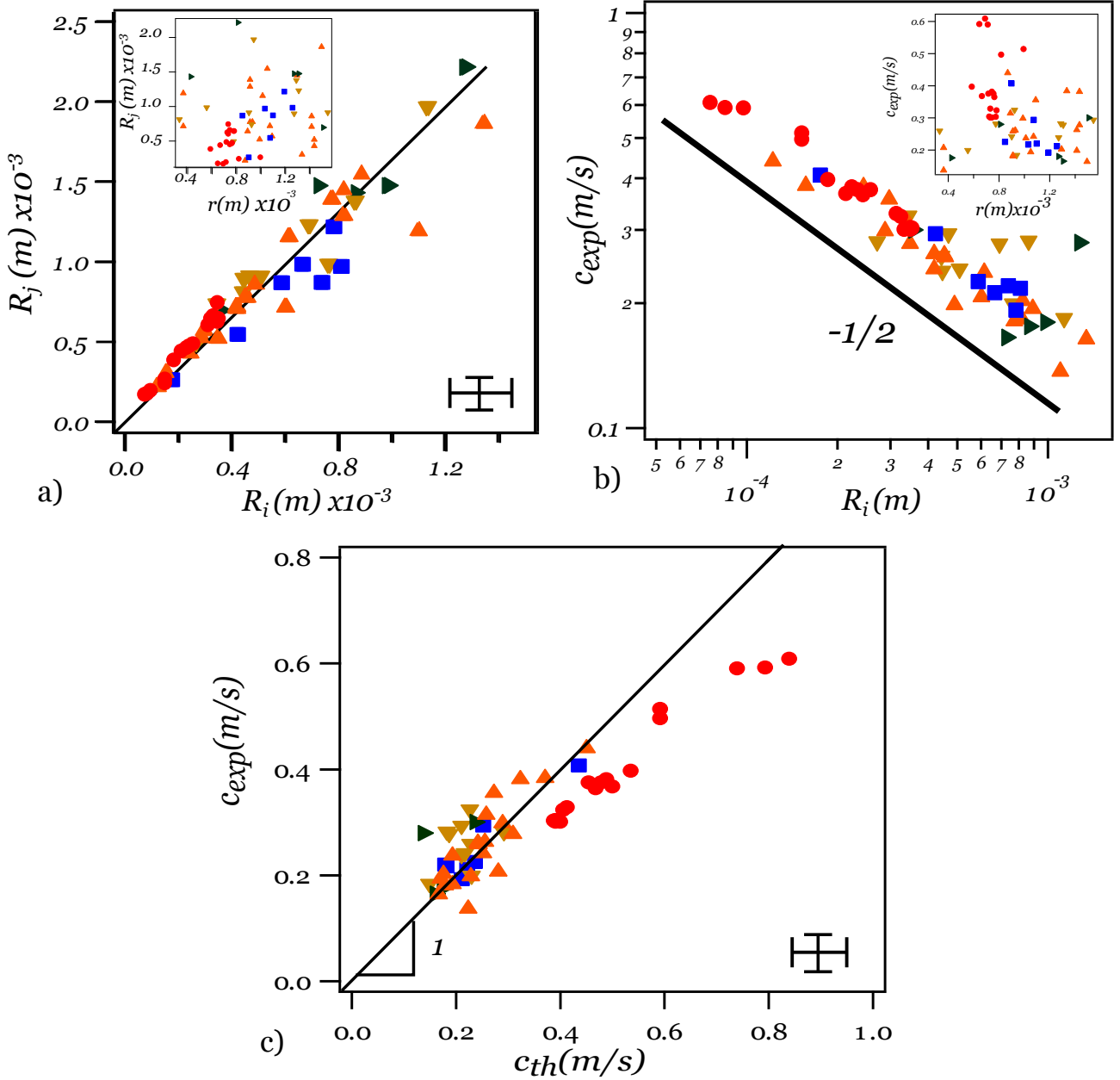
**Figure 3.6** – a) Observation à fort grossissement optique dans la zone du front. Solution A. Le profil d'épaisseur du bord de Plateau transite du bord de Plateau initial de rayon de courbure  $R_i$  vers le bord de Plateau perturbé de rayon de courbure  $R_j$  ( $R_j > R_i$ ) via quelques ondulations de l'épaisseur. On note  $\lambda$  la longueur d'onde de ces oscillations. b) Diagramme espace-temps de l'épaisseur du bord de Plateau le long de son axe principal  $Oz$  durant toute la traversée d'un bord de Plateau par un front. Le noir représente une épaisseur effective de bord de Plateau perturbé ( $e_j = 0.58\text{mm}$ ) et le gris clair une épaisseur effective de bord de Plateau initial ( $e_i = 0.22\text{mm}$ ). Le front est représenté par la frontière entre la zone claire et la zone sombre. Il se propage à vitesse constante. Dans la zone claire, une bande foncée longe la zone la plus sombre : des ondulations d'épaisseur sont présentes à l'avant du front. Ces ondulations sont stationnaires dans le référentiel du front.

Pour les solutions les moins visqueuses en volume et en surface la redistribution du liquide adopte une forme et une dynamique inattendues. Avant même que la coalescence entre la goutte et le bord de Plateau ne soit terminée, le liquide de la goutte est redistribué dans le bord de Plateau. Cette redistribution prend la forme de deux sur-épaisseurs de liquide de part et d'autre de la goutte. Le rayon de courbure du bord de Plateau perturbé est uniforme et supérieur au rayon de courbure initial du bord de Plateau. On note  $R_j$  le rayon de courbure du bord de Plateau perturbé avec  $R_j > R_i$  (figure 3.5).

Le bord de Plateau initial est séparé du bord de Plateau perturbé par un front nettement identifiable (figure 3.5b-c). Le profil d'épaisseur du bord de Plateau dans la zone du front est dessiné par des ondulations de l'épaisseur de longueur d'onde  $\lambda$  (figure 3.6a). La figure 3.6b est un diagramme espace - temps de l'épaisseur du bord de Plateau réalisé à partir de la vidéo représentée sur la figure 3.6a. La zone noire représente le bord de Plateau perturbé ( $R_j \simeq 0.67\text{mm}$ ) et la zone grise claire représente le bord de Plateau initial ( $R_i \simeq 0.25\text{mm}$ ). La transition entre les deux zones représente le front. On observe une alternance de bandes sombres et claires à l'avant du front. Ces bandes sont les ondulations de l'épaisseur du bord de Plateau. Les ondulations du profil d'épaisseur du bord de Plateau sont stationnaires dans le référentiel du front en mouvement. De plus, ce diagramme permet de voir que la vitesse de propagation d'un front est constante et d'environ  $0.2\text{m.s}^{-1}$ . On retrouve cette cinétique sur la figure 3.5. Du fait de l'alimentation en liquide pour contrôler  $R_i$ , les écoulements dans le bord de Plateau sont dissymétriques. On note  $c_l$  et  $c_r$  les vitesses des fronts qui se propagent respectivement vers la gauche et vers la droite. Ainsi la vitesse moyenne des fronts est définie par  $c = \frac{c_l + c_r}{2}$ . Cette vitesse est une vitesse de front "corrigée" qui supprime l'effet de l'écoulement initial induit par l'alimentation. On notera cette vitesse  $c_{exp}$  dans le cadre de l'étude expérimentale et  $c_{th}$  dans le cadre de l'étude théorique.

Les figures 3.5a-b sont des séquences d'images issues de deux vidéos de redistribution dans le régime inertiel. Dans la séquence d'images (a) le bord de Plateau ( $R_i = 0.17\text{mm}$ ) est plus fin que celui observé dans la séquence d'images (b) ( $R_i = 0.76\text{mm}$ ) à rayon de goutte fixé ( $r \simeq 1\text{mm}$ ). Dans les deux cas, la redistribution du liquide adopte la même géométrie de bord de Plateau. Toutefois, la vitesse moyenne des fronts est plus lente dans le cas du bord de Plateau le plus épais. On peut donc s'attendre à une relation entre le rayon de courbure initial du bord de Plateau et la vitesse des fronts.

## 3.3.2.2 Mesures : Profil d'épaisseur et vitesse du front



**Figure 3.7** – Solution A, B1, B2, B3 et B4. Symboles et couleurs répertoriés dans le tableau 2.1 du chapitre 2.3. La croix représente l'erreur estimée sur les mesures induite par la résolution spatiale et temporelle des vidéos. a)  $R_j$  en fonction de  $R_i$  pour toutes les mesures en régime inertiel. Une interpolation linéaire donne les pentes répertoriées dans le tableau 3.2. La droite tracée est de pente 1.8 et donne la tendance générale. Encart :  $R_j$  en fonction de  $r$  pour toutes les mesures dans le régime inertiel. Pas de corrélation évidente. b) Vitesse de propagation expérimentale  $c_{exp}$  en fonction de  $R_i$  en échelle logarithmique pour toutes les mesures du régime inertiel. Pour chaque solution, la série de mesure est ajustée par une loi de puissance d'exposant  $-1/2$ . Les préfacteurs sont répertoriés dans le tableau 3.2. Encart :  $c_{exp}$  en fonction de  $r$  pour toutes les mesures. c) Vitesse moyenne mesurée  $c_{exp}$  en fonction de la prédiction théorique  $c_{th}$  (équation (3.6)). La droite de pente 1 guide l'œil pour comparer les expériences avec le modèle.

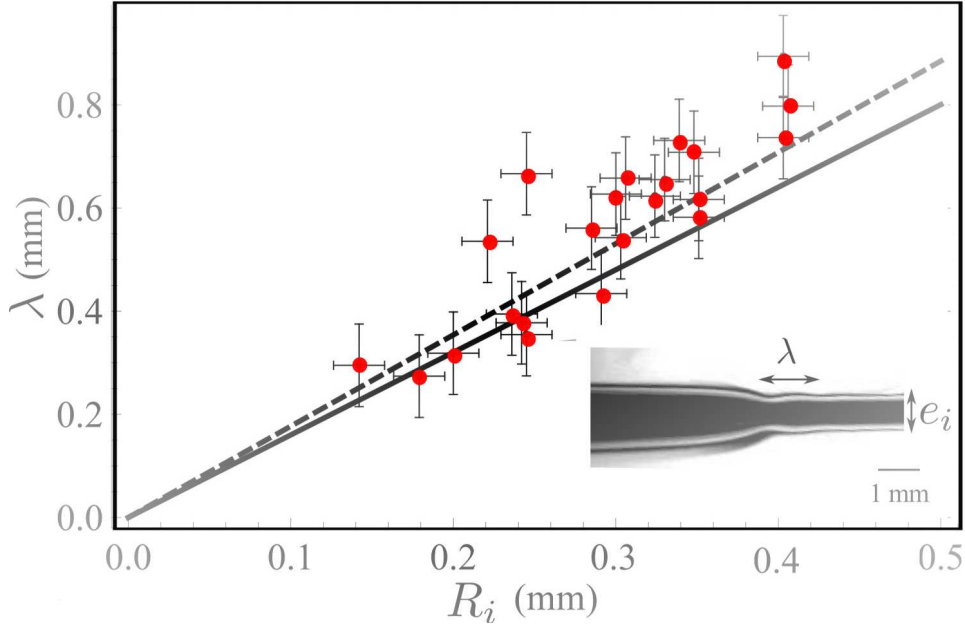
solution	$c/R_i^{-1/2}$ ( $\text{m}^{3/2}.\text{s}^{-1}$ )	$R_j/R_i$
A	$(55 \pm 3).10^{-4}$	$(1.9 \pm 0.1)$
B1	$(57 \pm 2).10^{-4}$	$(1.5 \pm 0.1)$
B2	$(53 \pm 3).10^{-4}$	$(1.5 \pm 0.1)$
B3	$(58 \pm 1).10^{-4}$	$(1.7 \pm 0.1)$
B4	$(59 \pm 2).10^{-4}$	$(1.7 \pm 0.1)$

**Table 3.2** – Résultats des interpolations pour les solutions A et B1 à B4 dans le régime inertiel.

On réalise plusieurs séries d'expériences avec les solutions de plus basses viscosités (solution A, B1, B2, B3 et B4). Pour chaque solution la redistribution du liquide apporté par la goutte dans le bord de Plateau horizontal est observée en variant significativement le rayon de la goutte et le rayon de courbure initial du bord de Plateau.

Dans ce régime de redistribution, la résolution spatiale des vidéos nous permet de mesurer le rayon de courbure du bord de Plateau perturbé,  $R_j$ , avec une précision de 0.1mm. A cette précision, ce rayon de courbure est uniforme sur toute la longueur du bord de Plateau perturbé. La figure 3.7a représente le comportement de  $R_j$  en fonction de  $R_i$  à  $r$  fixé pour toutes les expériences exhibant un régime inertiel avec les solutions A, B1, B2, B3 et B4. Une relation de proportionnalité relie les deux rayons de courbure avec un facteur de proportionnalité proche de 2 (récapitulatif des coefficients de proportionnalité dans le tableau 3.2). Aucun effet significatif de la viscosité n'apparaît sur la géométrie du bord de Plateau perturbé malgré un facteur 10 sur les viscosités des solutions A et B. De plus, l'encart de la figure 3.7a montre qu'il n'y a pas de corrélation évidente entre  $R_j$  et  $r$  à  $R_i$  fixé. La géométrie du bord de Plateau perturbée dépend du rayon de courbure initial du bord de Plateau indépendamment du rayon de la goutte.

La propagation des sur-épaisseurs de liquide dans le bord de Plateau initial est un phénomène dynamique dont la vitesse est constante. Nous pouvons mesurer la vitesse moyenne expérimentale  $c_{exp}$  par une mesure de distance parcourue par les fronts entre deux instants d'une vidéo. La précision de cette mesure est de  $\pm 0.03\text{m.s}^{-1}$  induite par la résolution spatiale et temporelle des vidéos. La figure 3.7b représente la mesure de la vitesse moyenne des fronts,  $c_{exp}$ , en fonction du rayon de courbure initial du bord de Plateau,  $R_i$ . Ce graphique en échelle logarithmique met en avant une loi de puissance d'exposant  $-1/2$  pour les cinq solutions. Aucun effet de la viscosité n'est observé sur la vitesse du front car tous les points se superposent malgré une variation d'un ordre de grandeur sur la viscosité. La vitesse du front est proportionnelle à  $R_i^{-1/2}$  dans notre gamme de paramètres. Pour chaque solution, la série de mesures correspondante est ajustée par une loi de puissance en  $R_i^{-1/2}$ . Les préfacteurs obtenus sont répertoriés dans le tableau 3.2 et sont de l'ordre de  $55\text{m}^{3/2}.\text{s}^{-1}$ . L'encart de la figure 3.7b représente la vitesse moyenne du front en fonction du rayon de la goutte et montre qu'il n'y a pas de corrélation évidente entre  $c_{exp}$  et  $r$  dans notre gamme de paramètres. C'est donc le rayon de courbure initial du bord de Plateau qui est la longueur caractéristique de la vitesse du front dans notre gamme de paramètres.



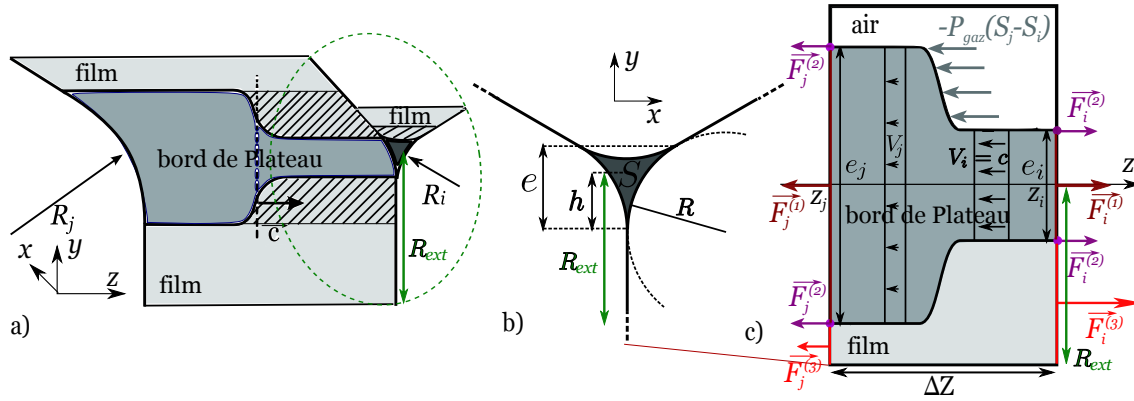
**Figure 3.8** – Longueur d’onde  $\lambda$  en fonction de  $R_i$ . Mesures réalisées avec la solution A. La ligne en pointillés représente la meilleure interpolation linéaire :  $\lambda = (1.78 \pm 0.10)R_i$ . La ligne continue représente la prédiction du modèle (équation (3.31)) :  $\lambda = 1.6R_i$ . Erreurs de  $\pm 0.02\text{mm}$  sur  $R_i$  induite par la résolution des vidéos et de  $\pm 0.07\text{mm}$  sur  $\lambda$  induite par la difficulté expérimentale pour définir la position des maxima et minima des ondulations.

A l’avant du front, des ondulations de l’épaisseur du bord de Plateau sont observées. Elles sont caractérisées par une longueur d’onde  $\lambda$ . Cette longueur d’onde est mesurée directement sur les vidéos ou sur des diagrammes espace-temps pour différentes expériences en fonction du rayon de la goutte ou du rayon de courbure du bord de Plateau. L’erreur sur les mesures est liée à la difficulté expérimentale pour définir la position des extremas d’amplitude des ondulations le long du bord de Plateau ( $\pm 0.07\text{mm}$ ). La figure 3.8 représente les mesures de la longueur d’onde pour des expériences réalisées avec la solution A. Elle montre une relation linéaire entre  $\lambda$  et  $R_i$  avec une pente de  $1.78 \pm 0.10$ . Aucune relation n’est observée entre  $\lambda$  et  $r$  (données non représentées). La géométrie du front est caractérisée par le rayon de courbure initial du bord de Plateau.

Dans ce régime, la géométrie du bord de Plateau perturbé ainsi que sa dynamique de propagation sont gouvernées par le rayon de courbure initial du bord de Plateau.

En se basant sur la vitesse moyenne des fronts ( $c_{exp} \simeq 0.5\text{m.s}^{-1}$ ) et sur le rayon de courbure initial du bord de Plateau (longueur caractéristique dans ce régime d’écoulement,  $R_i \simeq 0.5\text{mm}$ ) on calcul un nombre de Reynolds :  $Re = \rho c_{exp} R_i / \eta$  pour comparer les effets de l’inertie aux effets visqueux. On obtient  $Re \sim 100$ . Ce nombre de Reynolds, significativement supérieur à 1, montre que dans ce régime l’écoulement de liquide est gouverné par l’inertie. Ce régime d’écoulement inertiel nécessite d’être exploré car tous les modèles actuels de drainage dans les mousses liquides ne considèrent que des écoulements à bas nombre de Reynolds du fait des vitesses d’écoulement plus lentes mesurées dans les expériences de drainage en écoulement permanent (chapitre 1 section 1.2.1). Dans la suite, ce régime sera étudié sous un aspect théorique.

## 3.3.3 Modélisation du régime inertiel



**Figure 3.9** – Schéma du bord de Plateau dans la zone du front. a) Un front séparant un bord de Plateau épais de rayon de courbure  $R_j$  d'un bord de Plateau fin de rayon de courbure  $R_i$  se propageant à la vitesse  $c$ . Les ondulations d'épaisseur ne sont pas représentées pour simplifier. b) Section du bord de Plateau soutenu par trois films de liquide dans le plan perpendiculaire au bord de Plateau ( $Oxy$ ). La géométrie du bord de Plateau permet d'écrire  $S = (\sqrt{3} - \pi/2)R^2$  et  $h = R/\sqrt{3}$ . La largeur des films au point  $Z$  vaut :  $R_{ext}(Z) - h(Z)$ . c) Représentation dans le référentiel du front en mouvement à la vitesse  $c$  dans le référentiel du laboratoire :  $Z = z - ct$ . Le système étudié est de longueur  $\Delta Z$  et de rayon  $R_{ext}$ . Schéma du bord de Plateau et du film vertical, d'après les observations de la figure 3.5, dans le plan longitudinal au bord de Plateau ( $OyZ$ ). Représentation des champs de vitesses de part et d'autre du front ainsi que des forces qui s'exercent sur le système.

Si seuls les effets de minimisation de surface sont considérés, gonfler le bord de Plateau revient à augmenter sa surface, ce qui n'est pas favorable du point de vue énergétique. Toutefois, en gonflant, le bord de Plateau empiète sur les films (zone hachurée sur la figure 3.9a). La surface des films diminue donc avec le gonflement du bord de Plateau et il est plus favorable pour les films que le bord de Plateau soit homogènement gonflé. Comme nous allons le voir, cette dernière contribution l'emporte. Les films doivent être pris en compte dans une modélisation de la propagation du front le long bord de Plateau.

De plus, du fait de la loi de Laplace (équation (1.1)), la variation du rayon de courbure le long du bord de Plateau entraîne une succion capillaire, le liquide s'écoule du plus gros bord de Plateau vers le plus fin. Toutefois, on suppose que cet écoulement influe peu sur la dynamique même de déplacement du front.

## 3.3.3.1 Approche en loi d'échelle

Expérimentalement, on a vu que la vitesse du front est indépendante de la viscosité de la solution et varie selon une loi en  $R_i^{-1/2}$ . La formation et le déplacement d'un front surviennent à la suite de la déformation de l'interface liquide-gaz du bord de Plateau, la vitesse est donc pilotée par la capillarité. Par analyse dimensionnelle, on peut définir une vitesse capillaro-inertielle. Cette vitesse est notée  $c_0$  et s'exprime :

$$c_0 = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho R_i}} \quad (3.1)$$

Cette vitesse est de l'ordre de  $0.3 \text{ m.s}^{-1}$  pour  $\gamma = 30 \text{ mN.m}^{-1}$ ,  $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$  et  $R_i = 0.3 \text{ mm}$ . Cette valeur est en accord avec les mesures représentées sur la figure 3.7b, ainsi que l'exposant  $-1/2$  pour  $R_i$ . En utilisant cette vitesse pour calculer un nombre de Reynolds,  $Re = \frac{\rho R_i c_0}{\eta}$ , on obtient l'inverse du nombre de Ohnesorge :

$$Oh = \frac{\eta}{\sqrt{\gamma \rho R_i}}. \quad (3.2)$$

Ce nombre compare les effets visqueux avec les effets capillaro-inertiels. Il caractérise l'importance de la dissipation visqueuse dans le système. Dans ce régime, le nombre de Ohnesorge est de l'ordre de 0.01, significativement inférieur à 1 montrant que l'écoulement est de type capillaro-inertiel.

### 3.3.3.2 Approche globale en ressaut hydraulique capillaire

En collaboration avec M. Argentina et Y. Bourret, nous avons développé un modèle pour tenter d'expliquer la dynamique du front. Ce modèle est basé sur une analogie entre le front observé dans les bords de Plateau et les ressauts hydrauliques [1].

Lorsqu'un jet d'eau impacte un évier, on observe l'apparition d'un bourrelet d'eau circulaire dans l'évier autour du point d'impact. Ce bourrelet est appelé ressaut hydraulique. On retrouve aussi des ressauts dans les rivières [106], [107] ou dans les océans [108].

Ces objets liquides naturels partagent tous la même caractéristique d'être une zone de transition entre deux couches de liquides : une couche mince dont l'écoulement est rapide et une couche épaisse d'écoulement plus lent. Ils ont été décrits par Belanger [109] et Rayleigh [110] en utilisant les lois de conservation de la mécanique. Lorsque le jet impacte la surface avec suffisamment d'énergie cinétique, le liquide acquiert une vitesse radiale  $v$  supérieure à celle des ondes gravitaires (définie par  $\sqrt{g\epsilon}$  avec  $g$  l'accélération de la gravité et  $\epsilon$  l'épaisseur de la couche de liquide). En s'écoulant dans l'évier le liquide est ralenti, la vitesse de l'écoulement diminue et devient inférieure à la vitesse des ondes gravitaires. Le ressaut apparaît lorsque la vitesse de l'écoulement atteint la valeur de la vitesse des ondes gravitaires. Le nombre de Froude,  $Fr = v/\sqrt{g\epsilon}$ , est le rapport de la vitesse de l'écoulement et de la vitesse des ondes gravitaires. La vitesse  $v$  est définie dans le référentiel du laboratoire, référentiel dans lequel le ressaut est fixe. L'écoulement en amont du ressaut, dans la couche mince, est plus rapide que les ondes gravitaires, il est dit supercritique ( $Fr > 1$ ), alors que l'écoulement en aval du ressaut, dans la couche épaisse, est plus lent que les ondes gravitaires, il est dit subcritique ( $Fr < 1$ ). Le ressaut hydraulique peut être considéré comme une onde de choc. Le rapport des épaisseurs est relié par l'équation de Belanger [109] :  $\frac{\epsilon_{epais}}{\epsilon_{fin}} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 8Fr^2}}{2}$  avec  $Fr$  le nombre de Froude de l'écoulement en amont du ressaut. Cette équation relie la cinétique des écoulements avec la géométrie du ressaut.

Nous allons montrer ici que le front observé dans le bord de Plateau est un ressaut hydraulique dont le moteur est d'origine capillaire.

D'un point de vue géométrique, près du front, le bord de Plateau est composé du bord de Plateau initial de rayon de courbure homogène  $R_i$  et du bord de Plateau perturbé de rayon de courbure homogène  $R_j > R_i$ . Le modèle est réalisé dans le référentiel du front en mouvement à la vitesse constante  $c$  par rapport au référentiel du laboratoire :  $Z = z - ct$ .  $Z$  est donc orienté de la zone perturbée vers la zone non perturbée du bord de Plateau. On considère un système de rayon arbitraire  $R_{ext}$  et de longueur  $\Delta Z = Z_i - Z_j$ . Le système est centré sur le front englobant une portion du bord de Plateau initial (position  $Z_i$ ) et du bord de Plateau perturbé (position  $Z_j$ ). Ce système contient aussi une portion des trois films. A la position  $Z$  la largeur d'un film dans le système vaut  $R_{ext} - h(Z) = R_{ext} - R(Z)/\sqrt{3}$  (figure 3.9). On réalise ici un bilan de masse et un bilan de quantité de mouvement appliqués à ce système ouvert.  $\Delta Z$  est suffisamment grand pour que la géométrie du front n'influe pas sur ces bilans : ce sont des bilans globaux.

Les hypothèses du modèle sont les suivantes :

- L'écoulement est inertiel et les contraintes visqueuses sont négligées.
- La géométrie du front est similaire à la géométrie d'un ressaut hydraulique.
- L'écoulement dans le bord de Plateau est incompressible.
- Les interfaces sont mobiles et l'écoulement est de type bouchon dans le bord de Plateau [94].

- Le front se déplace à vitesse constante,  $c$ , dans le référentiel du laboratoire : l'écoulement est stationnaire dans le référentiel du ressaut en mouvement. La figure 3.9b-c représente le système considéré et les notations choisies en se plaçant dans ce référentiel.
- Le profil d'épaisseur précis du bord de Plateau dans la zone du front n'est pas pris en compte, la courbure du bord de Plateau en un point  $Z$  est égale à  $1/R(Z)$ . Le front est net (figure 3.9).
- Les écoulements dans les films sont négligés.
- L'écoulement induit par l'alimentation en liquide à débit  $Q$  n'est pas pris en compte.

En  $Z_i$ , dans le bord de Plateau initial, la vitesse de l'écoulement est  $V_i = -c$ , avec  $c$  la vitesse du front dans le référentiel du laboratoire. Durant un temps  $\Delta t$ , la masse de liquide qui rentre dans le système du côté du bord de Plateau initial vaut  $\rho S_i c \Delta t$  avec  $S_i = (\sqrt{3} - \pi/2)R_i^2$  l'aire de la section transverse du bord de Plateau initial. En  $Z_j$ , dans le bord de Plateau perturbé, la vitesse de l'écoulement est  $V_j$  (en valeur absolue). Durant un temps  $\Delta t$ , la masse qui sort du système du côté du bord de Plateau perturbé vaut  $\rho S_j V_j \Delta t$  avec  $S_j = (\sqrt{3} - \pi/2)R_j^2$  l'aire de la section transverse du bord de Plateau perturbé. La masse qui entre dans le système est égale à la masse qui en sort, la conservation de la masse donne :

$$R_i^2 c = R_j^2 V_j \quad (3.3)$$

Par conservation du débit, comme le bord de Plateau initial est plus fin que le bord de Plateau perturbé, la vitesse de l'écoulement dans le bord de Plateau initial est plus grande.

Durant un temps  $\Delta t$ , la quantité de mouvement du liquide qui entre dans le système du côté du bord de Plateau initial vaut  $\rho(S_i c \Delta t)c$  et la quantité de mouvement du liquide qui sort du système du côté du bord de Plateau perturbé vaut  $\rho(S_j V_j \Delta t)V_j$ .

La variation de la quantité de mouvement par unité de temps projeté suivant  $Z$  s'écrit en utilisant (3.3) :

$$\Delta p / \Delta t = \rho S_i c^2 - \rho S_j V_j^2 = \rho S_i c^2 \left(1 - (R_i/R_j)^2\right), \quad (3.4)$$

On remarque que  $\Delta p / \Delta t$  est positif.

D'après la relation fondamentale de la dynamique, dans le référentiel galiléen lié au ressaut la variation temporelle de la quantité de mouvement dans le système considéré est compensée à la somme des forces extérieures qui s'exercent sur le système projeté suivant  $Z$  :  $\Delta p / \Delta t = \Sigma F_j + \Sigma F_i$ .

De chaque côté du front, les forces extérieures appliquées sur le système sont composées de trois contributions d'origine capillaire (placées dans cette ordre dans la formule (3.5)) :

1. Les forces de pression s'exerçant dans le bord de Plateau. La pression dans le bord de Plateau est donnée par la loi de Laplace (équation (1.1)). La force s'applique sur toute la section du bord de Plateau en  $Z = Z_i$  et  $Z = Z_j$  :  $F_i^{(1)} = -S_i \left(P_{gaz} - \frac{\gamma}{R_i}\right)$  et  $F_j^{(1)} = +S_j \left(P_{gaz} - \frac{\gamma}{R_j}\right)$ .
2. Les forces de tension de ligne qui s'exercent sur le périmètre de la section du bord de Plateau. Soit en  $Z = Z_i$  et  $Z = Z_j$  :  $F_i^{(2)} = +\gamma\pi R_i$  et  $F_j^{(2)} = -\gamma\pi R_j$ .
3. Les forces de tension des films de savon qui s'exercent sur toute la largeur des deux interfaces des trois films. Soit en  $Z = Z_i$  et  $Z = Z_j$  :  $F_i^{(3)} = +\gamma(3 \times 2)(R_{ext} - h_i)$  et  $F_j^{(3)} = -\gamma(3 \times 2)(R_{ext} - h_j)$  avec  $h_i = R_i/\sqrt{3}$  et  $h_j = R_j/\sqrt{3}$ . Un gros déséquilibre de cette force existe de part et d'autre du front car la largeur des films de savon qui intervient de chaque côté n'est pas la même du fait de la variation du rayon de courbure du bord de Plateau.
4. A ces forces capillaires il faut ajouter la contribution de la pression extérieure du gaz suivant  $Z$  qui s'exerce sur le système (figure 3.9). Soit en  $Z = Z_i$  :  $F_i^{(4)} = -P_{gaz}(\pi R_{ext}^2 - S_i)$  et en  $Z = Z_j$  :  $F_j^{(4)} = P_{gaz}(\pi R_{ext}^2 - S_j)$

Ainsi le bilan des forces extérieures projetées suivant  $Z$  s'écrit :

$$\frac{\Sigma F_j + \Sigma F_i}{\gamma} = P_{gaz}(S_j - S_i) + \left( \frac{S_i}{R_i} - \frac{S_j}{R_j} \right) + \pi(R_i - R_j) - 6(h_i - h_j) + P_{gaz}(\pi R_{ext}^2 - S_j) - P_{gaz}(\pi R_{ext}^2 - S_i) \quad (3.5)$$

qui devient en remplaçant  $S_{i,j} = (\sqrt{3} - \pi/2)R_{i,j}^2$  et  $h_{i,j} = R_{i,j}/\sqrt{3}$ ,

$$\Sigma F_j + \Sigma F_i = -\gamma(\sqrt{3} - \pi/2)(R_i - R_j). \quad (3.6)$$

La contribution de la pression extérieure de part et d'autre du front se compense. La contribution des forces capillaires qui s'exercent sur le système varient en  $\gamma(R_i - R_j)$  et le signe de la force totale est imposé par la contribution négative, cela montre que l'effet des films est dominant. L'expression (3.6) de la force motrice est équivalente à une force de pression d'origine capillaire qui s'exercerait sur la section du bord de Plateau avec une tension de surface effective négative [88]. Ainsi, les films agissent, en plus de la succion capillaire, sur le bord de Plateau pour homogénéiser son rayon de courbure. En équilibrant les équations (3.6) et (3.4), par le théorème fondamental de la dynamique, on obtient :

$$\rho S_i c^2 (1 - (R_i/R_j)^2) = +\gamma(\sqrt{3} - \pi/2)(R_j - R_i) \quad (3.7)$$

que l'on peut réécrire sous la forme :

$$c_{th}(R_j/R_i) = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho R_i}} \frac{R_j/R_i}{\sqrt{1 + R_j/R_i}}, \quad (3.8)$$

La vitesse de propagation du front calculée,  $c_{th}$ , met en évidence un lien entre la dynamique et la géométrie du front. On trouve alors un équivalent de l'équation de Belanger pour un ressaut hydraulique dans un bord de Plateau. Dans notre cas la force motrice n'est pas la gravité mais la capillarité.

On peut noter que la vitesse  $c_{th}$  est dimensionnée par la vitesse capillaro-inertielle  $c_0$  déterminée par analyse dimensionnelle du problème (équation (3.1)). L'équation (3.8) fait intervenir le rapport  $R_j/R_i$  qui est une inconnue. Pour déterminer cette inconnue il faut utiliser le bilan d'énergie du système. Nous verrons en deuxième partie de la section qui suit qu'il est possible d'effectuer ce bilan d'énergie en prenant en compte la dissipation visqueuse au niveau du front. Il est important de remarquer que l'équation de Bernoulli ne peut pas être appliquée à cause des pertes singulières d'énergie dues à la géométrie du ressaut. En effet, l'écoulement étant inertiel, des recirculations sont attendues au niveau du ressaut, lors du changement d'épaisseur. Ces recirculations créent de la dissipation visqueuse dans le système.

Les mesures de  $c_{exp}$  d'une part et celles de  $R_i$  et  $R_j$  d'autre part, permettent de comparer la vitesse  $c_{exp}$  mesurée avec la prédiction théorique  $c_{th}$  calculée en utilisant les valeurs expérimentales de  $R_i$  et du rapport  $R_j/R_i$ . La figure 3.7c représente cette comparaison pour toutes les expériences qui exhibent le régime inertiel. On observe que malgré une petite dispersion il y a un bon accord, sans paramètre ajustable, entre les points expérimentaux et la prédiction théorique.

Ce modèle permet de décrire la dynamique de propagation d'un front dans un bord de Plateau lié à la redistribution d'une inhomogénéité de liquide. Toutefois, il ne permet pas de décrire le rapport d'aspect  $R_j/R_i$  qui est de l'ordre de 2 dans les expériences ni la géométrie exacte du front et de ses ondulations qui n'est pas prise en compte ici.



### 3.3.3.3 Approche locale en ressaut hydraulique capillaire

Le modèle précédent de ressaut hydraulique capillaire est transposé localement pour déterminer le profil d'épaisseur du bord de Plateau. [2]. Ce modèle est réalisé sur une tranche infinitésimale du système bord de Plateau - films en prenant en compte la variation de rayon de courbure le long du bord de Plateau ainsi que la dissipation visqueuse. Cette dissipation intervient du fait de la variation de rayon de courbure.

Le calcul est réalisé dans le repère cylindrique  $(r, \theta, Z)$  avec  $Z$  l'axe principal du bord de Plateau. Comme dans le modèle précédent, les calculs sont réalisés dans le référentiel du ressaut en mouvement à la vitesse constante,  $c$ , par rapport au référentiel du laboratoire :  $Z = z - ct$ .  $Z$  est orienté de la zone perturbée vers la zone non perturbée du bord de Plateau (figure 3.9).

On considère un système de rayon arbitraire  $R_{ext}$  et de longueur infinitésimale  $dZ$ . On réalise sur ce système un bilan de masse, un bilan de quantité de mouvement et un bilan d'énergie.

On reprend les hypothèses précédentes suivantes :

- L'écoulement est laminaire et inertiel ( $Re > 1$ ).
- La géométrie du front est similaire à la géométrie d'un ressaut hydraulique.
- L'écoulement dans le bord de Plateau est incompressible.
- Les interfaces sont mobiles et l'écoulement est de type bouchon dans le bord de Plateau [94]. La vitesse longitudinale  $v_Z$  ne dépend que de  $Z$ .
- Le front se déplace à vitesse constante,  $c$ , dans le référentiel du laboratoire : l'écoulement est stationnaire dans le référentiel du ressaut. La figure 3.9b-c représente le système considéré et les notations choisies en se plaçant dans ce référentiel.
- Les écoulements dans les films sont négligés
- L'écoulement induit par l'alimentation en liquide n'est pas pris en compte.

A ces hypothèses sont ajoutées les hypothèses suivantes :

- On suppose l'hypothèse de lubrification. La pression dans le liquide,  $P_{liq}$ , ne dépend que de  $Z$  et les variations du rayon de courbure sont supposées faibles selon  $Z$ . Cette hypothèse peut paraître forte dans la zone du front mais elle permet de réaliser les calculs.
- Le bord de Plateau est de longueur infinie.

**Conservation de la masse et bilan de quantité de mouvement :** Dans le système considéré, la conservation de la masse s'écrit :

$$\partial_Z (v_Z S) = 0, \quad (3.9)$$

De même que précédemment, la variation de quantité de mouvement à la traversée d'une tranche infinitésimale par unité de temps est compensée par la somme des forces qui s'exercent de part et d'autre de la tranche. Ceci s'écrit :

$$\partial_Z S(\rho v_Z^2) = \partial_Z \left[ S(\sigma_{ZZ} + P_{gaz} - P_{liq}) - \gamma \left( -2 \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right) R \right) \right]. \quad (3.10)$$

avec  $\sigma_{ZZ} = 2\eta\partial_Z v_Z$  la contrainte visqueuse suivant  $Z$  et en prenant en compte les effets capillaires tels que décrits dans l'équation (3.6) de la section 3.3.3.2 de façon locale.

Les forces d'origine capillaire sont représentées par le dernier terme de l'équation (3.10). On retrouve le fait que la tension induite par les films sur le système change le signe de ces forces du fait de la différence de rayon de courbure du bord de Plateau en  $Z$  et en  $Z + dZ$ . Les films agissent sur le bord de Plateau avec une tension de surface effective négative pour l'homogénéiser.

La continuité de la contrainte à l'interface du bord de Plateau fait intervenir les contraintes capillaires liées à la courbure moyenne du bord de Plateau,  $\kappa$  et les contraintes de cisaillement visqueuses selon  $r$ ,  $\sigma_{rr}$ . Il vient alors :

$$P_{liq} + \gamma\kappa = P_{gaz} + \sigma_{rr}, \quad (3.11)$$

Sans le terme de contrainte visqueuse, l'équation (3.11) est l'équation de Laplace.

Dans la limite des faibles variations selon  $Z$ , la courbure moyenne  $\kappa$  s'écrit :

$$\kappa = \frac{1}{R(Z)} + \beta_1 R''(Z) + \beta_2 \frac{R'(Z)^2}{R(Z)}, \quad (3.12)$$

où  $\beta_{1,2}$  sont des coefficients de l'ordre de 1 prenant en compte la géométrie particulière du bord de Plateau. Ils sont déterminés numériquement dans [2] :  $\beta_1 \simeq 0.103$  et  $\beta_2 \simeq 0.109$ .

La composante radiale de la contrainte visqueuse s'exprime comme  $\sigma_{rr} = 2\eta\partial_r v_r$ , avec  $v_r$  définie comme la vitesse radiale. Le liquide étant incompressible, on relie la vitesse radiale à la vitesse longitudinale en utilisant la relation d'incompressibilité de l'écoulement et en négligeant la dépendance angulaire de la vitesse [111].

$$\frac{1}{r}\partial_r(rv_r) + \partial_Z v_Z = 0, \quad (3.13)$$

L'intégration de cette relation donne directement l'expression de la vitesse radiale :

$$v_r = -\frac{r}{2}\partial_Z v_Z. \quad (3.14)$$

En conséquence, la contrainte radiale s'écrit :

$$\sigma_{rr} = -\eta\partial_Z v_Z. \quad (3.15)$$

On peut donc réécrire l'équation du bilan de quantité de mouvement en insérant (3.11), (3.12), (3.15) dans (3.10) :

$$\partial_Z \left[ S \left( \rho v_Z^2 + \gamma \left( \frac{1}{R} - \beta_1 \partial_{ZZ} R - \beta_2 \frac{(\partial_Z R)^2}{R} \right) - 3\eta \partial_Z v_Z \right) \right] = 0. \quad (3.16)$$

L'équation (3.16) est intégrée selon  $Z$  et donne :

$$\rho v_Z^2 + \gamma \left( \frac{1}{R} - \beta_1 \partial_Z R - \beta_2 \frac{(\partial_Z R)^2}{R} \right) - 3\eta \partial_Z v_Z = \frac{K_1}{R^2}, \quad (3.17)$$

où la constante d'intégration  $K_1$  est déterminée par les conditions limites.

**Détermination de la vitesse  $c$  :** Du fait de l'invariance Galiléenne, on suppose que dans le référentiel du laboratoire la propagation du ressaut se fait à vitesse stationnaire  $c$  et  $R(Z) = R_i$  lorsque  $Z \rightarrow +\infty$ . La valeur de  $R(Z)$  à  $Z \rightarrow -\infty$  est  $R_j$ . Pour ce système les conditions limites sont donc :

$$v_Z(\infty) = -c \quad (3.18)$$

$$R(-\infty) = R_j \quad (3.19)$$

$$R(\infty) = R_i. \quad (3.20)$$

En utilisant  $R_i$  et  $c$  comme grandeurs caractéristiques, on adimensionne les quantités physiques  $v_Z = cu$ ,  $R = R_i\alpha$  et  $Z = R_is$ . Les équations de la conservation de la masse et du bilan de quantité de mouvement (3.9) et (3.17) deviennent :

$$u = -\frac{1}{\alpha^2} \quad (3.21)$$

$$\frac{1}{\alpha^4} - \frac{K_2}{\alpha^2} + \frac{1}{We} \left( \frac{1}{\alpha} - \beta_1 \partial_{ss}\alpha - \beta_2 \frac{(\partial_s\alpha)^2}{\alpha} \right) - \frac{1}{Re} \frac{6}{\alpha^3} \partial_s\alpha = 0, \quad (3.22)$$

avec  $K_2$  la constante d'intégration sans dimension provenant de  $K_1$ . Apparaissent alors le nombre de Reynolds ( $Re = \frac{\rho c R_i}{\eta}$ ) et le nombre de Weber ( $We = \frac{\rho c^2 R_i}{\gamma}$ , ce nombre compare la vitesse de l'écoulement avec la vitesse des ondes capillaires). Les conditions limites adimensionnées s'écrivent :

$$u(\infty) = -1 \quad (3.23)$$

$$\alpha(-\infty) = R_j/R_i \quad (3.24)$$

$$\alpha(\infty) = 1. \quad (3.25)$$

où est introduit le rapport des rayons de courbure de part et d'autre du ressaut  $R_j/R_i$ .

A ce stade, la vitesse du front,  $c$ , est toujours une inconnue. Deux conditions limites fixent  $K_2$  et  $We$  : En injectant (3.25) dans l'équation (3.22) il vient  $K_2 = 1 + \frac{1}{We}$ . La condition limite (3.24) permet alors d'écrire la relation suivante :

$$We = \frac{(R_j/R_i)^2}{1 + R_j/R_i}, \quad (3.26)$$

La vitesse est alors déduite de la définition du nombre de Weber et s'écrit :

$$c_{th} = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho R_i}} \frac{R_j/R_i}{\sqrt{1 + R_j/R_i}}, \quad (3.27)$$

On retrouve la vitesse de l'équation (3.8) obtenue avec le modèle global et qui est dimensionnée par  $c_0 = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho R_i}}$ .

**Ondulations du profil d'épaisseur du bord de Plateau :** L'équation (3.22) est une équation différentielle du second ordre qui peut être écrite sous la forme :

$$\frac{\beta_1}{We} \partial_{ss}\alpha + f(\alpha, Re, We) \partial_s\alpha + \partial_\alpha \mathcal{U} = 0. \quad (3.28)$$

On retrouve l'équation d'un oscillateur mécanique non linéaire amorti avec des oscillations selon  $s$ . La variable d'espace  $s$  est analogue à la variable temporelle  $t$  des oscillateurs classiques. Le premier terme représente une accélération. La fonction de dissipation apparaît en facteur de  $\partial_s\alpha$  et vaut :

$$f(\alpha, Re, We) = \frac{6}{\alpha^3 Re} + \beta_2 \frac{\partial_s\alpha}{\alpha We}.$$

Cette fonction fait intervenir le nombre de Reynolds, elle dépend donc de la viscosité du liquide. L'énergie potentielle effective du système est :

$$\mathcal{U} = \frac{1}{3\alpha^3} - \frac{1 + 1/We}{\alpha} - \ln(\alpha)/We.$$

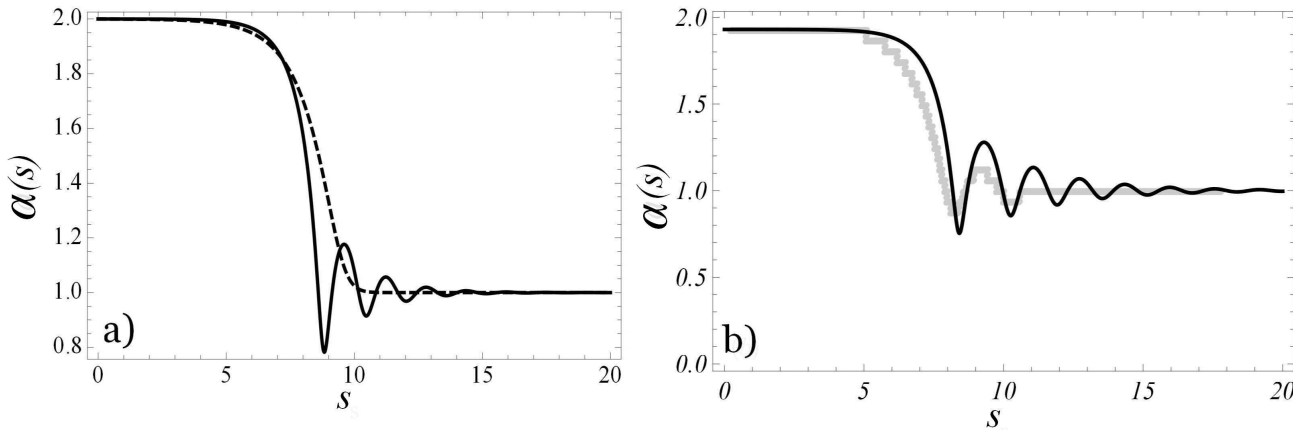
Au repos, le rayon de courbure du bord de Plateau est dans son état initial,  $\alpha = 1$ , il

est stable :  $\mathcal{U}(\alpha = 1)$  correspond à un minimum fini du potentiel  $\mathcal{U}(\alpha)$ . Cela signifie que  $\partial_{aa}\mathcal{U}|_{a=1} > 0$  et :

$$We > 1/2.$$

Les ressauts hydrauliques capillaires ne peuvent exister que si  $We > 1/2$ . Cette condition sur le nombre de Weber peut être comparée à la condition sur le nombre de Froude pour les ressauts hydrauliques gravitaires. Lorsque le bord de Plateau est perturbé, il atteint un rayon de courbure maximum,  $\alpha = R_j/R_i$ , et tendra à retourner à sa valeur d'origine une fois que la perturbation sera terminée, on en déduit que  $\mathcal{U}(\alpha = R_j/R_i)$  correspond à un maximum de  $\mathcal{U}$ .

Du fait de la nature oscillatoire de l'équation (3.28), des ondulations du profil d'épaisseur du bord de Plateau  $\alpha(s)$  apparaissent durant la relaxation de  $\alpha$  vers 1 avec un amortissement défini par la fonction de dissipation,  $f(\alpha, Re, We)$ . Pour transiter d'un bord de Plateau de grand rayon de courbure vers un bord de Plateau de petit rayon de courbure des oscillations amorties de l'épaisseur du bord de Plateau apparaissent sous l'effet de la capillarité et de l'inertie du liquide. L'amortissement est causé par la viscosité. C'est bien ce qui est observé sur le profil d'épaisseur  $\alpha(s)$  représenté sur la figure 3.10a. Sur cette figure, deux profils numériques  $\alpha(s)$  sont tracés. Pour une faible valeur du nombre de Reynolds, le régime est sur-amorti par les forces visqueuses et le profil de  $\alpha$  est monotone (ligne en pointillés sur la figure 3.10a). Pour une grande valeur du nombre de Reynolds, le régime est sous-amorti par les forces visqueuses et des ondulations de  $\alpha$  sont observées (ligne continue sur la figure 3.10a).



**Figure 3.10** – a) Profil d'épaisseur adimensionné  $\alpha(s)$  (équation (3.22)) du ressaut hydraulique capillaire dans un bord de Plateau calculé numériquement pour  $We = 4/3$  (équivalent à  $R_j/R_i = 2$ ). La ligne continue et la ligne en pointillés ont été obtenus pour  $Re = 60$  (régime sous-amorti) et  $Re = 10$  (régime sur-amorti). b) Comparaison entre le modèle (ligne noire) et l'expérience (ligne grise) du profil d'épaisseur adimensionné  $\alpha(s)$  d'un ressaut hydraulique capillaire dans un bord de Plateau. La mesure expérimentale est renormalisée par  $R_i$ . Pour cette expérience  $R_i = 0.30\text{mm}$  et  $R_j = 0.57\text{mm}$ . Le modèle donne  $We = 1.35$  et  $Re = 95$  pour une vitesse  $c_{th} = 0.28\text{m.s}^{-1}$  calculée pour la solution A (équation (3.27)).

D'un point de vue technique, pour calculer l'évolution spatiale de  $\alpha(s)$ , on utilise les valeurs expérimentales de  $R_i$  et  $R_j$ . Elles permettent d'obtenir une valeur de  $We$  via l'équation (3.26). La vitesse du ressaut,  $c$ , est déterminée par l'équation (3.27) et est utilisée pour évaluer le nombre de Reynolds. Le profil numérique du bord de Plateau est ensuite calculé par une méthode d'ajustement de profil avec les conditions initiales  $\alpha(0) = R_j/R_i$  et  $\alpha'(0) = -\varepsilon$ . Le petit paramètre  $\varepsilon$  contrôle la position du ressaut suivant  $s$ , mais n'affecte pas la forme de  $\alpha(s)$  car l'équation (3.22) est invariante par translation dans l'espace [2]. On choisit  $\varepsilon$  de manière à superposer le profil numérique avec le profil expérimental comme on peut le voir sur la figure 3.10b. Le profil numérique  $\alpha(s)$  issu de l'équation (3.22) s'ajuste très bien avec les observations expérimentales. Ce modèle capture donc les ondulations en fonction du rapport d'aspect du ressaut.

**Détermination de la longueur d'onde des ondulations** La longueur d'onde des ondulations est obtenue par linéarisation au première ordre de l'équation (3.28) autour de  $\alpha = 1$  en étudiant une perturbation  $\xi = \alpha - 1$  :

$$\frac{\beta_1}{We} \partial_{ss} \xi + \frac{6}{Re} \partial_s \xi + \left(2 - \frac{1}{We}\right) \xi = 0. \quad (3.29)$$

En cherchant des solutions sous la forme  $\xi \sim e^{qs}$ , l'équation (3.29) devient :  $\frac{\beta_1}{We} q^2 + \frac{6}{Re} q + \left(2 - \frac{1}{We}\right) = 0$ . On cherche la valeur du nombre d'onde,  $q$ , pouvant être complexe. Pour résoudre cette équation du second degré on calcule le discriminant  $\Delta = \frac{-4\beta_1}{We^2}(2We - 1) + o\left(\frac{1}{Re}\right)^2$ . Ce discriminant est négatif donc  $q$  est complexe. On en déduit sa valeur :

$$q = -3 \frac{We}{\beta_1 Re} \pm i \frac{1}{\sqrt{\beta_1}} \sqrt{2We - 1}. \quad (3.30)$$

La longueur d'onde dimensionnée est donnée par la partie imaginaire de  $q$ ,  $\lambda = 2\pi/R_i \text{Im}(q)$ , soit :

$$\lambda = R_i \frac{2\pi\sqrt{\beta_1}}{\sqrt{2We - 1}} \quad (3.31)$$

L'ajustement de la mesure expérimentale de la longueur d'onde avec la solution A donne  $\lambda = (1.8 \pm 0.2)R_i$  (section 3.3.2). En considérant cette même solution, l'équation (3.31) donne  $\lambda = 1.6R_i$ . En tenant compte de la marge d'erreur expérimentale, un bon accord est obtenu entre les mesures et la prédiction théorique dans notre gamme de paramètres (figure 3.8). Pour de petits nombres de Reynolds, la partie réelle de  $q$  devient très grande devant la partie imaginaire : la viscosité amortie les ondulations .

**Rapport d'aspect  $R_j/R_i$  :** Jusqu'à présent, le rapport d'aspect  $R_j/R_i$  est un paramètre du modèle. Expérimentalement, ce rapport semble être une constante (de l'ordre de 2) très légèrement dépendante de la solution de liquide. Dans ce qui suit on suppose que la zone du front est auto-adaptative indépendamment de la perturbation qui crée le front. L'excès d'énergie injecté à  $\pm\infty$  est supposé dissipé par la viscosité dans tout le bord de Plateau de section  $S$  et on réalise un bilan d'énergie sur toute la longueur du bord de Plateau.

Ce bilan d'énergie prend en compte la variation d'énergie cinétique par unité de temps, la puissance des forces de pression et la puissance des forces visqueuses suivant l'axe  $Z$  :

- la variation d'énergie cinétique s'écrit :  $\frac{\partial}{\partial t} \int_Z \iint_S \rho \frac{v_z^2}{2} dS dZ$ .
- la puissance des forces extérieures se décompose en un terme lié à la pression du fluide et à la pression extérieure qui s'exerce sur la section  $dS$  du bord de Plateau  $\frac{\partial}{\partial t} \int_Z \iint_S (P_{gaz} - P_{liq}) dS dZ$ , un terme lié à la tension des films de savon  $\frac{\partial}{\partial t} \int_Z 6\gamma(R_{ext} - R/\sqrt{3}) dZ$  et un terme

lié à la tension de ligne sur le périmètre du bord de Plateau  $\frac{\partial}{\partial t} \int \gamma \pi R dZ$ . La puissance totale des forces de pression est donc :  $\frac{\partial}{\partial t} \int_Z [S(P_{liq} - P_{gaz}) + \gamma(-2(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2})R + 6R_{ext})] dZ$ .

- la puissance des forces visqueuses s'écrit [112] :  $\int_Z \iint_S \Psi dS dZ$  avec  $\Psi$  la dissipation visqueuse par unité de volume. Pour un liquide Newtonien, ce terme s'écrit en coordonnées cylindriques :  $\Psi = \eta[2(\partial_z v_z)^2 + 2\left(\frac{v_r}{r}\right)^2 + 2(\partial_r v_r)^2 + (\partial_r v_z + \partial_z v_r)^2]$ . En utilisant la relation (3.14),  $v_r = -\frac{r}{2}\partial_z v_z$  et en choisissant de fixer  $r$  à la position  $r = R$ , la dissipation visqueuse par unité de volume se simplifie en  $\Psi = \eta[3(\partial_z v_z)^2 + \frac{1}{4}R^2(\partial_{zz} v_z)^2]$ .

En sommant ces trois contributions le long du bord de Plateau, le bilan d'énergie devient :

$$\left[ S v_z \left( \frac{\rho v_z^2}{2} + (P_{liq} - P_{gaz}) \right) + \gamma(-2(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2})R + 6R_{ext})v_z \right]_{-\infty}^{\infty} = - \int_{-\infty}^{\infty} \iint_S \Psi dS dz, \quad (3.32)$$

En prenant  $\kappa \simeq 1/R$  et en utilisant la relation (3.21), l'équation (3.32) adimensionnée est :

$$\left[ \frac{1}{2\alpha^4} + \frac{1}{We} \frac{1}{\alpha} \right]_{-\infty}^{\infty} = 12Oh I_{\psi}(Oh, R_j/R_i) \quad (3.33)$$

$$I_{\psi}(Oh, R_j/R_i) = \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{\alpha^2} \partial_s \alpha \right)^2 + \frac{1}{48} \left( \alpha^2 \partial_{ss} \frac{1}{\alpha^2} \right)^2 ds, \quad (3.34)$$

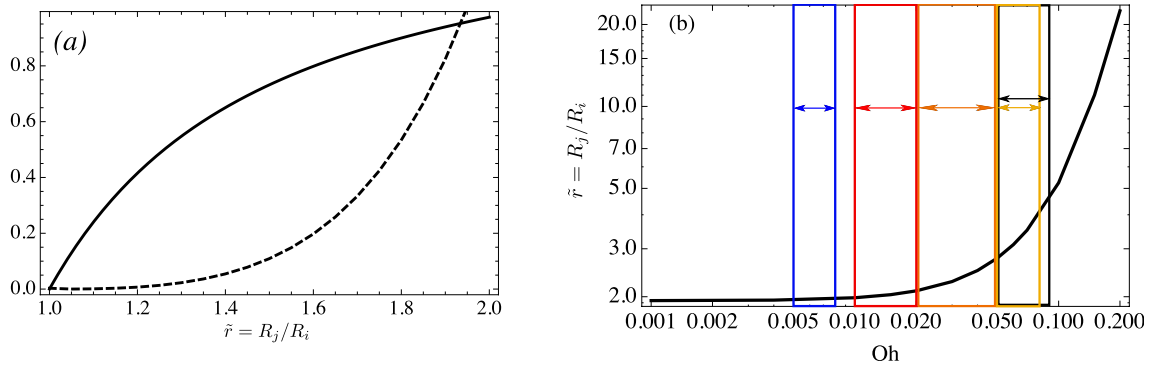
L'équation (3.33) fait intervenir le nombre de Ohnesorge qui compare les effets capillaires, inertiels et visqueux,  $Oh = 1/Re$  dans ce régime capillaro-inertiel.

Pour un rapport  $R_j/R_i$  donné, le nombre de Weber peut être calculé en utilisant l'équation (3.26). On réduit l'équation (3.33) à une équation à une inconnue  $R_j/R_i$  pour une valeur de  $Oh$  fixée et en utilisant les conditions limites (3.24) et (3.25) :

$$\frac{(1 + R_j/R_i)^{\frac{5}{2}}(R_j/R_i - 1)}{2(R_j/R_i)^3} = 12Oh I_{\psi}(Oh, R_j/R_i). \quad (3.35)$$

La solution de cette équation est le rapport d'aspect des rayons de courbure sélectionné pour une valeur de  $Oh$  fixée.

Le profil d'épaisseur du bord de Plateau,  $\alpha(s)$  est déterminé pour un  $Oh$  et un rapport  $R_j/R_i$  donnés par le biais de l'équation (3.22). On peut alors en déduire la valeur de l'intégrale (3.34) par une intégration numérique. Le membre de droite et de gauche de l'équation (3.35) peuvent alors être déterminés numériquement en fonction de  $R_j/R_i$  à  $Oh$  fixé. La figure 3.11a représente l'énergie capillaro-cinétique en trait continu et la dissipation visqueuse en trait pointillé en fonction de  $R_j/R_i$  à  $Oh$  fixé. La valeur de  $R_j/R_i$  qui satisfait le bilan d'énergie du bord de Plateau est donnée par l'intersection de ces deux courbes.



**Figure 3.11** — a) Détermination graphique du rapport  $R_j/R_i$  pour  $Oh = 10^{-3}$ . La ligne continue représente le membre de gauche et la ligne en pointillés le membre de droite de l'équation (3.35) en fonction de  $R_j/R_i$ . L'intersection de ces deux courbes donne la valeur de  $R_j/R_i$  en accord avec l'égalité entre l'énergie capillaro-cinétique et la dissipation visqueuse et vaut 1.934. b) Sélection du rapport  $R_j/R_i$  en fonction de  $Oh$ .  $R_j/R_i$  diverge avec  $Oh$ . Les zones de couleur représentent les plages de  $Oh$  parcourues durant les expériences, pour les solutions B1, A, B2, B3 et B4 des petits vers les grands  $Oh$ .

Sur la figure 3.11b, on montre la dépendance de  $R_j/R_i$  avec  $Oh$ .  $R_j/R_i$  tend théoriquement vers 1.934 pour les petites valeurs de  $Oh$ . Il est alors possible de comparer la valeur de  $R_j/R_i$  obtenue par la modélisation et celle obtenue par les expériences. Le modèle est comparé aux résultats obtenus pour les solutions A, B1, B2, B3 et B4 dont les expériences ont exhibé le comportement du régime inertiel. Pour ces solutions la gamme de  $Oh$  parcourue lors des expériences est  $0.01 < Oh < 0.02$ ,  $0.005 < Oh < 0.008$ ,  $0.02 < Oh < 0.05$ ,  $0.05 < Oh < 0.09$  et  $0.05 < Oh < 0.08$  respectivement. Les expériences permettent donc de parcourir une gamme de  $Oh$  de 0.005 à 0.09. D'après le modèle, on peut donc s'attendre à une variation de  $R_j/R_i$  de 1.9 à 4.5. Expérimentalement, les valeurs de  $R_j/R_i$  obtenues sont 1.9, 1.5, 1.5, 1.7 et 1.7. Aucun effet de la viscosité ne ressort expérimentalement. Un bon accord est obtenu entre le modèle et les expériences pour les solutions de plus basses viscosités (A et B1). Pour les solutions de plus grande viscosité (B3 et B4) le rapport  $R_j/R_i$  prédit par le modèle n'est pas retrouvé expérimentalement. Pour ces solutions le régime de dissipation visqueuse peut aussi être observé (section 3.3.5), on peut donc s'attendre à ce que les expériences dans le régime inertiel réalisées avec ces solutions soient en limite de validité du modèle.

Cette modélisation différentielle permet de décrire le profil d'épaisseur du bord de Plateau dans la zone du front. Bien que ce modèle soit basé sur l'hypothèse très forte de faible variation du rayon de courbure selon  $Z$ , les prédictions théoriques obtenues sont en accord avec les expériences.

Il est intéressant de remarquer que l'équation (3.28) autorise la propagation d'un autre type de perturbation dans le bord de Plateau : les solitons. Une première étude expérimentale et théorique des solitons dans les bords de Plateau est réalisée dans l'annexe A.

Nous avons ici analysé d'un point de vue théorique la redistribution de liquide dans un bord de Plateau dans le cas de solutions de faibles viscosités en volume et en surface. Cette redistribution adopte la géométrie et la dynamique d'un ressaut hydraulique gouverné par la capillarité. La modélisation est réalisée selon trois niveaux de détails : une loi d'échelle qui permet simplement mais efficacement de prédire l'ordre de grandeur de la vitesse des écoulements. Une approche globale réalisant un bilan de quantité de mouvement de part et d'autre du ressaut permet de prédire la vitesse exacte du ressaut en fonction de la géométrie du bord de Plateau en amont et en aval du ressaut. Cette approche est complétée par une approche locale, différentielle, qui permet de prédire le rapport d'aspect entre le bord de Plateau perturbé et le bord de Plateau initial ainsi que d'expliquer la présence d'oscillations à l'avant du ressaut en intégrant une dissipation d'origine visqueuse dans le système. Ces trois approches se complètent

et sont validées par les mesures expérimentales. En plus de montrer l'existence d'un ressaut hydraulique capillaire dans la géométrie particulière du bord de Plateau, cette modélisation montre l'importance des films dans la redistribution d'inhomogénéité de liquide dans les bords de Plateau.

### 3.3.4 Régime dissipation visqueux (2)

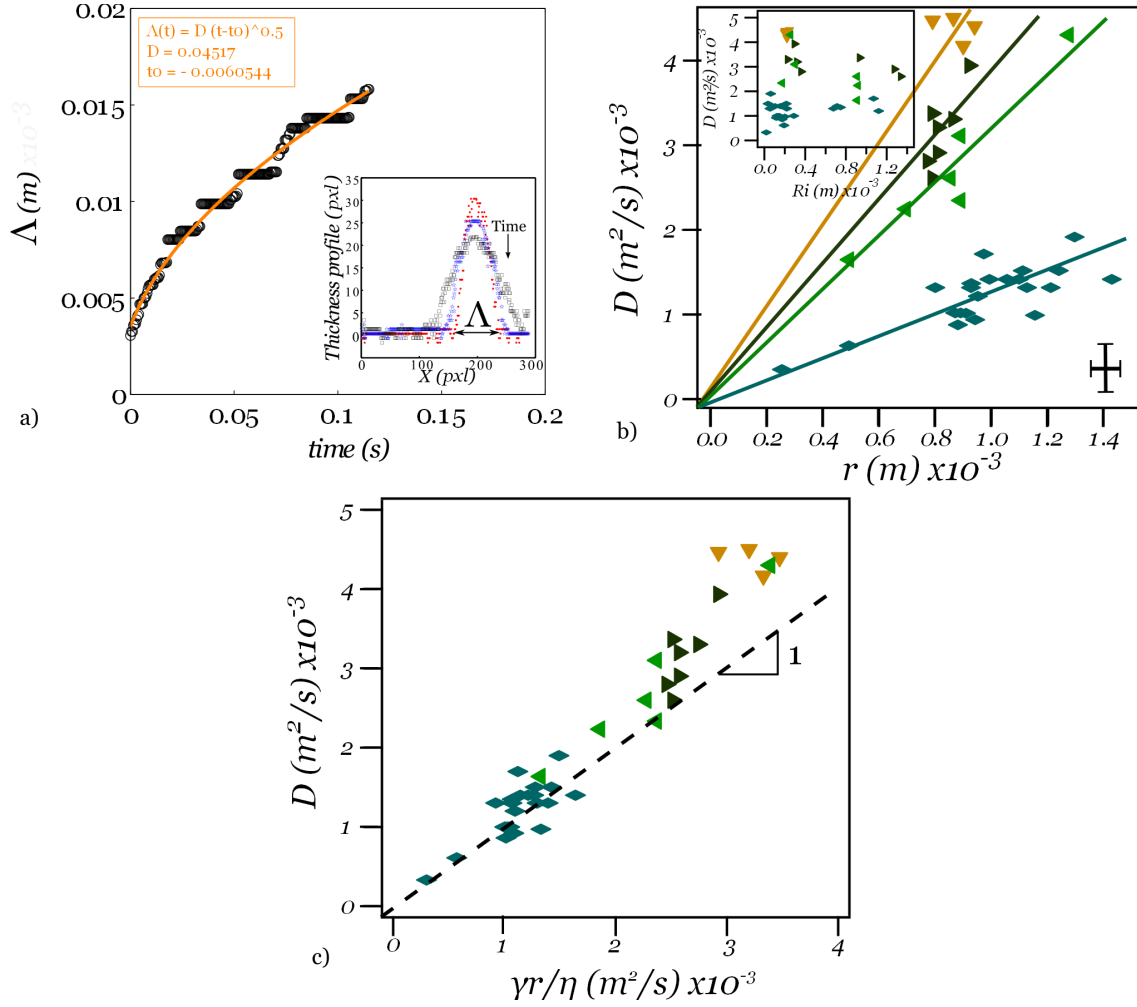
#### 3.3.4.1 Description

Pour les solutions de plus fortes viscosités et de faibles viscosités de surface (solutions B5 et B6 et dans certaines conditions B3 et B4), le comportement de la redistribution change de manière drastique par rapport au régime inertiel. Pour chaque solution, les rayons  $r$  et  $R_i$  sont variés significativement.

L'inhomogénéité de liquide induite par la goutte prend la forme d'un paquet de liquide localisé dans le bord de Plateau. Le bord de Plateau ne présente plus deux zones d'épaisseurs uniformes séparées par un front net, mais un profil d'épaisseur graduel et continu selon  $Oz$ , l'axe principal du bord de Plateau. Pour obtenir précisément le profil d'épaisseur du bord de Plateau, on retransche la valeur initiale de l'épaisseur du bord de Plateau,  $e^{exp}(z, 0)$  mesurée juste avant la coalescence, à l'épaisseur mesurée à partir du début de la coalescence,  $e^{exp}(z, t)$ , en tout point  $z$  et au cours du temps (définition de  $e^{exp}(z, t)$  dans la section 2.4.1.2). La variation d'épaisseur apparente du bord de Plateau  $e^{exp}(z, t) - e^{exp}(z, 0)$  est mesurée automatiquement (via un programme Matlab) en tout point  $z$  le long du bord de Plateau et sur toute la durée du régime de redistribution. Trois exemples de profil d'épaisseur mesurés pour trois temps différents sont représentés dans l'encart de la figure 3.12a. La présence de surplus de liquide dans le bord de Plateau crée un profil d'épaisseur en cloche qui s'affaisse et s'étale dans le temps. On observe sur la figure 3.4 que la vitesse d'étalement diminue dans le temps. De plus, la redistribution totale d'une quantité de liquide identique est quatre fois plus lente avec la solution de plus grande viscosité (solution B6) que la redistribution totale obtenue dans le régime inertiel avec les solutions de plus basses viscosités (solution A-B1).



## 3.3.4.2 Mesures d'étalement



**Figure 3.12** – Symboles et couleurs répertoriés dans le tableau 2.1 du chapitre 2.3. La croix représente l'erreur estimée sur les mesures induite par la résolution spatiale et temporelle des vidéos. Solutions B3, B4, B5 et B6. Encart a) : Exemple de profils d'épaisseur du bord de Plateau pour trois temps différents. Le profil d'épaisseur forme une courbe en cloche qui s'affaisse et s'étaie. Une mesure de la largeur à la base de la courbe en cloche est réalisée au cours du temps (on note  $\Delta(t)$  l'étalement de la sur-épaisseur). a) Exemple d'évolution temporelle de l'étalement du liquide apporté par la goutte dans le bord de Plateau  $\Delta(t)$  (cercles noirs) et l'interpolation des données avec une loi de type  $\sqrt{D(t-t_0)}$  (ligne orange). Solution B5,  $r = 1.5\text{mm}$ ,  $R_i = 0.17\text{mm}$ . b) Coefficient  $D$  en fonction du rayon de la goutte,  $r$ . Des relations de proportionnalités peuvent être ajustées aux mesures sur notre gamme de paramètres :  $D(m^{-2}.s^{-1}) = ar(m)$  avec  $a(m.s^{-1}) = (\{4.9; 3.8; 3.1; 1.2\} \pm 0.2)$  respectivement pour les solutions B3, B4, B5 et B6 exhibant le régime visqueux. Encart : Coefficient  $D$  en fonction du rayon de courbure initial du bord de Plateau,  $R_i$ . Pas de corrélation évidente. c)  $D$  en fonction du coefficient de diffusion capillaro-visqueux  $\frac{\gamma r}{\eta}$ . La ligne possède une pente 1.

La dynamique d'étalement du paquet de liquide est caractérisée par l'évolution temporelle de sa largeur dans le bord de Plateau initial. On note  $\Lambda(t)$  (figure 3.12) cette largeur au temps  $t$  (avec  $t = 0$  le temps du contact entre la goutte et le bord de Plateau). L'étalement  $\Lambda(t)$  est obtenu par la mesure de la largeur à la base de la courbe en cloche dessinée par la variation d'épaisseur apparente. En pratique,  $\Lambda(t)$  est prise égale à la distance minimum séparant deux points du profil d'épaisseur correspondant tous les deux à une variation d'épaisseur apparente égale à 0.2mm de part et d'autre du maximum de la courbe en cloche. Ce critère arbitraire correspond à la plus petite variation d'épaisseur sortant de l'imprécision des mesures. Cette imprécision provient de la résolution de la caméra. La mesure de  $\Lambda(t)$  est réalisée sur toutes les expériences exhibant la géométrie du bord de Plateau décrite dans ce régime pour les solutions les plus visqueuses, B3 à B6, en variant  $r$  et  $R_i$ . Un exemple de mesure de  $\Lambda(t)$  est représenté sur la figure 3.12a. L'étalement du paquet de liquide peut être ajusté par une loi de puissance dont l'exposant est inférieur à 1. On décide d'interpoler la courbe  $\Lambda(t)$  par une loi du type :

$$\Lambda(t) = \sqrt{D(t - t_0)} \quad (3.36)$$

Avec  $D$  et  $t_0$  deux paramètres libres d'ajustement. Du fait de l'imprécision des mesures, on ne peut pas affirmer que les mesures s'ajustent parfaitement avec une loi de puissance d'exposant 1/2 néanmoins une telle loi est pleinement compatible avec toutes les mesures de  $\Lambda(t)$ . Des lois de puissances avec des exposant 1/3 et 2/3 ont été trouvées par Piroird et Lorenceau [92] durant la dynamique de redistribution d'une goutte d'huile dans un bord de Plateau aqueux. Ces exposants se sont montrés moins en accord avec mes mesures que ne l'est l'exposant 1/2. Ceci n'est pas en contradiction avec le travail de Piroird et Lorenceau car le système qu'ils étudient est différent. Dans leur étude, une goutte d'huile coalesce et se redistribue dans un bord de Plateau dont la solution possède une forte viscosité de surface. Leur étude fait ressortir un effet de la taille du bord de Plateau et autorise une courbure positive et nulle du bord de Plateau. Ces deux derniers points ne semblent pas s'appliquer à nos observations expérimentales.

On obtient des valeurs de  $D$  comprises entre  $0.5 \cdot 10^{-3} \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $4.5 \cdot 10^{-3} \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$  (figure 3.12b). Le coefficient  $D$  est tracé en fonction du rayon de la goutte,  $r$ , pour toutes les expériences de ce régime. Le coefficient  $D$  augmente, dans notre gamme de paramètres, selon une loi de proportionnalité avec le rayon de goutte,  $r$  (voir figure 3.12b). Donc le rayon de la goutte,  $r$ , est une longueur pertinente de ce régime. On observe aussi que plus la solution est visqueuse et plus le coefficient  $D$  est petit à  $r$  fixé.

Le coefficient  $D$  est représenté en fonction du rayon de courbure initial du bord de Plateau  $R_i$  dans l'encart de la figure 3.12b. Aucune tendance claire ne ressort de ces mesures dans notre gamme de paramètres. Il n'y a donc pas d'effet significatif du rayon de courbure initial du bord de Plateau sur la dynamique d'écoulement dans ce régime.

Le paramètre  $t_0$  est trouvé négatif et correspond, en valeur absolue, à la durée qu'il faut pour passer de  $\Lambda = 0$  à  $\Lambda(0)$ .

### 3.3.4.3 Interprétation du régime visqueux

On peut rendre compte des résultats expérimentaux de ce régime en considérant que la dynamique d'étalement décrite par  $\Lambda(t)$  est une dynamique de type diffusive dont le coefficient de diffusion est  $D$ . La mise en mouvement du liquide fait suite à une déformation locale du bord de Plateau et des films, la capillarité est donc le moteur de cet écoulement. Comme on l'a vu, l'écoulement est ralenti et un effet de la viscosité apparaît sur la valeur du coefficient  $D$ , le frein de l'écoulement est d'origine visqueuse.

En utilisant le rayon de la goutte,  $r$ , comme longueur caractéristique, une analyse dimensionnelle permet de construire un coefficient de diffusion compatible avec les tendances expérimentales observées :  $\gamma r / \eta$ .

La comparaison entre les mesures expérimentales de  $D$  et  $\gamma r/\eta$  est représentée sur la figure 3.12c. Un bon accord est obtenu. Les valeurs des pentes obtenues par interpolation linéaire pour les différentes solutions sont répertoriées dans le tableau 3.3. Le bon accord entre l'estimation théorique et la mesure expérimentale conforte l'idée que la redistribution de l'inhomogénéité de liquide dans le bord de Plateau est gouvernée par un mécanisme capillaro-visqueux dont la dynamique est de type diffusive.

solution	$D/\frac{\gamma r}{\eta}$
B3	$(1.1 \pm 0.2)$
B4	$(1.1 \pm 0.1)$
B5	$(1.0 \pm 0.1)$
B6	$(1.0 \pm 0.1)$

**Table 3.3** — Coefficients de proportionnalité entre les mesures et les expressions obtenues par analyse dimensionnelle pour les solutions B3 à B6 dans le régime visqueux

Le temps  $t = 0$  correspond à l'instant du premier contact entre la goutte et le bord de Plateau, on en déduit que  $\Lambda(0) = 2r$ . Qualitativement, le temps  $t_0$  correspond au temps nécessaire au liquide pour s'étaler de  $\Lambda = 0$  à  $\Lambda = 2r$  dans la dynamique d'écoulement décrite par une loi de type diffusion.

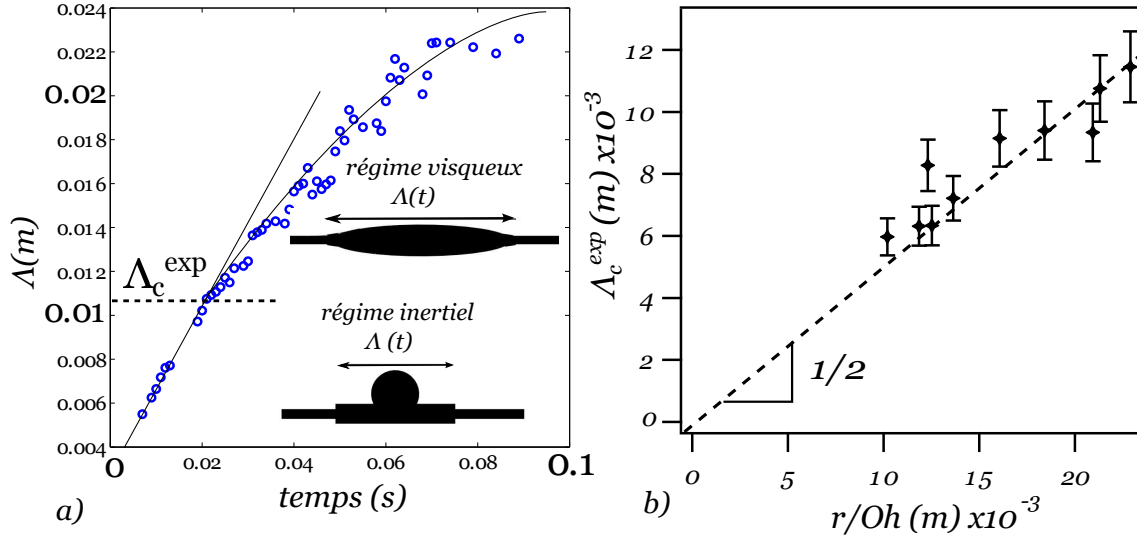
Pour les solutions de grandes viscosités et les faibles viscosités de surface un régime visqueux est observé. L'inhomogénéité de liquide donne au bord de Plateau un profil d'épaisseur décrivant une courbe en cloche. La largeur de cette courbe augmente en suivant une dynamique de type diffusive où le coefficient de diffusion  $D$  dépend de la tension de surface, du rayon de la goutte et de la viscosité de la solution. Contrairement au régime inertiel, le régime visqueux ne semble pas dépendre du rayon de courbure initial du bord de Plateau dans notre gamme de paramètres.

#### 3.3.5 Transition régime inertiel - régime visqueux

Pour les solutions de faibles viscosités et de faibles viscosités de surface la redistribution d'une inhomogénéité de liquide dans un bord de Plateau est un phénomène inertiel alors que pour les solutions de fortes viscosités et de faibles viscosités de surface la redistribution est freinée par la dissipation visqueuse. On s'intéresse à présent à la transition d'un régime à l'autre en utilisant les solutions de viscosité intermédiaire B3 et B4 pour lesquelles, sous certaines conditions, en plus des comportements inertiels ou visqueux, des comportements transitoires entre ces deux régimes sont observés.

##### 3.3.5.1 Étalement d'une goutte à la transition

Pour les expériences où le comportement de la redistribution n'est clairement ni dans le régime inertiel ni dans le régime visqueux, on reproduit l'analyse du profil d'épaisseur décrite pour les solutions visqueuses (section 3.3.4). La figure 3.13a représente la mesure de l'étalement  $\Lambda(t)$  pour une telle expérience réalisée avec la solution B3.



**Figure 3.13** – a) Exemple d'évolution temporelle de l'étalement  $\Lambda(t)$  mesurée lors d'une expérience réalisée avec la solution B3,  $R_i = 0.7\text{mm}$  et  $r = 1.2\text{mm}$ . La ligne en pointillés noirs sépare les deux régimes. Les lignes continues représentent une loi affine de pente  $0.5\text{m.s}^{-1}$  et une loi de puissance avec un exposant  $1/2$ . Une distance d'étalement critique  $\Lambda_c^{exp}$  correspondant au changement de comportement dynamique est déterminée à partir des courbes expérimentales. Un schéma symbolisant le régime d'étalement du liquide dans le bord de Plateau est placé de part et d'autre de la valeur de  $\Lambda_c^{exp}$ . L'erreur sur la mesure de  $\Lambda_c^{exp}$  est de  $\pm 5\%$ , induite par le bruit des mesures de  $\Lambda(t)$ . b) Distance d'étalement critique expérimentale  $\Lambda_c^{exp}$  en fonction du rapport  $r/Oh$ . La ligne en pointillés possède une pente 0.5. Une loi de proportionnalité relie  $\Lambda_c^{exp}$  avec  $r/Oh$  dans notre gamme de paramètres.

Aux temps courts, le profil d'épaisseur du bord de Plateau perturbé évolue avec une vitesse constante, il correspond au profil d'un ressaut capillaire, l'écoulement correspond au régime inertiel. Aux temps longs, le profil d'épaisseur du bord de Plateau perturbé est beaucoup plus graduel et la vitesse d'étalement ralentit dans le temps (les points expérimentaux s'écartent de la droite de départ). On retrouve le comportement du régime visqueux. La mesure de  $\Lambda(t)$  dans le régime visqueux est plus bruitée que dans le régime inertiel car les bords du paquet de liquide ne sont plus aussi nettement définis.

On observe donc que le système transite du régime inertiel vers le régime visqueux. La transition entre les deux régimes se produit à partir d'un temps critique ( $t_c$ ). Comme initialement  $\Lambda(t)$  est linéaire, il existe une longueur d'étalement critique à partir de laquelle l'écoulement transite du régime inertiel vers le régime visqueux. Cette expérience est reproduite en variant  $r$  et  $R_i$  pour chaque solution (B3 et B4). Pour chaque série d'expériences, on définit une distance critique d'étalement  $\Lambda(t_c) = \Lambda_c^{exp}$  comme la distance à laquelle les points expérimentaux s'écartent de la tendance linéaire des temps courts. L'erreur induite par la précision des mesures de  $\Lambda(t)$  est estimée de l'ordre de  $\pm 5\%$ .

### 3.3.5.2 Interprétation de la transition

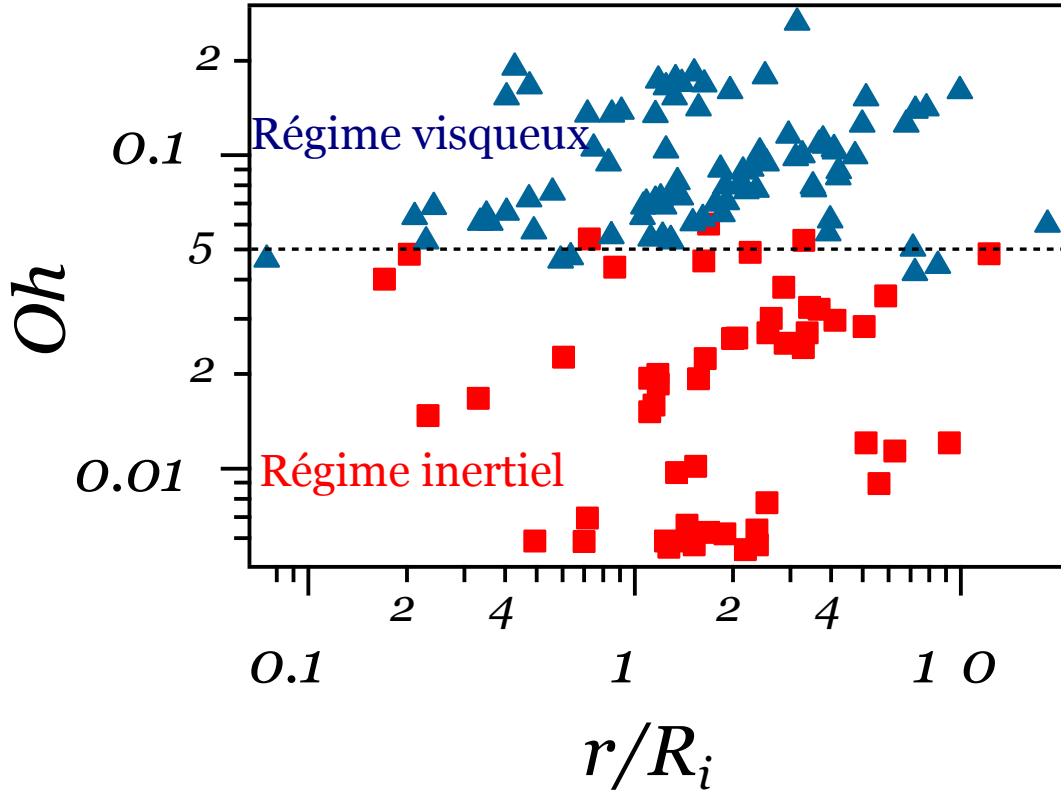
En supposant que le mécanisme dynamique le plus lent impose la dynamique de redistribution du liquide dans le système, la transition entre le régime inertiel et le régime visqueux se produit quand les vitesses de chaque régime s'équilibrent. La vitesse de redistribution dans le régime inertiel est de l'ordre de  $c_0 = \sqrt{\gamma/\rho R_i}$ . La vitesse de redistribution dans le régime visqueux est définie par  $c_\eta(t) = \frac{1}{2}d\Lambda(t)/dt = D/4\Lambda(t)$  avec  $D \propto \gamma r/\eta$ . A la transition,  $\Lambda(t_c) = \Lambda_c$  et en égalisant les deux vitesses, il vient :  $\sqrt{\gamma/\rho R_i} \propto \gamma r/\eta \Lambda_c$ . Cette relation peut être réécrite sous la forme :  $\Lambda_c \propto \frac{r}{Oh}$  où  $Oh = \frac{\eta}{\sqrt{\rho\gamma R_i}}$  est le nombre de Ohnesorge.

La comparaison entre l'estimation en loi d'échelle,  $r/Oh$ , et les mesures de l'étalement critique est réalisée sur la figure 3.13b. Une relation de proportionnalité est obtenue avec un préfacteur de  $0.5 \pm 0.1$ , donc  $\Lambda_c \simeq \frac{r}{2Oh}$ . L'ordre de grandeur indique un accord correct entre l'estimation en loi d'échelle et les mesures, cependant la gamme des paramètres est restreinte du fait des contraintes expérimentales. Une viscosité trop faible et/ou un rayon de courbure trop important ne permettent pas d'observer le phénomène de transition avec un bord de Plateau de 5 cm de long, on observe seulement le régime inertiel. L'utilisation d'un bord de Plateau plus long impliquerait de diminuer la résolution spatiale de la caméra et donc de perdre de la précision sur la mesure du profil d'épaisseur. Les gouttes trop petites n'alimentent pas un ressaut suffisamment longtemps pour que la transition soit visible, on observe seulement le régime visqueux. Seul un petit nombre d'expériences a permis de mettre en évidence un changement de régime.

On cherche alors à établir un critère permettant de prédire l'observation de la transition et donc l'observation de ressaut hydraulique dans les bords de Plateau. L'étalement du liquide contenu dans la goutte démarre au niveau des bords de la goutte. Le diamètre de la goutte définit donc un étalement minimal. On travaille avec un bord de Plateau dont la longueur  $L$  définit une longueur d'étalement maximal. Pour pouvoir observer une transition il faut donc que la valeur de  $\Lambda_c$  soit comprise entre le diamètre de la goutte ( $\Lambda_c > 2r$ ) et la longueur du bord de Plateau ( $\Lambda_c < L$ ). La transition du régime inertiel vers le régime visqueux est donc visible si  $2r < \Lambda_c < L$ .

Le membre de droite de l'inégalité ( $\Lambda_c < L$ ) se réécrit  $r/2Oh < L$ , ainsi pour un bord de Plateau de longueur centimétrique fixée qui coalesce avec une goutte de rayon millimétrique, la transition se produit pour  $Oh \simeq 0.05$ . La figure 3.14 représente un diagramme d'écoulement. L'écoulement dominant, inertiel ou visqueux, est indiqué pour toutes les expériences en fonction de  $r/R_i$  et  $Oh$ . Les solutions A et B1 à B6 sont utilisées en variant  $R_i$  et  $r$  pour chaque solution. On observe que la transition entre les deux régimes se produit pour une valeur de  $Oh$  de l'ordre de 0.05 comme estimée.

Le membre de gauche de l'inégalité ( $2r < \Lambda_c$ ) signifie qu'au temps  $t = 0$ , l'étalement de la goutte dans le bord de Plateau débute depuis une distance de l'ordre du diamètre de la goutte :  $\Lambda(0) = 2r$ . Donc pour observer un ressaut hydraulique capillaire dans un bord de Plateau, il faut que  $\Lambda_c \gg \Lambda(0)$ . C'est à dire que  $\Lambda_c/r \gg 2$ , ce critère géométrique permet de prédire l'observation d'un ressaut hydraulique capillaire dans un bord de Plateau en fonction de la géométrie initiale de ce bord de Plateau, du rayon de la goutte et de la solution utilisée.



**Figure 3.14** – Diagramme d'écoulement : Régime d'écoulement en fonction de  $r/R_i$  et de  $Oh$  pour des bords de Plateau centimétriques qui coalescent avec des gouttes millimétriques. Les triangles bleus et les carrés rouges représentent les expériences exhibant majoritairement le régime visqueux et le régime inertiel. La ligne en pointillés représente  $Oh = 0.05$ . Expériences réalisées avec les solutions A et B1 à B6.

Ainsi pour des valeurs typiques de tension de surface ( $\gamma = 30 \text{ mN.m}^{-1}$ ), de masse volumique ( $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ ) et de rayon de courbure du bord de Plateau ( $R_i = 0.1 \text{ mm}$ ) :

- Lorsque  $\eta = 1 \text{ mPa.s}$  alors  $\frac{\Lambda_c}{r} \sim 30$  (solution B1 par exemple) : On observe uniquement le régime inertiel. L'écoulement ne se fait pas sur un bord de Plateau suffisamment long pour transiter vers le régime visqueux.
- Lorsque  $\eta = 9 \text{ mPa.s}$  alors  $\frac{\Lambda_c}{r} \sim 3$  (solution B4 par exemple) : On observe le régime inertiel, la transition et le régime visqueux.
- Lorsque  $\eta = 28 \text{ mPa.s}$  alors  $\frac{\Lambda_c}{r} \sim 1$  (solution B6 par exemple) : On observe uniquement le régime visqueux car  $\Lambda_c/r < 2$ .

#### 3.3.5.3 Application aux mousses liquides

Le critère géométrique simple  $\Lambda_c/r \gg 2$  peut être réécrit sous la forme  $1/Oh \gg 4$  (avec  $Oh = \frac{\eta}{\sqrt{\rho\gamma R_i}}$ ) et définit un rayon de courbure critique initial de bord de Plateau au-delà duquel on doit observer des ressauts hydrauliques capillaires, tout au moins de manière transitoire :

$$R_i^c \sim \frac{16\eta^2}{\gamma\rho}. \quad (3.37)$$

Ce critère d'observation du régime inertiel est défini de façon locale en terme de rayon de courbure du bord de Plateau, de viscosité, de tension de surface et de masse volumique. Il est transposable à l'échelle de la mousse avec des paramètres globaux en terme de taille moyenne des bulles,  $R_b$ , et de fraction liquide,  $\phi_l$ . En supposant une mousse sèche, le rayon de courbure des bords de Plateau  $R$  peut être défini comme une fonction de la taille des bulles  $R_b$  et de la fraction volumique de liquide  $\phi_l$  (section 1.1.3.3, équation (1.4)) :

$$R = R_b \delta_b \sqrt{\phi_l}. \quad (3.38)$$

L'égalisation des équations (3.37) et (3.38) permet de définir une taille de bulle critique au-delà de laquelle on devrait observer des ressauts hydrauliques capillaires, dans les mousses :

$$R_b^c \sim \frac{R_i^c}{\delta_b \sqrt{\phi_l}} \sim \frac{16\eta^2}{\gamma\rho} \frac{1}{\delta_b \sqrt{\phi_l}}. \quad (3.39)$$

Cette taille de bulle critique est de l'ordre de  $1\mu$  m pour une mousse liquide standard dans la limite sèche ( $\eta = 1\text{mPa.s}$ ,  $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $\gamma = 30\text{mN.m}^{-1}$ ,  $\phi_l = 0.01$ ). On prédit donc que pour une mousse de solution de faible viscosité en volume et en surface, pour laquelle la rhéologie des interfaces affecte peu la dynamique des écoulements, des ressauts hydrauliques capillaires peuvent se propager dans les bords de Plateau lors d'écoulement transitoire, par exemple lors de la redistribution d'inhomogénéités de liquide, dès que les bulles ont une taille moyenne supérieure au micron. La réalisation d'observations d'écoulements dans un bord de Plateau au sein d'une mousse est difficile. A la suite de mes travaux, une expérience macroscopique a permis à Petit *et al.* [113](p.82) d'observer des ressauts hydrauliques capillaires dans les bords de Plateau, lors d'expériences de T1s. On peut donc s'attendre à l'apparition de ressaut dans les mousses lors de réarrangements de bulles.

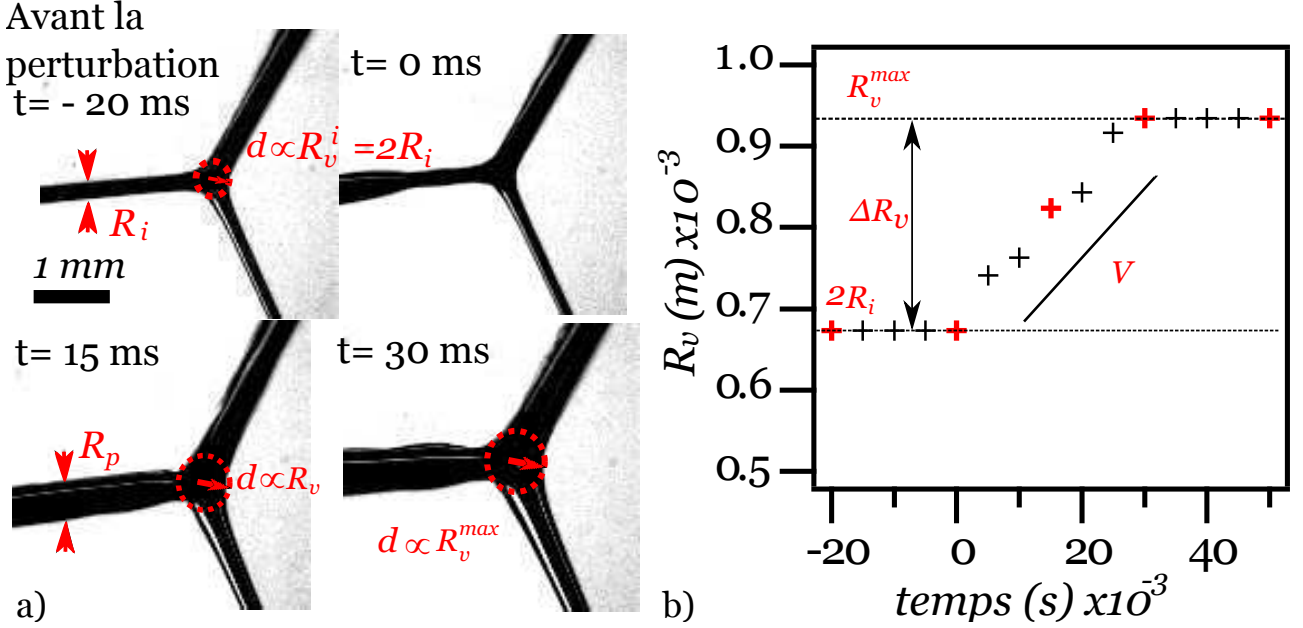
### 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, je me suis intéressé à la redistribution d'une inhomogénéité de liquide dans un bord de Plateau soutenu par trois films. Pour les solutions de faibles viscosités de surface, cette redistribution prend la forme d'un ressaut hydraulique capillaire dont la dynamique et la géométrie dépendent de la tension de surface, de la masse volumique et du rayon de courbure initial du bord de Plateau. L'écoulement est alors inertiel, à  $Re > 1$  (on rappelle que  $Re = 1/Oh$  avec la vitesse capillaro-intertielle). Lorsque le ressaut se propage et qu'il atteint une distance d'étalement critique, l'écoulement transite vers un régime dont la dynamique, de type diffusive, est gouvernée par le rayon de la goutte (taille de la perturbation), la tension de surface et la viscosité de la solution. L'écoulement initialement inertiel est alors dominé par les forces visqueuses. La longueur d'étalement critique dépend du rayon de la goutte, du rayon de courbure du bord de Plateau, de la tension de surface, de la masse volumique et de la viscosité de la solution. Elle m'a permis d'élaborer un critère d'observation des ressauts hydrauliques capillaires dans les mousses liquides classiques.



### 3.5 Compléments

#### 3.5.1 Passage d'un ressaut capillaire dans un vertex



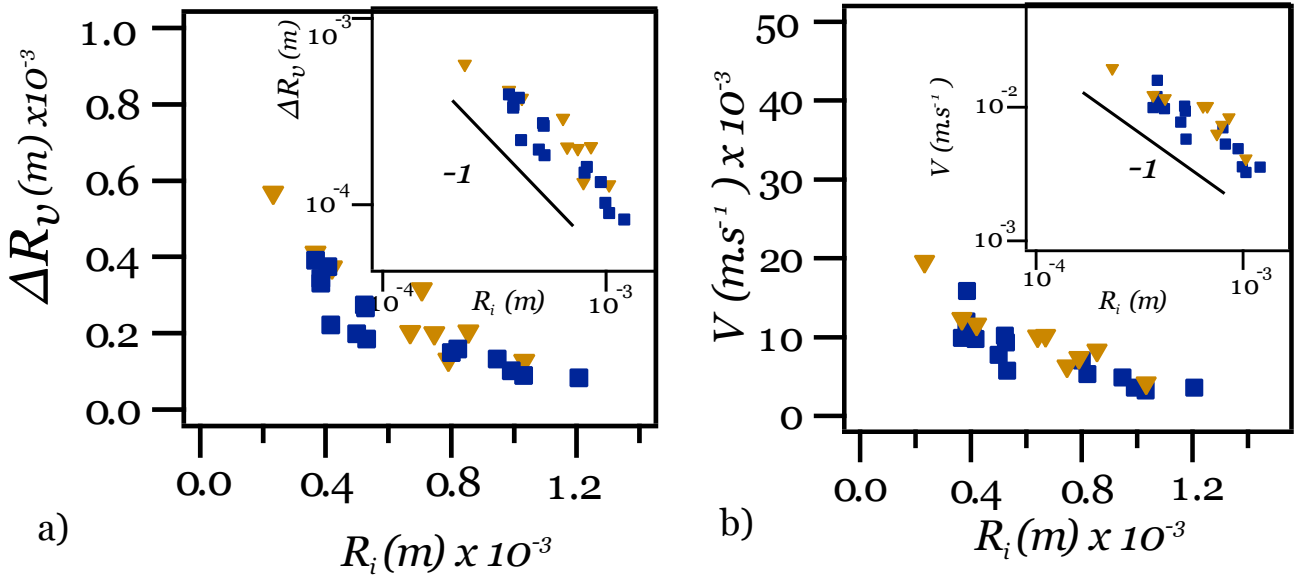
**Figure 3.15** – a) Séquence d'images issues d'une vidéo : un ressaut hydraulique capillaire rencontre un vertex. Sont représentés : Le vertex et le bord de Plateau avant la perturbation ( $t = -20$  ms et  $d \propto R_v^i = 2R_i$ ), le bord de Plateau horizontal parcouru par un ressaut hydraulique capillaire ( $t = 0$  ms), le ressaut a envahi le bord de Plateau et gonfle le vertex ( $t = 15$  ms et le rayon de cercle inscrit dans le vertex vaut  $d \propto R_v$ ), le bord de Plateau et le vertex ont atteint leur rayon de courbure maximal ( $t = 30$  ms et  $d \propto R_v^{max}$ ). b) Évolution temporelle du rayon de courbure du vertex  $R_v$ . Le rayon de courbure du vertex transite d'un état initial ( $R_v^i = 2R_i$ ) vers un état final ( $R_v = R_v^{max}$ ) avec une vitesse constante  $V \sim 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$ . Les croix rouges correspondent aux photographies de la figure 3.15a. La ligne en pointillés représente la valeur de saturation du rayon de courbure du vertex,  $R_v^{max}$ .

On se place ici dans le régime inertiel et on s'intéresse à la rencontre entre un ressaut hydraulique capillaire et un vertex. Le bord de Plateau est horizontal et les films sont en configuration Y. La caméra est focalisée sur le vertex qui reçoit l'écoulement induit par l'alimentation depuis le bord de Plateau horizontal. L'alimentation du système permet de varier le rayon de courbure du bord de Plateau horizontal et simultanément le rayon de courbure du vertex. La variation est réalisée sur un ordre de grandeur. L'influence de la viscosité est testée avec les solutions B1 et B3 dont la viscosité change d'un facteur 9. Une goutte de rayon  $r \simeq 1,4$  mm est larguée au-dessus du bord de Plateau à environ un centimètre du vertex. La goutte possède un volume suffisant pour assurer un apport en liquide important et continu durant la propagation du ressaut dans le bord de Plateau puis dans le vertex.

La figure 3.15a est une séquence de photographies extraites d'une vidéo. L'expérience est réalisée avec la solution B1. Ces photographies sont capturées après la coalescence de la goutte et montre la propagation du ressaut dans le bord de Plateau ( $t = 0$  ms, choisi arbitrairement), la rencontre entre le ressaut capillaire et le vertex ( $t = 15$  ms) et le vertex après le passage du ressaut capillaire ( $t = 30$  ms). Après avoir été heurté par le ressaut capillaire, le vertex gonfle et trois ressauts capillaires secondaires sont créés et se propagent dans les trois bords de Plateau non horizontaux (non visible sur les images). En restant qualitatif, on remarque que les vitesses de propagation de ces ressauts capillaires sont perturbées par la gravité. Les ressauts qui ont un mouvement d'ascension peuvent être arrêtés par la gravité.

On cherche à suivre l'évolution temporelle du rayon de courbure du vertex,  $R_v$ , au passage du ressaut. Pour cela on mesure l'évolution temporelle du rayon du cercle inscrit au vertex

étudié,  $d$ . Le rayon de courbure du vertex est relié au rayon du cercle inscrit par une étape de calibration réalisée avant le dépôt de la goutte :  $d(t = 0) \propto R_v^i$ . On rappelle que la loi de Laplace fixe un facteur 2 entre le rayon de courbure du bord de Plateau  $R$  et le rayon de courbure du vertex  $R_v$  au repos (section 1.1.3.3) :  $R_v^i = 2R_i$ . La mesure de  $R_v(t)$  de la même vidéo est représentée sur la figure 3.15b. On observe que  $R_v$  augmente depuis sa valeur initiale,  $2R_i$ , pour atteindre une valeur limite  $R_v^{max}$  avec une vitesse constante  $V \simeq 10^{-2} \text{m.s}^{-1}$ . On note  $\Delta R_v = R_v^{max} - 2R_i$  la différence de rayon de courbure du vertex non perturbé et gonflé par le ressaut.



**Figure 3.16** – Symboles : Les carrés bleus représentent la solution B1. Les triangles dorés représentent la solution B3. Écart d'un facteur 9 en viscosité entre les deux solutions. a) Différence de rayon de courbure du vertex,  $\Delta R_v$ , en fonction du rayon de courbure initial du bord de Plateau  $R_i$ . Encart : mêmes données en échelle logarithmique. Une loi de puissance en  $R_i^{-1}$  est compatible avec les expériences. Les deux séries de mesures se superposent. b) Vitesse de gonflement du vertex,  $V$ , en fonction du rayon de courbure initial du bord de Plateau,  $R_i$ . Encart : mêmes données en échelle logarithmique. Une loi de puissance en  $R_i^{-1}$  est compatible avec les expériences. Les deux séries de mesures se superposent. L'erreur sur les mesures de  $R_i$  est induite par de la résolution spatiale des vidéos  $\pm 0.07 \text{mm}$ , l'erreur sur la différence de rayon de courbure du vertex est induite par une difficulté à définir nettement le cercle inscrit au vertex ( $\pm 0.08 \text{mm}$ ) et l'erreur sur la vitesse est induite par l'erreur sur  $R_v$  et par la résolution temporelle des vidéos.

Deux paramètres peuvent alors être mesurés d'après l'évolution temporelle de  $R_v(t)$  : la différence de rayon de courbure du vertex,  $\Delta R_v$ , ainsi que la vitesse de croissance  $V$ . Ces mesures sont représentées en fonction du rayon de courbure initial du bord de Plateau  $R_i$  ( $R_v(t = 0) = 2R_i$ ) sur la figure 3.16 a-b.

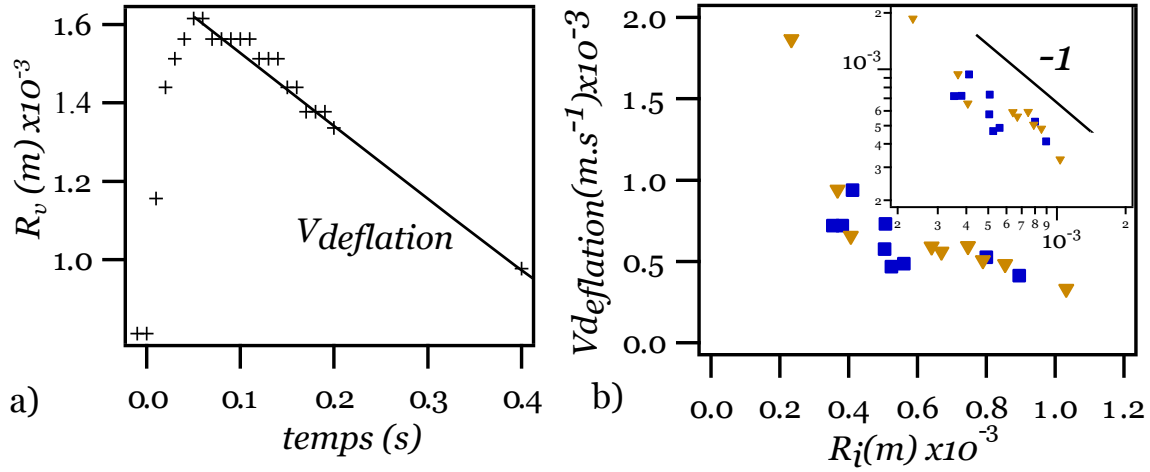
Les deux quantités diminuent lorsque  $R_i$  augmente. Aussi bien pour la différence de rayon de courbure du vertex que pour la vitesse de gonflement, les données sont compatibles avec une loi en  $1/R_i$ . Cette dépendance est mise en évidence par la représentation en échelle logarithmique (encart de la figure 3.16 a et b). En fixant l'exposant de la loi de puissance à  $-1$ , on obtient par ajustement des mesures :  $\Delta R_v = (0.9 \pm 0.1) \cdot 10^{-7} R_i^{-1.0}$  et  $\Delta R_v = (1.4 \pm 0.1) \cdot 10^{-7} R_i^{-1.0}$  et  $V = (5.2 \pm 0.5) \cdot 10^{-6} R_i^{-1.0}$  et  $V = (5.8 \pm 0.6) \cdot 10^{-6} R_i^{-1.0}$  respectivement pour la solution B1 et B3 (les longueurs et les temps sont en mètre et en seconde). On observe que les deux séries de mesures réalisées avec les deux solutions se superposent.

La caractérisation du grossissement du vertex donne quelques indices sur la dynamique d'écoulements internes. Alors que la viscosité varie d'un facteur 9 entre les deux solutions testées, la variation de la vitesse de gonflement  $V$  d'une solution à l'autre n'est que de 1.1 et

le rapport des différences de rayon de courbure du vertex  $\Delta R_v$  n'est que de 1.6. Cela montre que la viscosité intervient peu dans la dynamique des écoulements au travers des vertex. Cela suggère que quand l'écoulement dans le bord de Plateau est inertiel, les écoulements dans les vertex sont aussi gouvernés par l'inertie du liquide. Il est difficile d'approfondir l'étude du fait de la faible gamme de paramètres (rayon de la goutte, rayon de courbure du bord de Plateau et viscosité) qu'il est possible d'explorer dans ce régime d'écoulements inertiels.

Aux temps longs, le réservoir de liquide s'est épuisé, le vertex et les bords de Plateau s'amincissent pour retourner à leurs rayons de courbure initiaux. La décroissance du rayon de courbure du vertex est observée sur la figure 3.17a au travers de la mesure de  $R_v(t)$  durant 0.4s. On observe que la décroissance du rayon de courbure du vertex est approximativement linéaire dans le temps avec une vitesse notée  $V_{deflation}$ . La mesure de la vitesse de dégonflement est représentée sur la figure 3.17b, elle est de l'ordre de  $10^{-3}\text{m.s}^{-1}$ . Cette vitesse est d'un ordre de grandeur plus faible que la vitesse de gonflement. On observe de nouveau que les deux séries de mesures des deux solutions se superposent. L'encart de cette figure représente les mêmes données en échelle logarithmique. Les mesures sont compatibles avec une loi en puissance dont l'exposant est proche de  $-1$ . En ajustant les mesures par une loi de puissance d'exposant  $-1$ , le meilleur ajustement pour la vitesse de dégonflement donne :  $V_{deflation} = (3.1 \pm 0.9).10^{-7}R_i^{-1.0}$  et  $V_{deflation} = (4.3 \pm 0.6).10^{-7}R_i^{-1.0}$  respectivement pour les solutions B1 et B3 (les longueurs sont en mètre et les temps en seconde). Durant le dégonflement du vertex peu d'effets de la viscosité sont observés dans notre gamme de paramètres.

Nous n'irons pas plus loin dans l'analyse du dégonflement du vertex car il est probablement partiellement gouverné par la gravité. Ce régime est également limité par la taille finie du système qui peut induire des réflexions d'écoulements aux bords.



**Figure 3.17** – Symboles : Les carrés bleus représentent la solution B1. Les triangles dorés représentent la solution B3. Écart d'un facteur 9 sur la viscosité des deux solutions. a) Évolution temporelle du rayon de courbure du vertex,  $R_v(t)$ , sur des temps longs (0.4s). On observe une croissance rapide suite à l'apport du liquide par le ressaut puis une décroissance lente, le système retourne à son état initial. La droite est une approximation linéaire de la décroissance permettant de mesurer une vitesse de décroissance,  $V_{deflation}$ , approximativement constante durant le dégonflement du vertex. b) Vitesse de dégonflement,  $V_{deflation}$ , en fonction du rayon de courbure initial du bord de Plateau,  $R_i$ , pour les deux solutions B1 et B3. Une loi de puissance en  $R_i^{-1}$ , est compatible avec les expériences. Encart : mêmes données en échelle logarithmique. Les deux séries de mesures se superposent. L'erreur sur les mesures de  $R_i$  est induite par la résolution spatiale des vidéos  $\pm 0.07\text{mm}$ , l'erreur sur variation de rayon de courbure est induite par une difficulté à définir nettement le cercle inscrit au vertex ( $\pm 0.08\text{mm}$ ) et l'erreur sur la vitesse est induite par l'erreur sur  $R_v$  et par la résolution temporelle des vidéos.

Les résultats obtenus lors de cette étude impliquent deux remarques :

1. Les exposants des interpolations sont difficiles à retrouver par le biais d'une analyse dimensionnelle. Quoi qu'il en soit, la faible gamme de variation des paramètres ne permettrait pas de vérifier un éventuel modèle. Le rayon de la goutte en particulier est un paramètre qu'il est difficile de faire varier sur cette étude de plus d'un facteur 10 car pour les petites gouttes, le vertex ne gonfle pas de manière significative et pour les plus grosses gouttes une partie du liquide est évacuée par les films (voir section 3.5.4) modifiant la quantité de liquide réellement apportée dans le réseau des bords de Plateau et vertex. La viscosité est variée sur une petite gamme pour rester dans le régime inertiel et le rayon de courbure du bord de Plateau ne peut être varié que sur un ordre de grandeur pour ne pas créer des écoulements parasites turbulents dans le bord de Plateau et les films (chapitre 2 section 2.2.2).
2. Il est communément accepté dans la littérature sur le drainage que les dissipations se produisent principalement dans les vertex lorsque les interfaces sont mobiles [35, 53] (chapitre 1 section 1.2.1). Les expériences réalisées ici montrent que le gonflement d'un vertex lorsqu'il est traversé par un ressaut hydraulique ne dépend pas significativement de la viscosité de la solution. Cela ne signifie pas que la viscosité ne joue aucun rôle, elle peut intervenir dans les pertes de charge singulières gouvernées par les changements de vitesses du fluide à la traversée du vertex.

### 3.5.2 Rayon minimal de gouttes alimentant un ressaut hydraulique capillaire

Dans cette section, on se place dans le cadre du régime inertiel. Les gouttes suffisamment grosses constituent un réservoir de liquide permettant de conserver l'épaisseur des ressauts constantes lors de leur traversée du bord de Plateau. Les observations expérimentales permettent de définir un critère sur le rayon minimal qu'il faut fournir à la goutte pour que le ressaut hydraulique se déplace à épaisseur constante sur une distance significative le long du bord de Plateau. Lorsque  $r/R_i \leq 0.6$ , la forme du ressaut change après avoir atteint une distance d'étalement de  $4r$ . L'épaisseur du bord de Plateau perturbé n'est alors plus constante, on observe la formation de deux bosses dans le bord de Plateau perturbé qui se propagent dans les deux directions avec des vitesses constantes proches des vitesses des ressauts obtenus avec des grosses gouttes (section 3.3.2). Ces bosses disparaissent rapidement. Lorsque  $r/R_i \leq 0.2$  le liquide apporté par la goutte n'est plus suffisant pour que l'on détecte une variation d'épaisseur du bord de Plateau.

On cherche à retrouver le critère de rayon de goutte minimal  $r/R_i \leq 0.6$  permettant au ressaut de conserver sa forme sur une distance significative le long du bord de Plateau par des arguments géométriques. La goutte constitue un réservoir de liquide de volume  $\frac{4}{3}\pi r^3$ . Ce liquide alimente deux ressauts hydrauliques capillaires d'épaisseur constante qui s'étalent sur une distance totale  $\Lambda$ . Le volume de liquide injecté dans la zone dilatée du bord de Plateau s'écrit  $\Lambda(S_j - S_i)$  avec  $S_{i,j}$  les surfaces des bords de Plateau initial et perturbé. L'étalement maximal que peuvent parcourir les ressauts en conservant leur forme en étant uniquement alimentés par la goutte est défini par :

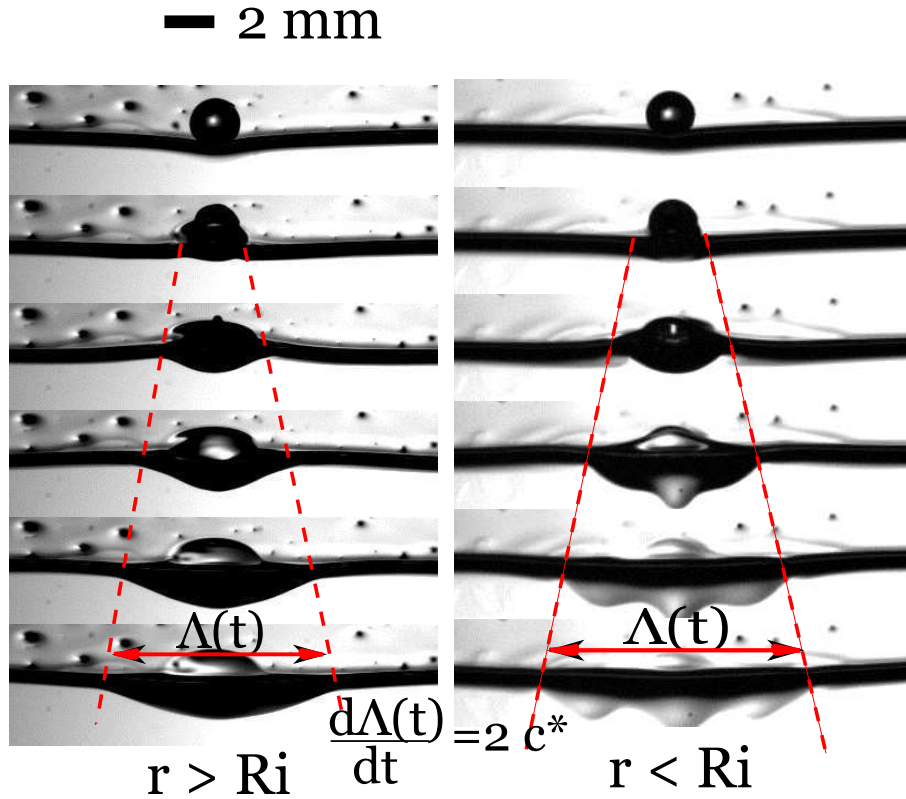
$$\Lambda_{max} = \frac{4\pi}{3} \frac{r^3}{S_j - S_i} = \frac{4\pi}{3(\sqrt{3} - \pi/2)((R_j/R_i)^2 - 1)} \frac{r^3}{R_i^2}. \quad (3.40)$$

Pour comparer l'équation (3.40) aux observations expérimentales on remplace le rapport de rayon de courbure par sa valeur expérimentale  $R_j/R_i \simeq 1.8$  (figure 3.7) et l'étalement maximal du ressaut par  $\Lambda_{max} = 4r$ . On obtient alors un critère sur le rayon minimal de la goutte :  $\frac{r}{R_i} = 0.6$ . Ce résultat est en accord avec les observations expérimentales.

### 3.5.3 Influence de la mobilité de surface (3)

On cherche à comprendre l'effet de la viscosité de surface sur le régime inertiel de redistribution de liquide dans le bord de Plateau. On utilise les solutions C1 et C2 dont la viscosité de surface varie d'un ordre de grandeur par rapport à la viscosité de surface des solutions A et B1 à B6 en conservant une viscosité en volume, une masse volumique et une tension de surface proches de celles des solutions A et B1. Pour les solutions A et B1 on a observé dans un ressaut hydraulique capillaire dans le bord de Plateau. Les rayons  $r$  et  $R_i$  sont variés systématiquement.

#### 3.5.3.1 Description



**Figure 3.18** – Deux séquences d’images réalisées avec la solution C1. Pas de temps entre chaque image :  $\Delta t = 5 \text{ ms}$ . Deux cas sont représentés à volume de goutte identique ( $r = 0.95 \text{ mm}$ ) : à droite un bord de Plateau fin ( $R_i = 0.8 \text{ mm}$ ) et à gauche un bord de Plateau épais ( $R_i = 1.1 \text{ mm}$ ). Dans le cas de gauche,  $r > R_i$ , le profil d’épaisseur du bord de Plateau est graduel, la vitesse d’étalement du liquide ajouté dans le bord de Plateau est constante ( $c^* = 0.15 \text{ m.s}^{-1}$ ). Une quantité du liquide ajouté est piégée dans les films au dessus du bord de Plateau formant un demi ovale fixe sur la séquence d’images. Dans le cas de droite,  $r < R_i$ , l’épaisseur du bord de Plateau perturbé est approximativement constante et présente un front nettement identifiable qui se propage dans le bord de Plateau initial avec une vitesse constante ( $c^* = 0.2 \text{ m.s}^{-1}$ ) légèrement plus grande dans le cas  $r > R_i$ .

Avec les solutions de fortes viscosités de surface (solution C1 et C2), la coalescence d’une goutte et d’un bord de Plateau soutenu par trois films entraîne une inhomogénéité de liquide dans le bord de Plateau mais également dans les trois films où une partie du liquide de la goutte s’infiltré. Les images des figures 3.4(3) et 3.18 montrent que le liquide dans les films (en gris plus clair que le bord de Plateau) disparaît lentement, sur des temps longs devant le temps de redistribution du liquide dans le bord de Plateau.

La figure 3.18 représente deux séquences d’images issues de deux vidéos réalisées avec la solution C1. Deux gouttes de rayons similaires coalescent avec un bord de Plateau fin (à gauche) ou épais (à droite) par rapport au rayon de la goutte. Deux profils différents sont observés pour l’épaisseur du bord de Plateau perturbé :

- Pour un bord de Plateau initial fin, le profil d'épaisseur du bord de Plateau perturbé n'est pas constant, sa forme est définie par une courbe en cloche. L'épaisseur du bord de Plateau varie graduellement sans former de front net séparant le bord de Plateau perturbé du bord de Plateau initial. Le liquide dans les films semble quant à lui figé dans les deux films au-dessus du bord de Plateau sur des durées d'observation relativement courte.
- Pour un bord de Plateau initial épais, le bord de Plateau perturbé possède une épaisseur approximativement constante. Un front sépare le bord de Plateau perturbé du bord de Plateau initial. Celui-ci est net bien que la différence d'épaisseur entre les deux régions soit faible, inférieure au facteur 2 observé dans le régime inertiel (section 3.3.2).

Dans les deux cas, la vitesse de redistribution est constante et de l'ordre de  $0.1 \text{ m.s}^{-1}$ . On observe que la vitesse est légèrement plus grande lorsque le bord de Plateau est plus épais à rayon de goutte fixé quel que soit le profil d'étalement. On s'attend donc à mesurer des vitesses d'étalement qui augmentent avec le rayon de courbure du bord de Plateau.

### 3.5.3.2 Mesures et discussions

La mesure de vitesse d'étalement du liquide est effectuée en mesurant l'évolution temporelle de l'étalement de l'inhomogénéité de liquide dans le bord de Plateau,  $\Lambda(t)$ , par une méthode automatique identique à la méthode décrite dans la section 3.3.4.

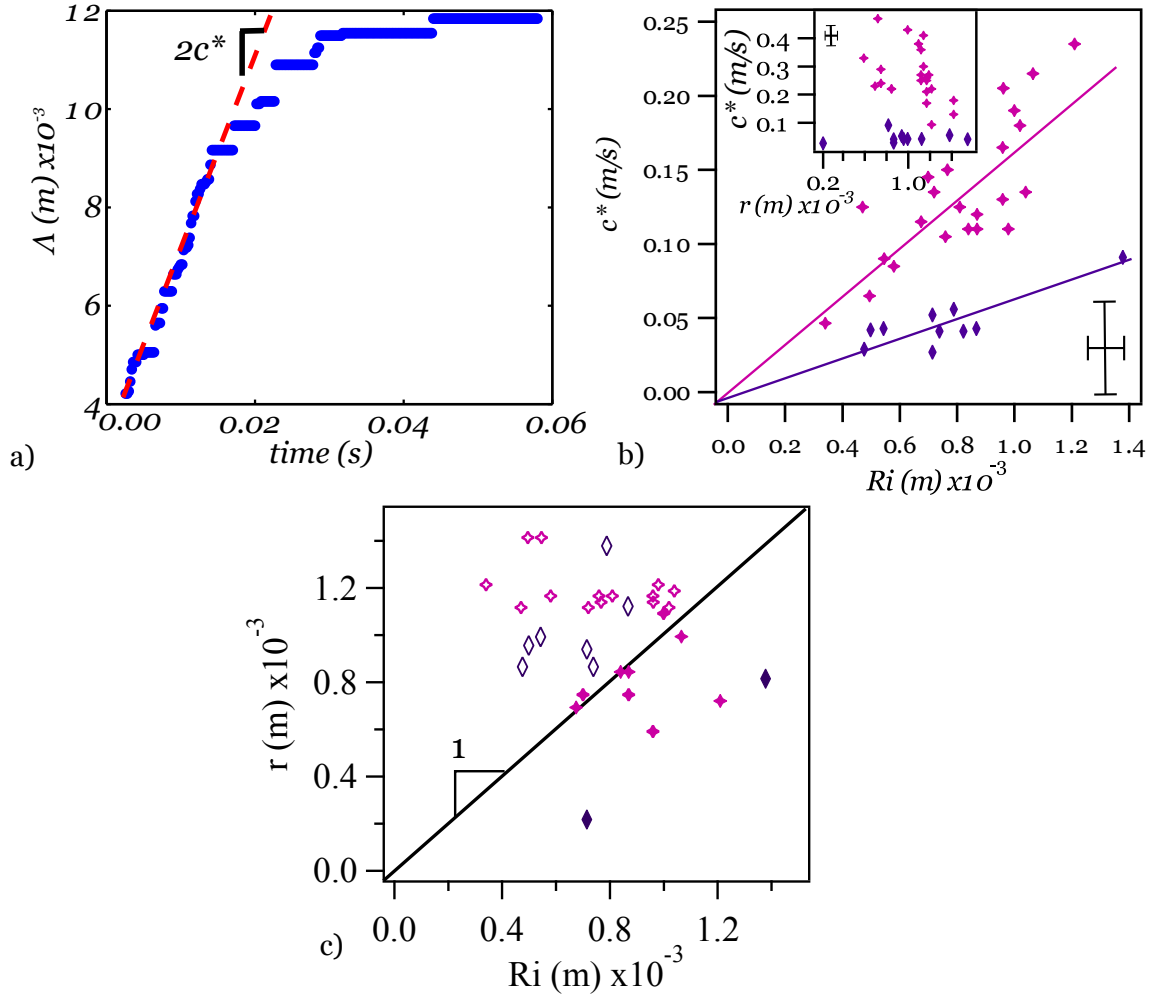
La figure 3.19a est un exemple de mesure de  $\Lambda(t)$ . Dans un premier temps, l'étalement (représenté en bleu) se fait linéairement dans le temps (droite en pointillés rouges). La vitesse  $c^*$  correspond à la vitesse d'avancée du liquide d'un seul côté de la goutte. Elle est donnée par la pente de la partie linéaire divisée par 2. Dans cet exemple, la vitesse vaut  $c^* = (0.15 \pm 0.03) \text{ m.s}^{-1}$ . Dans un second temps l'écoulement ralenti pour atteindre l'étalement maximal (12 mm sur cet exemple).

La vitesse d'étalement  $c^*$  est représentée en fonction de  $r$  et  $R_i$ , pour les deux solutions C1 et C2, sur la figure 3.19b. L'encart de cette figure ne permet pas de mettre en évidence une relation entre la vitesse d'étalement et le rayon de la goutte,  $r$ . Une relation de proportionnalité est compatible entre les mesures de  $R_i$  et de  $c^*$  quel que soit le rayon de la goutte. Les mesures sont ajustées par des lois linéaires d'équations :  $c^*(\text{m.s}^{-1}) = (156 \pm 20)R_i(\text{m})$  pour la solution C1 et  $c^*(\text{m.s}^{-1}) = (666 \pm 20)R_i(\text{m})$  pour la solution C2.

Une analyse dimensionnelle simple permet de définir une vitesse  $c_0^* = \frac{\gamma R_i}{\eta^*}$  avec  $\eta^*$  la viscosité de surface. Les vitesses obtenues sont de l'ordre de  $c_0^*(\text{m.s}^{-1}) = 18 R_i(\text{m})$  pour la solution C1 et  $c_0^*(\text{m.s}^{-1}) = 20 R_i(\text{m})$  pour la solution C2. Ces valeurs de  $c^*/R_i$  sont très inférieures aux valeurs mesurées, l'analyse dimensionnelle ci-dessus ne permet pas d'expliquer la différence entre les résultats obtenus avec les solutions C1 et ceux de la solution C2. Cet approche n'est donc pas satisfaisante.

On rappelle que la viscosité de surface  $\eta^*$ , telle que mesurée dans la section 2.3, contient un terme de cisaillement et un terme de dilatation de surface  $\eta^* = \eta_s + \eta_d$ . Pour la plupart des solutions  $\eta^* \simeq \eta_d$  car  $\eta_s \ll \eta_d$ . Si le gonflement du bord de Plateau domine la dynamique, alors  $\eta_d$  est la viscosité pertinente. Si l'écoulement dans le bord de Plateau domine la dynamique, alors  $\eta_s$  doit être la viscosité pertinente, comme c'est le cas dans les modèles de drainage (chapitre 1 section 1.2.1). A ma connaissance, la viscosité de cisaillement de surface n'a jamais été mesurée pour les solutions C1 et C2. Pour la plupart des solutions de tensioactifs, cette viscosité est plus faible que la viscosité de dilatation de surface, on peut donc s'attendre à une estimation de  $c_0^*$  plus importante si celle-ci est basée sur  $\eta_s$  au lieu de  $\eta^*$ . Il serait donc utile pour la suite de cette étude de mesurer cette viscosité de cisaillement de surface. Il n'est donc pas possible d'estimer clairement l'effet de la rhéologie de surface sur ces premières observations de la redistribution d'une inhomogénéité de liquide dans un bord de Plateau. De plus, pour notre étude nous avons considéré que l'étalement se fait avec une vitesse constante mais cette vision simple ne tient





**Figure 3.19** – a) Exemple d'évolution temporelle de l'étalement  $\Lambda(t)$  du paquet de liquide apporté par la goutte dans le bord de Plateau. Solution C1.  $r = 0.7\text{mm}$  et  $R_i = 0.9\text{mm}$ . L'étalement  $\Lambda(t)$  augmente linéairement avec le temps avant de saturer. La pente de la variation linéaire permet de mesurer la vitesse d'étalement  $c^*$  :  $c^* = (0.15 \pm 0.03)\text{m.s}^{-1}$  b) Vitesse d'étalement,  $c^*$ , en fonction du rayon de courbure initial du bord de Plateau,  $R_i$ , pour les solutions C1 et C2. Des tendances linéaires sont compatibles avec les mesures. Des pentes de  $(156 \pm 20)$  et de  $(666 \pm 20)$  (en  $\text{s}^{-1}$ ) sont respectivement obtenues pour les solutions C1 et C2 par interpolations linéaires. Encart : Vitesse d'étalement,  $c^*$ , en fonction du rayon de la goutte,  $r$ . Aucune tendance claire ne ressort. La croix représente l'estimation de l'erreur sur les mesures induites par la précision de la définition de  $\Lambda(t)$ . c) Diagramme  $r - R_i$  des solutions C1 et C2 : les symboles pleins représentent les expériences où l'on observe un profil constant pour l'épaisseur du bord de Plateau perturbé. Les symboles ouverts représentent les expériences où le profil d'épaisseur du bord de Plateau perturbé est graduel. La séparation semble se faire pour  $r = R_i$  dans notre gamme de paramètres. Symboles et couleurs répertoriés dans le tableau 2.1 du chapitre 2.3.

pas compte du ralentissement qui apparaît aux temps longs. Cette saturation de l'étalement est peut-être liée au fait que le réservoir de liquide n'est plus suffisant pour conserver l'écoulement.

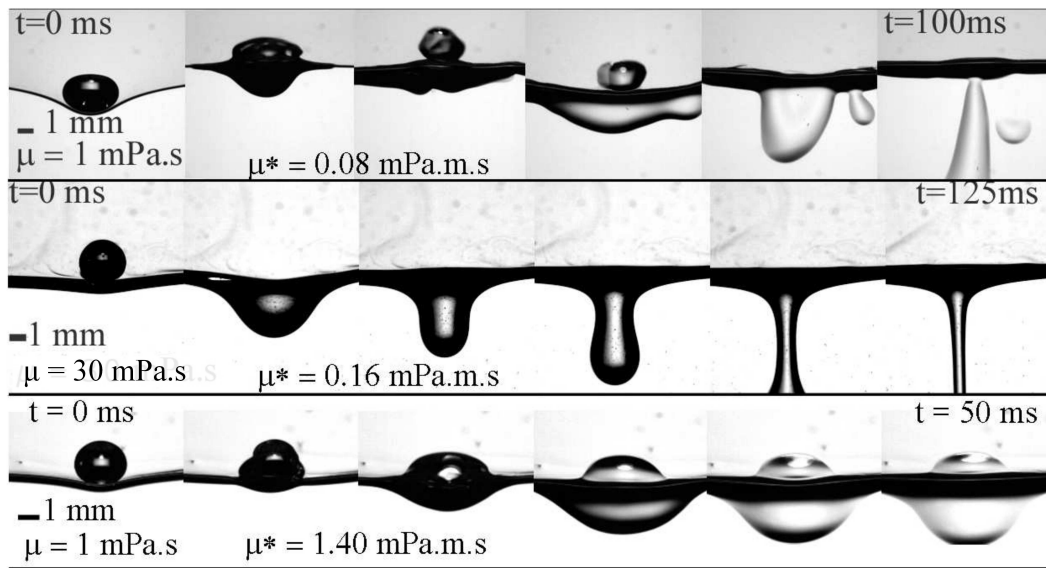
Une analyse expérimentale de l'aspect du bord de Plateau peut être réalisée. On a vu que certaines expériences présentent un front de propagation net d'épaisseur constante tout le long du bord de Plateau perturbé, alors que dans d'autres les bords de Plateau adoptent un profil d'épaisseur graduel. La transition semble géométrique, en fonction des rayons  $r$  et  $R_i$  seulement. La transition apparaît lorsque  $r \simeq R_i$  (figure 3.19c).

Ce régime de redistribution de liquide dans un bord de Plateau dont les effets de la viscosité de surface sont importants se distingue donc des deux autres par une vitesse d'étalement croissante avec l'augmentation du rayon de courbure initial du bord de Plateau et par un fort effet des films qui figent le liquide qui s'y insère. Un travail peut être réalisé sur la physico-chimie des



solutions pour explorer ce troisième régime par un aspect expérimental et théorique complet.

### 3.5.4 Rôle de la gravité dans l'évacuation du liquide



**Figure 3.20** – Séquence d'images de drainage par les films pour les trois régimes de redistribution. Expériences réalisées avec les solutions B1, B5 et C2. Une gouttelette de liquide traverse le film sous le bord de Plateau avec une forme et une vitesse qui dépendent des propriétés physico-chimiques des solutions.

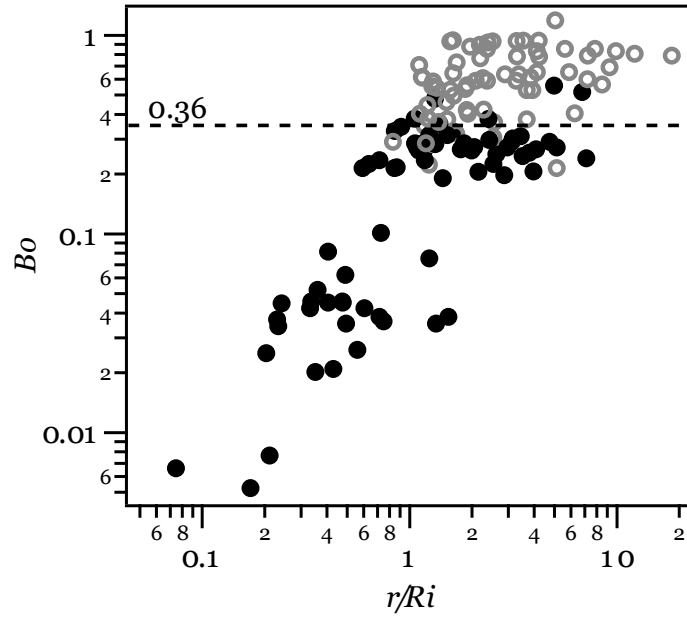
Durant la redistribution d'une inhomogénéité de liquide, le liquide préfère s'écouler dans les bords de Plateau que dans les films. Toutefois pour un certain nombre d'expériences, avec les trois types de solutions (A, B et C), on peut observer qu'une petite quantité du liquide ajouté est évacuée par le film vertical sous le bord de Plateau en prenant la forme d'une gouttelette qui chute dans le film (figure 3.20). La forme de la gouttelette ainsi que sa vitesse de chute dans le film varie en fonction de la solution.

Ce phénomène a été étudié sur les solutions A et B1 à B6. Les différentes expériences sont classées en deux groupes en fonction de l'observation des vidéos : Celles où l'on observe le passage d'une goutte dans le film vertical et celles où l'on ne l'observe pas. Pour les solutions C1 et C2, il est fréquent qu'une partie du liquide ajouté s'infilte dans les trois films et en particulier dans le film vertical sous le bord de Plateau. Pour les plus grosses gouttes une gouttelette traverse le film vertical en formant une sur-épaisseur locale de liquide dans le film. Le temps de chute est beaucoup plus long que pour les solutions de faibles viscosités de surface. Une étude précise reste à faire pour ces solutions.

Si le volume du liquide de la goutte ajouté est trop important une partie de ce liquide chute sous l'effet de son poids et traverse le film vertical situé sous le bord de Plateau. La gravité ne peut plus être négligée. Deux nombres sans dimension doivent être considérés : le rapport des longueurs  $r/R_i$  et le nombre de Bond,  $Bo$ . Le nombre de Bond  $Bo = \frac{\rho g r^2}{\gamma}$  compare les effets de la gravité aux effets capillaires en fonction de la taille  $r$  d'un objet liquide (ici le rayon de la goutte).

La figure 3.21 représente le diagramme nombre de Bond -  $r/R_i$  pour toutes les expériences des solutions A et B1 à B6 en distinguant les expériences dans lesquelles une gouttelette traverse le film vertical (symboles ouverts) des autres (symboles pleins). On observe que le nombre de Bond caractérise bien le passage du liquide dans le film et aucun effet de  $R_i$  n'est observé dans la gamme étudiée. L'évacuation sous gravité se fait si  $Bo > 0.36$ . C'est à dire si  $r \simeq 0.6L_c$  avec

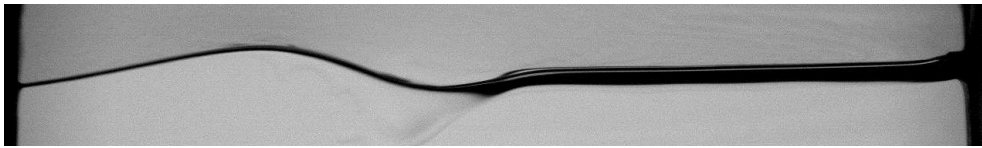
$L_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$  la longueur capillaire. Le reste du liquide sera évacué par le bord de Plateau. La gravité limite la quantité de liquide que le bord de Plateau a à évacuer.



**Figure 3.21** – diagramme  $Bo - r/R_i$  pour les solutions A et B1 à B6. Les symboles ouverts et pleins représentent respectivement les expériences pour lesquelles le drainage par les films est observé et celui où il n'est pas observé. La transition se fait pour  $Bo \simeq 0.36$ . La gravité intervient dans le système si  $r \simeq 0.6L_c$ , avec  $L_c$  la longueur capillaire.

## CHAPITRE 4

### VIBRATION D'UN BORD DE PLATEAU



4.1	Introduction . . . . .	<b>104</b>
4.2	Matériels et méthodes . . . . .	<b>105</b>
4.2.1	Cellule élémentaire de mousse . . . . .	105
4.2.1.1	Rappels . . . . .	105
4.2.1.2	Adaptation pour l'étude en vibration . . . . .	106
4.2.2	Dispositif vibrant . . . . .	107
4.2.2.1	Montage électro-mécanique . . . . .	107
4.2.2.2	Paramètres de l'excitation . . . . .	107
4.2.3	Observations préliminaires . . . . .	108
4.2.3.1	Onde de flexion . . . . .	109
4.2.3.2	Polarisation de l'onde . . . . .	110
4.2.4	Paramètres et mesures . . . . .	112
4.2.4.1	Paramètres de contrôle . . . . .	112
4.2.4.2	Grandeurs mesurées . . . . .	112
4.3	Régime linéaire : bord de Plateau homogène . . . . .	<b>113</b>
4.3.1	Premières observations . . . . .	113
4.3.1.1	Périodicité de l'enveloppe . . . . .	113
4.3.1.2	Effet de la longueur du bord de Plateau . . . . .	113
4.3.1.3	Réponse linéaire en amplitude . . . . .	114
4.3.2	Relation de dispersion $k(\omega)$ . . . . .	115
4.3.2.1	Mesures à $t=10s$ . . . . .	115
4.3.2.2	Evolutions temporelles . . . . .	118
4.3.3	Modélisation et discussion . . . . .	120
4.3.3.1	Ordre de grandeur . . . . .	120
4.3.3.2	Modélisation . . . . .	120
4.4	Couplage bord de Plateau - film . . . . .	<b>122</b>
4.5	Régime non linéaire - bord de Plateau inhomogène . . . . .	<b>125</b>
4.5.1	Expérience typique . . . . .	125
4.5.2	Caractérisation du front . . . . .	129
4.5.2.1	Position du front . . . . .	129
4.5.2.2	Rapport d'aspect du front . . . . .	131
4.5.3	Relations entre les grandeurs mesurées . . . . .	133
4.5.3.1	Relation $A_{BP} - R$ . . . . .	133
4.5.3.2	Relation $\Delta A - A_{BP} - R$ . . . . .	134
4.5.4	Modélisation et discussion . . . . .	137
4.5.4.1	Relation $A_{BP} - R$ . . . . .	137
4.5.4.2	Oscillateur forcé à fréquence propre variable . . . . .	139
4.5.4.3	Comparaison avec le modèle à l'échelle de la mousse . . . . .	142
4.6	Etude en compression . . . . .	<b>144</b>
4.6.1	Régime linéaire - basses amplitudes . . . . .	144
4.6.1.1	Comportement du bord de Plateau . . . . .	144
4.6.1.2	Relation de dispersion . . . . .	144
4.6.2	Régime non linéaire - hautes amplitudes . . . . .	146
4.6.2.1	Mise en évidence . . . . .	146
4.6.2.2	Réponse du bord de Plateau et des films . . . . .	146
4.6.2.3	Comparaison avec la modélisation . . . . .	147
4.7	Conclusion . . . . .	<b>149</b>

---

4.8	Compléments . . . . .	<b>150</b>
4.8.0.1	Ecoulements secondaires dans les films . . . . .	150

---

## 4.1 Introduction

L'étude des ondes mécaniques à l'échelle du bord de Plateau est un sujet nouveau à ma connaissance. Actuellement aucune étude n'apporte de réponses sur les phénomènes qui apparaissent à cette échelle et qui permettraient de valider les modèles acoustiques développés suite aux expériences réalisées à l'échelle de la mousse (section 1.2.2).

Parallèlement à mes travaux, deux autres études d'acoustique à l'échelle du bord de Plateau sont réalisées en France. Au laboratoire MSC de Paris une équipe menée par C. Derec et F. Elias réalise une étude expérimentale et théorique utilisant un bord de Plateau de 15 cm de long, soutenu par trois films de largeur centimétrique, vertical et alimenté en liquide par le sommet [93]. L'injecteur de liquide, en contact avec un vertex, est mis en vibration à des fréquences pouvant aller du Hertz au kiloHertz et à faibles amplitudes. Au laboratoire IPR de Renne, J. Seiwert, J. Pierre et B. Dollet réalisent une étude expérimentale et théorique d'un système composé d'un film de savon entouré d'un bord de Plateau circulaire [89]. L'excitation se fait à des fréquences audibles (kHz) et de faibles amplitudes.

Dans ce chapitre, je réalise une étude expérimentale et théorique qui vise à observer et comprendre les différents mécanismes qui rentrent en jeu dans la propagation des ondes mécaniques à l'échelle du bord de Plateau lors de sollicitations transverses ou longitudinales. Je travaille sur un bord de Plateau unique et horizontal soutenu par trois films constituant ainsi une cellule élémentaire de mousse. Cette étude est réalisée à basses fréquences (entre 30Hz et 120Hz) et à des amplitudes pouvant être importantes (jusqu'au centimètre). Le dispositif expérimental que j'ai développé est décrit dans la section 4.2. J'ai réalisé cette étude avec des ondes transverses dans un premier temps. J'ai observé que pour les basses amplitudes de sollicitation, la vibration du bord de Plateau et des films se caractérise par un régime linéaire dans lequel le rayon de courbure du bord de Plateau reste constant sur toute sa longueur. Ce régime est étudié expérimentalement dans la limite des bords de Plateau fins (section 4.3). Je m'intéresse ensuite à l'effet de la taille du bord de Plateau sur le régime linéaire (section 4.4). Puis pour les plus grandes amplitudes, un régime non linéaire apparaît dans lequel une réorganisation du liquide dans le bord de Plateau est observée. Ce régime est étudié expérimentalement et théoriquement dans la section 4.5. Cette étude est complétée dans la section 4.6 par une étude similaire avec une sollicitation longitudinale pour laquelle quelques différences apparaissent.

## 4.2 Matériels et méthodes

Sur la base du protocole expérimental décrit dans le chapitre 2 section 2.2.1 une cellule élémentaire de mousse reproductible et dont les caractéristiques géométriques sont ajustables est créée. Cette cellule est modifiée pour être sollicitée transversalement et longitudinalement à fréquences et amplitudes contrôlées.

### 4.2.1 Cellule élémentaire de mousse

#### 4.2.1.1 Rappels

**Création de la cellule élémentaire :** Les expériences sont réalisées avec une cellule élémentaire de mousse constituée d'un bord de Plateau raccordant trois films de savon. Pour créer cette cellule élémentaire, un cadre en forme de prisme à base triangulaire est trempé dans une solution aqueuse de tensioactifs selon le protocole décrit au chapitre 2 section 2.2. En sortant le cadre de la solution, le liquide s'organise pour former un bord de Plateau de longueur  $L$  centimétrique et de rayon de courbure  $R$ . De chaque côté de ce bord de Plateau se trouve un vertex relié au cadre par trois autres bords de Plateau. Le bord de Plateau central raccorde trois films de largeur  $l$  et d'épaisseur  $\epsilon$ . La largeur des films est définie par la dimension des triangles qui composent le cadre :  $l = \{0.5, 1.5, 3.3\}$ cm.

**Alimentation en liquide :** Le bord de Plateau et les films sont soumis au drainage gravitaire qui entraîne leur amincissement au cours du temps. Le drainage s'effectue sur des temps caractéristiques de l'ordre de la dizaine de secondes. Pour fixer la valeur de  $R_i$  homogène sur toute la longueur du bord de Plateau à l'état initial, le système est alimenté en solution de tensioactifs à débit  $Q$  constant depuis un des coins supérieurs du cadre (description au chapitre 2 section 2.2).

**Imagerie en caméra rapide :** La cellule est éclairée en transmission par une source étendue et est filmée à l'aide d'une caméra rapide (1000-5000im/s selon les besoins). Le bord de Plateau apparaît comme une ligne d'épaisseur  $e^{exp}$ . Une étape de calibration permet de relier l'épaisseur effective,  $e^{exp}$  et le rayon de courbure du bord de Plateau,  $R$  (chapitre 2 section 2.4). A partir des vidéos réalisées, on peut effectuer deux traitements qui s'avèreront utiles dans la suite : des diagrammes espace-temps et des moyennes temporelles en intensité lumineuse sur une durée choisie de vidéo (section 4.2.3).

**Repère :** Pour décrire le système on définit le repère orthonormé  $(O, x, y, z)$  tel que  $Oz$  soit l'axe longitudinal du bord de Plateau ( $0 < z < L$ ),  $Oxz$  soit le plan horizontal et tel que  $Oy$  soit l'axe vertical (figure 4.1). On définit également  $t$  la variable décrivant le temps.

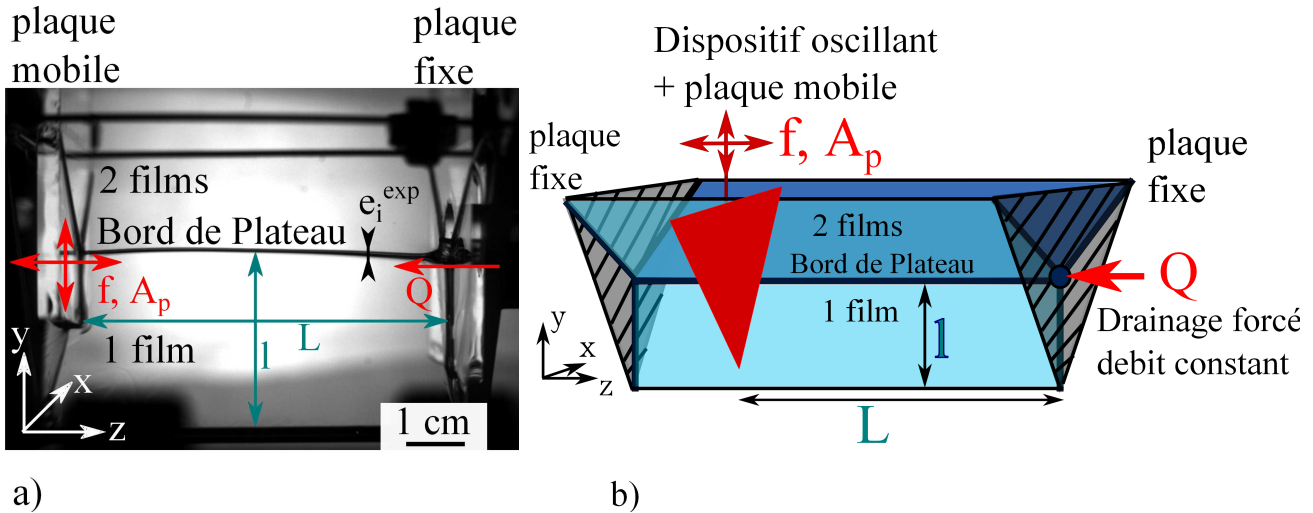
**Imagerie des films supportant le bord de Plateau :** L'observation des films de savon dans notre expérience est réalisée selon deux méthodes :

1. Une source étendue permet d'imager un film de savon dans sa totalité. Des franges d'interférences sont observées sur tout le film en utilisant une lumière cohérente monochromatique (chapitre 2 section 2.4). Ces franges représentent les lignes d'isoépaisseur du film et donne une mesure relative de l'épaisseur des films : quatre franges représentent une variation relative égale à une longueur d'onde de la lumière utilisée (ici  $\lambda_{diod} = 543\text{nm}$ , chapitre 2 section 2.4). Cette méthode permet de réaliser une mesure temporelle et spatiale de l'épaisseur relative d'un film de savon.

2. Une observation locale renseigne sur l'évolution de l'épaisseur d'un film en un point précis. Cette mesure locale est effectuée à l'aide d'un spectromètre à lumière blanche. Dans cette méthode, un faisceau en lumière blanche est analysé après avoir été réfléchi sur les deux interfaces du film. Cette méthode permet de mesurer l'épaisseur absolue d'un film en un point au cours du temps (chapitre 2 section 2.4). Ce point est pris dans la zone centrale du film vertical.

#### 4.2.1.2 Adaptation pour l'étude en vibration

Pour permettre l'étude des ondes mécaniques, le dispositif expérimental de base précédent est modifié. En particulier, la présence des vertex libres de se déplacer dans les trois directions de l'espace peut entraîner des mouvements complexes du bord de Plateau et des films. On décide de travailler sur un bord de Plateau dont la position des vertex est fixée dans un plan. Pour cela, le bord de Plateau et les films sont confinés entre deux plaques rigides, il n'y a plus de vertex à proprement parler (figure 4.1). Deux plaques rigides transparentes sont fixées au niveau des triangles qui forment le cadre prismatique. Cela a pour effet de localiser les deux "vertex" au niveau de ces plaques. La cellule élémentaire formée se compose alors de trois films qui se recoupent en un bord de Plateau central et horizontal de longueur  $L$  fixée entre 2cm et 15cm (figure 4.1).



**Figure 4.1** – Photographie (a) et schéma (b) du dispositif expérimental. Le bord de Plateau et les trois films qui le soutiennent sont confinés entre deux plaques fixes. Le bord de Plateau et les films sont de longueur  $L$  et les films de largeur  $l$ . Le bord de Plateau est alimenté en solution à débit  $Q$  fixant son rayon de courbure initial avant perturbation,  $R_i$ . Une plaque mobile est introduite dans la cellule. Elle effectue un mouvement transverse ou longitudinal par rapport à la direction  $Oz$  du bord de Plateau et sollicite périodiquement la cellule avec une amplitude  $A_p$  et une fréquence  $f$ .

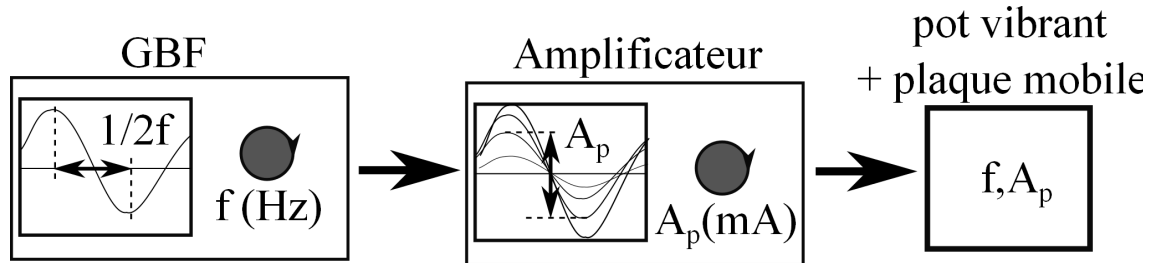
Du fait de la présence des plaques, l'alimentation du bord de Plateau en liquide ne peut plus être effectuée par un des coins du cadre prismatique comme cela est décrit dans le chapitre 2 section 2.2. L'alimentation se fait directement dans le bord de Plateau via un trou percé dans une des deux plaques (figure 4.1). Fixer  $Q$  permet de fixer le rayon de courbure initial du bord de Plateau  $R_i$  en tout point  $z$ . Ce dernier est varié de 0.1mm à 1.0mm.



### 4.2.2 Dispositif vibrant

Le bord de Plateau et les films sont mis en vibration par un dispositif électro-mécanique permettant une sollicitation mécanique périodique transverse ou longitudinale avec une grande amplitude.

#### 4.2.2.1 Montage électro-mécanique



**Figure 4.2** – Un générateur basse fréquence (GBF) produit un signal sinusoïdal de fréquence  $f$  choisie. Le signal est amplifié par un amplificateur audio et est envoyé sur un pot vibrant (modèle Tira Vb S513). Celui-ci fait vibrer une plaque en contact avec la cellule de mousse avec une amplitude crête à crête  $A_p$ .

Le signal définissant le mouvement imposé au système est émis par un générateur basse fréquence (GBF), il est ensuite amplifié par un amplificateur audio puis envoyé à un pot vibrant. La membrane oscillante du pot vibrant est reliée à une plaque mobile via une tige métallique rigide (suffisamment rigide pour ne pas se courber sous l'effet des vibrations). L'ensemble est isolé mécaniquement pour que les vibrations ne se propagent pas hors du système étudié (figure 4.2). Le mouvement de la plaque est sinusoïdal, de fréquence temporelle  $f$  et d'amplitude  $A_p$ . La plaque mobile est plongée dans le bord de Plateau et les trois films ou uniquement dans un film selon l'étude.

La vibration est activée avant la création de la cellule élémentaire de mousse, toutefois les acquisitions vidéos sont réalisées 10 secondes après la création de la cellule pour lui laisser le temps de drainer et de se stabiliser. L'effet des vibrations sur le drainage des films et du bord de Plateau est étudié dans la section 4.3.2.2.

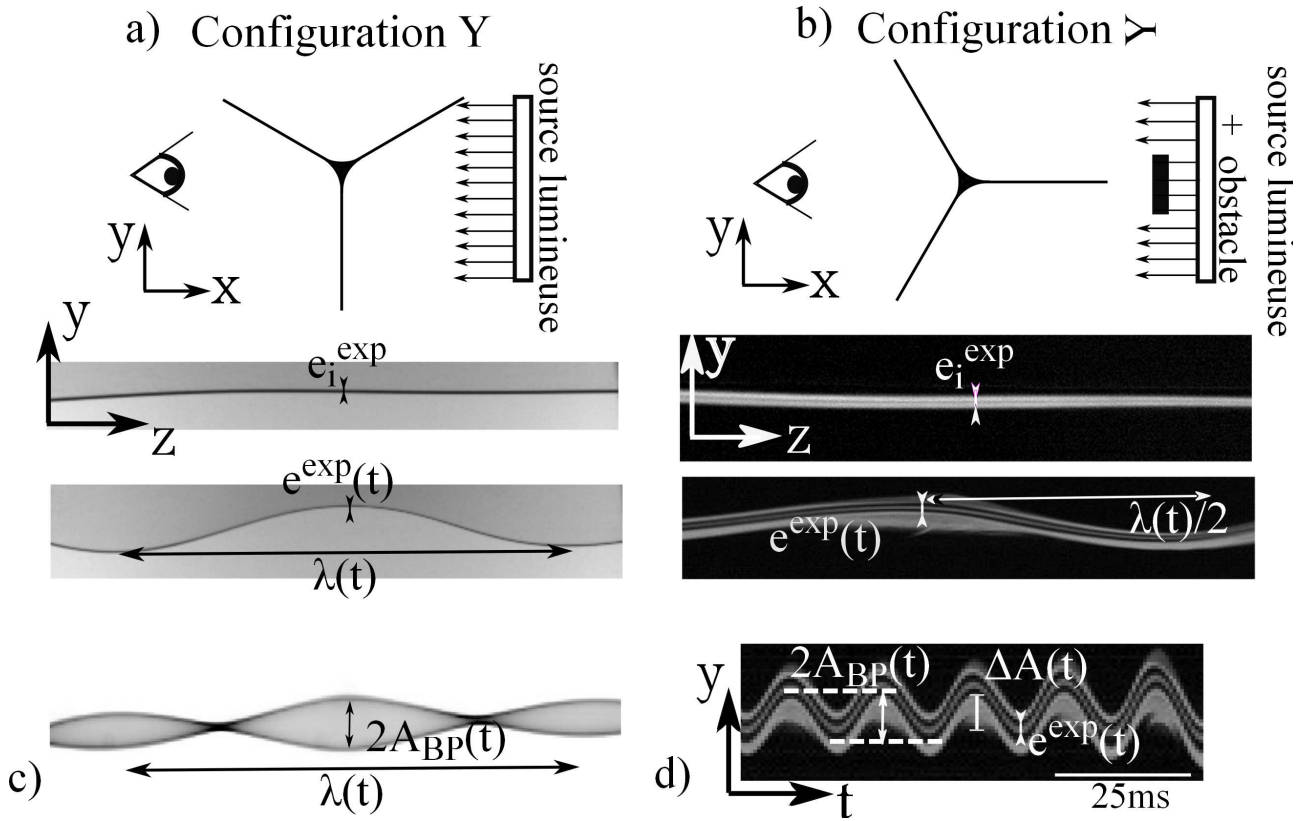
#### 4.2.2.2 Paramètres de l'excitation

La plaque mobile peut effectuer un mouvement transverse au bord de Plateau (dans le plan  $Oxy$ ) ou un mouvement longitudinal au bord de Plateau (selon l'axe  $Oz$ ). La plaque oscille sinusoïdalement à des fréquences,  $f$ , comprises entre 30Hz et 120Hz avec des amplitudes crête à crête,  $A_p$ , pouvant aller de 0 à 6mm pour les plus basses fréquences et de 0 à 1mm pour les plus élevées. Le pot vibrant entre en résonance pour des fréquences avoisinant 40Hz ce qui permet d'atteindre des amplitudes de 15mm pour cette fréquence particulière.

$A_p$  est mesurée à posteriori sur les vidéos. Elle est fixée ou est variée linéairement dans le temps. Le GBF permet d'effectuer des rampes d'amplitude montantes puis descendantes dont la période des rampes est choisie pour que la période d'oscillation de la plaque lui soit environ dix fois plus courte.

## 4.2.3 Observations préliminaires

A ce stade, les premières observations peuvent être réalisées.



**Figure 4.3** — Observations qualitatives : Présence d'une onde de flexion de longueur d'onde  $\lambda$  dans la cellule lors d'une sollicitation transverse de la plaque mobile à  $f = 60\text{Hz}$  à  $A_p \simeq 1\text{mm}$ . Le bord de Plateau possède une épaisseur apparente  $e^{\text{exp}}(t)$  et au repos  $e^{\text{exp}}(t) = e_i^{\text{exp}}$  en tout point  $z$ . a) Visualisation à un instant  $t$  de l'onde, en configuration Y (photo du bas). Le bord de Plateau apparaît comme une ligne noire sur fond clair. Bord de Plateau au repos (photo du haut). b) Visualisation de l'onde en configuration > (photo du bas). Le bord de Plateau apparaît en premier plan comme des franges grises et noires, l'épaisseur du bord de Plateau,  $e^{\text{exp}}(t)$ , est l'épaisseur totale de ces franges. Bord de Plateau au repos (photo du haut). c) Moyenne temporelle sur 100ms de l'intensité lumineuse de la vidéo représentée en (a). Mesure possible de  $\lambda(t)$  et  $A_{BP}(t)$  (prise comme la moitié de l'amplitude crête à crête). d) Diagramme espace-temps selon Oy de la vidéo représentée en (b) tracé en un point de grande amplitude d'oscillation du bord de Plateau supposé correspondre à un ventre de vibration ( $z$  fixé). Mesure possible de  $e^{\text{exp}}(t)$ ,  $A_{BP}(t)$ , de la différence d'amplitude  $\Delta A(t)$  et du déphasage  $\phi(t) = 2\pi f \Delta t_{BP-f}$  (non représenté car de l'ordre de 0 sur cette figure)

### 4.2.3.1 Onde de flexion

Prenons une expérience représentative, les films sont dans la configuration Y, la plaque vibrante est en contact avec les trois films et le bord de Plateau et elle effectue un mouvement transverse au bord de Plateau dans la direction  $Oy$ . La fréquence et l'amplitude d'oscillation de la plaque mobile sont fixées à  $f=60\text{Hz}$  et  $A_p \simeq 1\text{mm}$ . L'alimentation en liquide est nulle,  $Q = 0$ . Dans les mêmes conditions expérimentales mais sans vibration, le bord de Plateau est rectiligne et d'épaisseur initiale  $e_i^{exp}$  uniforme, proportionnelle au rayon de courbure initial  $R_i$ .

Les observations de cette première expérience sont représentées sur la figure 4.3a. Lorsque la plaque oscille, elle entraîne un mouvement de flexion du bord de Plateau.

Deux échelles de temps apparaissent alors dans le système, l'échelle de temps du drainage gravitaire (quelques dizaines de seconde, chapitre 2) et la période des oscillations (quelques dizaines de millisecondes). Dans la plus part de nos études, on s'affranchit du drainage en travaillant sur des durées courtes devant le temps caractéristique de drainage, c'est à dire quelques périodes d'oscillation du bord de Plateau et des films. A paramètres de contrôle fixés on néglige l'évolution temporelle lente des différents paramètres mesurables. Dans une étude (section 4.3.2.2) on s'intéressera à l'effet du drainage en observant l'évolution aux temps longs des différents paramètres mesurables.

A un instant donné  $t$ , la forme du bord de Plateau est approximativement sinusoïdale et on peut mesurer une longueur d'onde  $\lambda(t)$ . On note  $A_{BP}(t)$  l'amplitude du mouvement du bord de Plateau définie ici comme la moitié de l'amplitude crête à crête (figure 4.3c). On note  $e^{exp}(z, t)$  l'épaisseur du bord de Plateau proportionnelle à son rayon de courbure  $R(z, t)$  à une position donnée  $z$ . Sur les images obtenues à partir de la vidéo, aucune variation significative de l'épaisseur n'est détectée le long du bord de Plateau ; de plus aucune évolution significative de l'épaisseur du bord de Plateau n'est observée à l'échelle de quelques périodes d'oscillation, sur des durées de l'ordre de 100ms. On considère dans la suite que l'épaisseur du bord de Plateau est uniforme suivant  $z$  et constante aux temps courts, avec une dépendance en temps, sur une échelle de temps lente de l'ordre de la seconde. En pratique, la mesure de  $e^{exp}(t)$  est réalisée lorsque le bord de Plateau atteint une position extrême et donc une vitesse de déplacement nulle. Les vidéos obtenues à l'échelle temporelle des oscillations peuvent être moyennées dans le temps sur au moins une période d'oscillation pour avoir accès à l'enveloppe du mouvement du bord de Plateau (figure 4.3c). Cette moyenne révèle la position de nœuds et de ventres de vibration qui seront décrit dans la section 4.3. Elle permet les mesures de la longueur d'onde,  $\lambda(t)$  et de l'amplitude d'oscillation du bord de Plateau,  $A_{BP}(t)$ .

Pour élargir le champ d'étude aux films, le cadre est tourné de  $90^\circ$  autour de l'axe  $Oz$ . La cellule est alors en configuration "Y couché" symbolisée par ">" (figure 4.3b). Le bord de Plateau et le film horizontal sont alignés dans l'axe de la caméra. Le bord de Plateau se trouve au premier plan. Pour améliorer le contraste entre le film et le bord de Plateau les images sont réalisées sur fond noir, un obstacle est placé entre la cellule élémentaire de mousse et la source lumineuse. Le bord de Plateau au repos apparaît comme une alternance de franges brillantes et sombres rectilignes dont l'épaisseur totale est  $e_i^{exp}$ . Cette apparence du bord de Plateau semble être spécifique d'une imagerie sur fond sombre et a déjà été observée par Pitois *et al.* [46]. Elle est probablement liée à la formation de caustiques dont la position et l'intensité dépend de la taille du bord de Plateau. Lorsque la plaque oscille, on observe l'onde de flexion dans le bord de Plateau. Cette configuration fait également apparaître une portion du film oscillant, en blanc, qui se démarque du bord de Plateau.

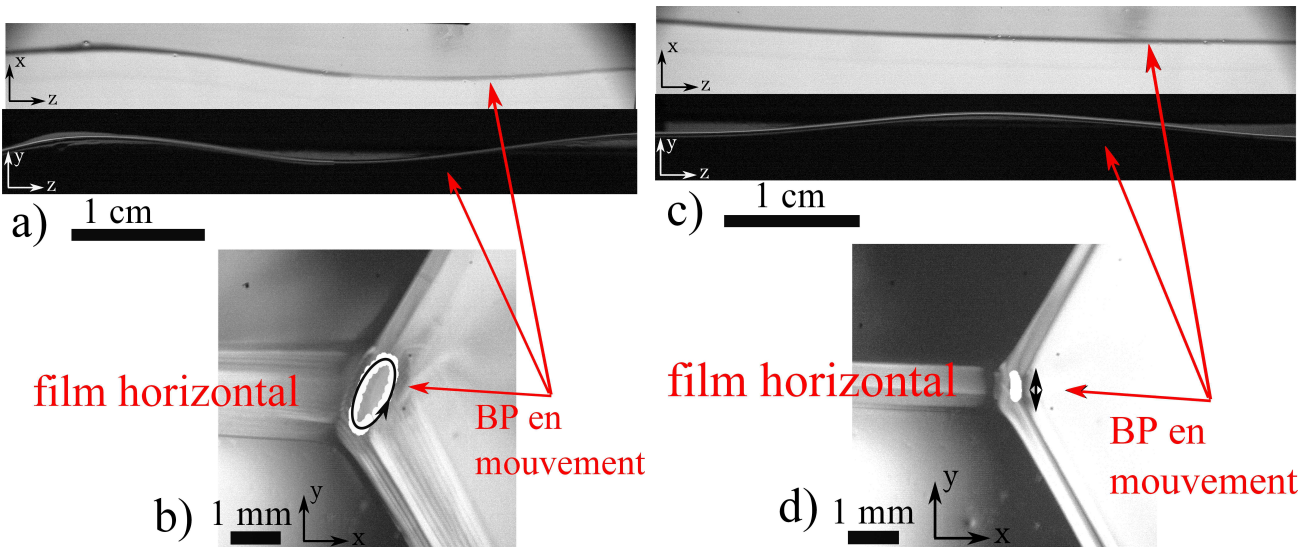
Comme pour la configuration Y,  $\lambda(t)$  et  $A_{BP}(t)$  peuvent être mesurées à partir d'une moyenne sur quelques périodes d'oscillation. En outre, des diagrammes espace-temps donnent accès à des informations supplémentaires. La figure 4.3d donne un exemple d'un tel diagramme espace-temps (sur cinq périodes d'oscillation) obtenu en se plaçant en un point estimé être un ventre de vibration. On retrouve le fait que l'évolution temporelle du système met en jeu des

temps beaucoup plus longs que sa période d'oscillation. En pratique, la mesure de l'épaisseur  $e^{exp}(t)$ , et donc du rayon de courbure  $R(t)$  du bord de Plateau, est réalisée sur le bord de Plateau en position extrême selon  $Oy$ . L'amplitude d'oscillation du bord de Plateau  $A_{BP}(t)$  est donnée par la différence d'ordonnées entre un maximum et le minimum suivant (amplitude crête à crête), divisée par deux. L'observation du film de savon horizontal en arrière du bord de Plateau permet également la mesure de la différence d'amplitude  $\Delta A(t)$  et du déphasage  $\phi(t)$  entre le bord de Plateau et le film. La différence d'amplitude entre le bord de Plateau et le film de savon  $\Delta A(t)$  est mesurée lorsque le bord de Plateau est à une position extrême, cette grandeur est prise positive et correspond à la hauteur de la zone blanche suivant  $Oy$ . On mesure le déphasage  $\phi(t)$  entre le film et le bord de Plateau à partir du temps qui sépare un maximum d'amplitude du film d'un maximum d'amplitude du bord de Plateau. On a  $\phi(t) = 2\pi f \Delta t_{BP-f}(t)$  avec  $\Delta t_{BP-f}(t) = t_{BP}^{max}(t) - t_f^{max}(t)$ .

Les deux configurations peuvent être utilisées selon les besoins de l'étude. A priori, la configuration n'influe pas sur les comportements observés car aucun effet de la gravité n'a été observé sur les temps d'observation courts devant les temps de drainage. Si seule la réponse du bord de Plateau est le sujet d'étude c'est la configuration Y qui sera préférée car les mesures sont plus précises. En revanche, si on s'intéresse au couplage entre le film et le bord de Plateau c'est la configuration  $\succ$  qui sera choisie.

Lorsque la sollicitation est longitudinale, les observations sont très similaires à celles obtenues en sollicitation transverse. L'étude de cette sollicitation est réalisée dans la section 4.6.

#### 4.2.3.2 Polarisation de l'onde



**Figure 4.4** – Polarisation du bord de Plateau : Configuration  $\succ$ ,  $f=60\text{Hz}$  et  $A_p \simeq 1\text{mm}$ . a-b) Excitation du bord de Plateau et des trois films. a) Observation de la flexion du bord de Plateau dans les deux plans  $Oxz$  (en haut) et  $Oyz$  (en bas). b) Moyenne temporelle dans le plan  $Oxy$  sur une période d'oscillation (16ms). Le bord de Plateau effectue une trajectoire elliptique (trace blanche). c-d) Excitation du film horizontal : c) Observation du bord de Plateau dans le plan  $Oxz$  (en haut) et  $Oyz$  (en bas). On observe une onde de flexion dans le bord de Plateau uniquement dans le plan  $Oyz$ . d) Identique au (b). Le bord de Plateau effectue une trajectoire linéaire (trace blanche). La flèche noire indique la direction du mouvement.

Le bord de Plateau et les trois films sont placés dans la configuration  $\succ$  et ne sont pas alimentés en liquide. La plaque mobile effectue un mouvement vertical en étant en contact soit avec le bord de Plateau et les trois films, soit uniquement avec le film horizontal, à  $f=60\text{Hz}$  et  $A_p \simeq 1\text{mm}$ . Le système est observé simultanément dans les plans  $Oxz$  (perpendiculaire à l'excitation),  $Oyz$  et  $Oxy$  à l'aide d'un miroir et d'une deuxième caméra (figure 4.4). Les images

dans le plan  $Oxy$  sont moyennées sur une période d'oscillation afin de suivre la trajectoire du bord de Plateau dans ce plan.

Dans le cas où le bord de Plateau et les trois films sont excités, on observe une onde de flexion dans le bord de Plateau dans le plan  $Oxz$  et dans le plan  $Oyz$  (figure 4.4a). La moyenne temporelle réalisée dans le plan  $Oyx$  permet de voir que la trajectoire du bord de Plateau dans ce plan est une ellipse (figure 4.4b). Cette polarisation elliptique des films peut être engendrée par une dissymétrie de la longueur de contact entre la plaque et chacun des trois films. Dans le cas où seul le film horizontal est excité, le déplacement du bord de Plateau ne se produit que dans le plan  $Oyz$  (figure 4.4c). La moyenne temporelle réalisée dans le plan  $Oxy$  permet de voir que la trajectoire du bord de Plateau dans ce plan est une ligne perpendiculaire au plan du film excité. La polarisation de l'onde est linéaire et selon  $Oy$  (figure 4.4d). N'exciter qu'un des films permettra de modéliser le déplacement du bord de Plateau car sa polarisation est connue. L'excitation est moins efficace dans le cas où un seul film est en contact avec la plaque que dans le cas où le bord de Plateau et les trois films sont en contact avec la plaque vibrante.

Dans la suite, à la configuration Y sera associée une excitation du bord de Plateau et des trois films et à la configuration  $\succ$  sera associée l'excitation du film horizontal seul.

## 4.2.4 Paramètres et mesures

### 4.2.4.1 Paramètres de contrôle

Ce dispositif expérimental permet de varier :

- ★ la longueur,  $L$ , du bord de Plateau et des films via la distance entre les deux plaques fixes,  $2\text{cm} \leq L \leq 15\text{cm}$  et la largeur,  $l$ , des films via la dimension des triangles du cadre,  $l = \{0.5, 1.5, 3.3\}\text{cm}$ .
- ★ le rayon de courbure initial du bord de Plateau,  $R_i$ , varie de 0.1mm à 1mm, via le débit,  $Q$ , du liquide ajouté.
- ★ la fréquence d'oscillation de la plaque vibrante  $f$  varie de 30Hz à 120Hz.
- ★ l'amplitude crête à crête de la plaque  $A_p$  pouvant aller jusqu'à 6mm pour les basses fréquences et jusqu'à 1mm pour les hautes fréquences de notre gamme. Des amplitudes centimétriques (jusqu'à 15mm) peuvent être atteintes pour la fréquence : 40Hz. NB : Contrairement à ce qui a été pris comme définition de l'amplitude du bord de Plateau, on prend ici l'amplitude crête à crête pour la plaque, sans conséquence pour la suite (section 4.3.1.3)
- ★ la physico-chimie de la solution de tensioactifs utilisée est ici fixée. Cette étude est réalisée avec la solution B1 de TTAB dont les propriétés physico-chimiques sont :  $\rho = (1030 \pm 50)\text{kg.m}^{-3}$ ,  $\gamma = (38 \pm 1)\text{mN.m}^{-1}$  et  $\eta = (1.00 \pm 0.02)\text{mPa.s}$  (tableau 2.1 section 2.3). Cette solution possède une mobilité de surface élevée.

### 4.2.4.2 Grandeurs mesurées

Les vidéos réalisées ainsi que les diagrammes espace-temps et les moyennes temporelles des vidéos permettent de mesurer la réponse du système sur des temps courts correspondant à quelques périodes d'excitation et sur des temps longs liés au drainage :

- le rayon de courbure du bord de Plateau,  $R(t)$  au travers de la mesure de  $e^{exp}(t)$  (uniforme le long du bord de Plateau).
- l'amplitude d'oscillation du bord de Plateau  $A_{BP}(t)$ .
- la différence d'amplitude d'oscillation entre le bord de Plateau et le film,  $\Delta A(t)$ .
- la longueur d'onde,  $\lambda(t)$ , de l'onde dans le bord de Plateau.
- le déphasage entre l'onde dans le bord de Plateau et l'onde dans le film horizontal,  $\phi(t)$ , estimé via la mesure du temps  $\Delta t_{BP-f}(t)$ .
- ces mesures peuvent être couplées avec la mesure de l'épaisseur d'un des trois films, préférentiellement le film horizontal ou vertical selon la configuration choisie.

Les erreurs de mesures sont, à l'exception de la longueur d'onde, liées à la résolution spatiale et temporelle des vidéos. Les mesures sont précises au pixel près. Lorsque les bords de Plateau ont des longueurs centimétriques, une épaisseur de la centaine de microns ne prend que quelques pixels sur les images. Le même problème apparaît pour mesurer des amplitudes très faibles. Un compromis est donc fait sur la longueur du bord de Plateau étudié pour réduire le plus possible ces erreurs de mesure.

## 4.3 Régime linéaire : bord de Plateau homogène

Dans le cas d'oscillation à faible amplitude, le rayon de courbure du bord de Plateau reste homogène. On va voir que dans cette limite, la réponse est linéaire et on réalisera une étude systématique en fonction de la taille du bord de Plateau et des films ( $L$  et  $l$ ), du rayon de courbure du bord de Plateau,  $R$ , de l'amplitude et de la fréquence d'oscillation ( $A_p$ ,  $f$ ). Enfin l'épaisseur des films est mesurée et corrélée aux observations.

Afin de simplifier l'étude, les expériences présentées sont réalisées sans alimentation en liquide ( $Q = 0$ ). Toutefois les mêmes résultats sont complétés par des observations réalisées avec des bords de Plateau alimentés (section 4.4).

### 4.3.1 Premières observations

L'objet d'étude est le bord de Plateau, l'expérience est réalisée dans la configuration Y.

#### 4.3.1.1 Périodicité de l'enveloppe

Dans un premier temps on vérifie analytiquement que l'enveloppe d'une moyenne temporelle d'une onde constituée de la superposition d'une onde stationnaire et d'une onde progressive a bien la périodicité spatiale  $\lambda/2$ .

De façon générale, le déplacement  $y(z, t)$  du bord de Plateau est défini par une onde harmonique dont l'amplitude et la phase dépendent de la position le long du bord de Plateau :

$$y(z, t) = A(z) \cos(\omega t + \psi(z))$$

avec  $A(z)$  et  $\psi(z)$  l'amplitude et la phase de l'onde au point  $z$ . L'enveloppe de l'onde est donc décrite par  $A(z)$ .

Une onde plane peut aussi être décrite comme la superposition d'une onde stationnaire et d'une onde progressive ou alors de deux ondes stationnaires déphasées de  $\pi/2$  temporellement :

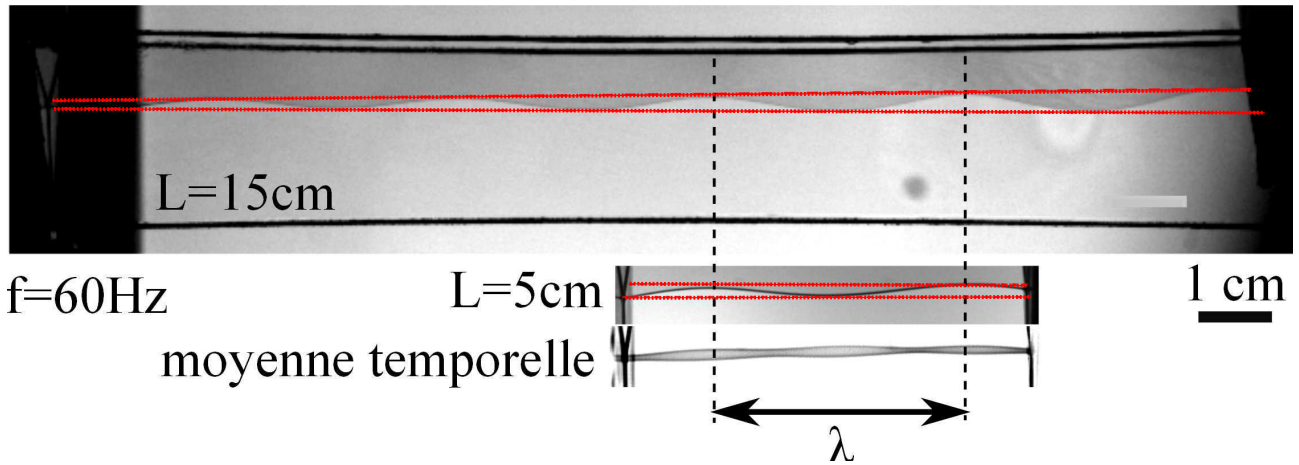
$$y(z, t) = a_1 \cos(kz) \cos(\omega t) + a_2 \cos(kz + \phi) \sin(\omega t),$$

avec  $\phi$  le déphasage spatial entre ces deux ondes stationnaires.

En calculant la moyenne temporelle du carré du déplacement  $\langle y(z, t)^2 \rangle_t$ , les deux expressions précédentes entraînent que  $A^2(z) = a_1^2 \cos(kz)^2 + a_2^2 \cos(kz + \phi)^2$ . Le terme de droite de cette égalité a une périodicité spatiale de  $\lambda/2$ .  $A^2(z)$ , et donc  $A(z)$ , ont aussi cette même périodicité  $\lambda/2$ .

#### 4.3.1.2 Effet de la longueur du bord de Plateau

On commence par étudier l'effet de la longueur du bord de Plateau sur l'onde de flexion présente dans ce dernier. La fréquence d'oscillation est fixée à  $f = 60\text{Hz}$ , l'amplitude de la plaque est constante et vaut  $A_p \simeq 1\text{mm}$ . Les films ont une largeur  $l = 1.5\text{cm}$ . La longueur  $L$  du bord de Plateau et des films est variée de 2cm à 15cm .



**Figure 4.5** – Effet de la longueur du bord de Plateau : expérience en configuration Y, à  $f = 60\text{Hz}$ ,  $Q = 0$ ,  $l = 1.5\text{cm}$ ,  $A_p \simeq 1\text{mm}$ . En haut : image pour  $L = 15\text{cm}$ , l'amplitude de l'onde de flexion est très faible à l'extrémité opposée à la sollicitation (ici à gauche). En bas : image pour  $L = 5\text{cm}$ . En moyennant les images sur toute la durée de l'expérience, l'enveloppe dessinée par l'onde apparaît et montre la présence de nœuds et de ventres de vibration. On retrouve la longueur d'onde estimée par la mesure de la distance ventre à ventre ou nœud à nœud. Une comparaison est faite avec  $L = 15\text{cm}$  (tirets verticaux).

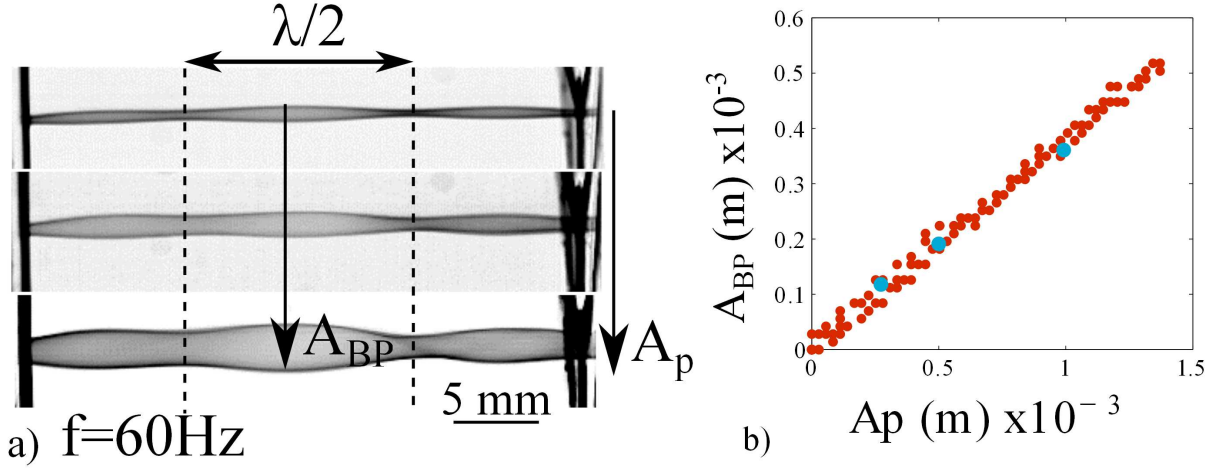
Une onde de flexion est observée pour toutes les longueurs du bord de Plateau. Dans tous les cas, le bord de Plateau est homogène en épaisseur. Une longueur d'onde peut être mesurée et on obtient une valeur identique dans tous les cas. Sur la figure 4.5 sont représentés deux bords de Plateau de longueur  $L$  égale à 15cm et 5cm. On observe un amortissement de l'onde pour  $L = 15\text{cm}$ . Cette longueur correspond à la longueur d'amortissement de l'onde. Pour  $L = 5\text{cm}$ , on n'observe pas d'amortissement significatif. Dans la suite on s'affranchit de l'atténuation en se plaçant à  $L < \frac{15}{2}\text{cm}$  dans les expériences.

La moyenne temporelle sur toute la durée de la vidéo obtenue avec un bord de Plateau long de 5cm est représentée sur la figure 4.5. On observe l'enveloppe dessinée par l'onde dans le bord de Plateau. Cette enveloppe présente des ventres et des nœuds de vibration. Toutefois, l'amplitude au niveau des nœuds n'est pas nulle et l'onde est en réalité un mélange d'une onde progressive et d'une onde stationnaire. La présence de nœuds et de ventres de vibration permet de mesurer la longueur d'onde,  $\lambda$ , par une autre méthode que la mesure directe sur les vidéos. La mesure de  $\lambda$  à partir des moyennes présente un avantage : elle est possible facilement dès l'apparition d'un quart de longueur d'onde (distance nœud-ventre). Les mesures de  $\lambda$  sont faites en mesurant le plus grand nombre de quarts de longueur d'onde possible afin de réduire l'erreur de mesure mais l'amplitude non nulle au niveau des nœuds de vibration augmente l'erreur sur ces mesures, celle-ci est estimée à 10%.

#### 4.3.1.3 Réponse linéaire en amplitude

La fréquence d'oscillation est fixée à  $f = 60\text{Hz}$ , les films ont une largeur  $l = 1.5\text{cm}$  et le bord de Plateau et les films sont longs de  $L = 3\text{cm}$ . Une série d'expériences est réalisée en modifiant l'amplitude de la plaque tout en restant dans un régime de basses amplitudes (par rapport à la section 4.5).





**Figure 4.6** – Effet de l’amplitude : configuration Y,  $l=1.5\text{cm}$ ,  $L=3\text{cm}$ ,  $f=60\text{Hz}$ ,  $Q=0$ . a) Trois moyennes temporelles issues de vidéos d’expériences avec trois amplitudes de plaque constantes et différentes :  $A_p = \{0.2; 0.4; 1.2\}\text{mm}$ . L’enveloppe de l’onde dessinée est dilatée avec l’augmentation de l’amplitude d’oscillation. b) Amplitude d’oscillation du bord de Plateau,  $A_{BP}$ , en fonction de l’amplitude de la plaque. Pour une même expérience au cours de laquelle  $A_p$  suit une rampe linéaire montante puis descendante (de 0 à 1.3mm en 0.2s). Un coefficient de proportionnalité égal à 0.38 est mesuré entre les deux amplitudes. Les points bleus sont mesurés sur des moyennes temporelles à amplitude constante  $A_p = \{0.3; 0.5; 1.0\}\text{mm}$ .

La figure 4.6a représente les moyennes issues de vidéos de trois expériences. L’enveloppe de l’onde observée présente des nœuds et de ventres de vibration et leurs positions restent inchangées lorsque l’amplitude de la plaque est variée, la longueur d’onde est indépendante de l’amplitude. Avec l’augmentation de l’amplitude de sollicitation, les motifs des moyennes sont dilatés. Le glissement du bord de Plateau à la paroi fixe (à gauche des images) augmente avec l’amplitude. Pour compléter cette expérience, la plaque suit une rampe en amplitude. Celle-ci varie de 0 à 1.3mm en 0.2s. La figure 4.6b représente l’amplitude du bord de Plateau en fonction de l’amplitude de la plaque. On observe que la réponse du bord de Plateau est très rapide et qu’elle est proportionnelle à l’excitation. Le régime est linéaire dans cette gamme d’amplitude. Dans la suite, pour l’étude de ce régime l’amplitude de la plaque sera maintenue à  $A_p \simeq 1\text{mm}$ .

### 4.3.2 Relation de dispersion $k(\omega)$

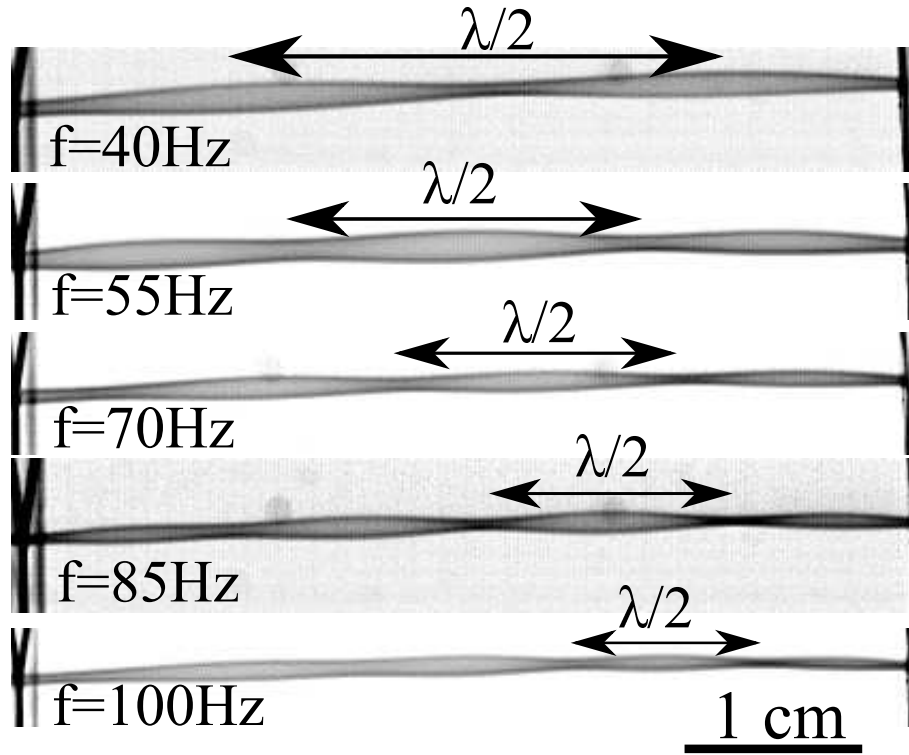
La relation de dispersion est déterminée expérimentalement par des mesures de la longueur d’onde en fonction de la fréquence imposée. On définit la pulsation de l’onde,  $\omega = 2\pi f$ , le nombre d’onde,  $k = 2\pi/\lambda$  et la vitesse de phase  $c = \frac{\omega}{k}$ .

#### 4.3.2.1 Mesures à $t=10\text{s}$

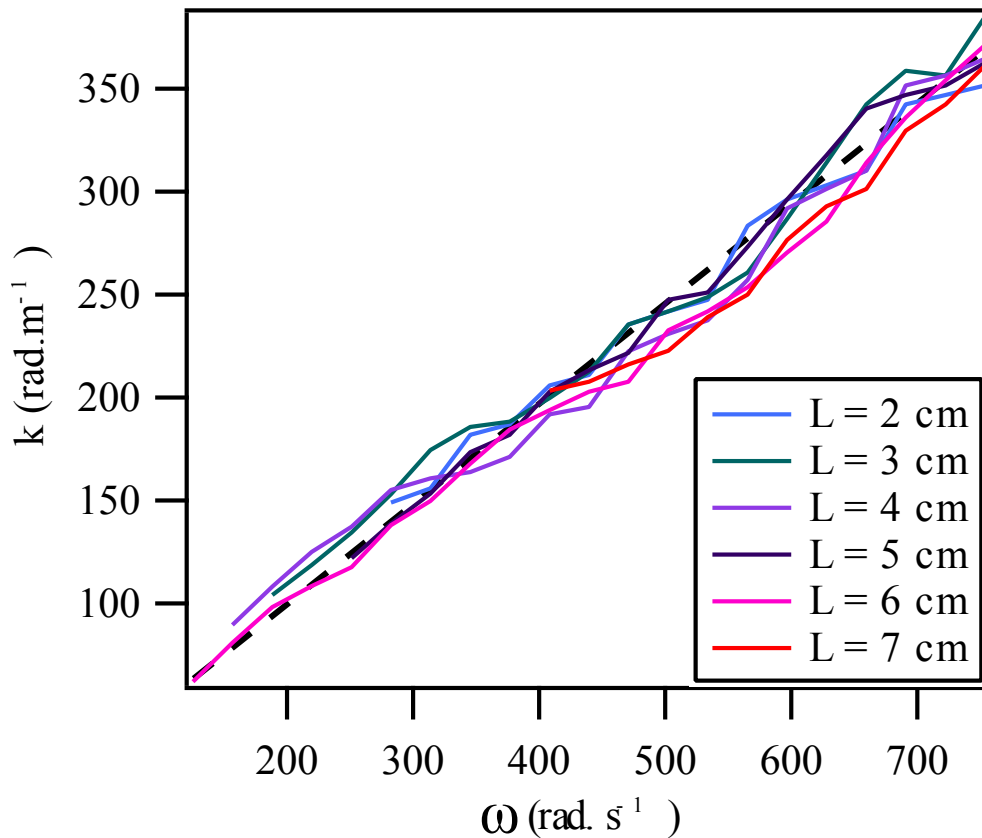
On estime expérimentalement la relation de dispersion en effectuant des mesures 10s après la création du bord de Plateau. Les mesures de la longueur d’onde sont effectuées à l’aide de moyennes temporelles calculées sur environ 100 ms. Cette durée est courte devant le temps d’évolution de la cellule élémentaire de mousse. On fixe la longueur du bord de Plateau et des films,  $L=5\text{cm}$ , la largeur des films,  $l=1.5\text{cm}$  et l’amplitude de la plaque,  $A_p \simeq 1\text{mm}$ . La fréquence d’excitation est variée de 30Hz à 120Hz.

Les moyennes temporelles sont représentées sur la figure 4.7. On observe des motifs d’ondes stationnaires sur l’ensemble des fréquences testées. On remarque que plus la fréquence est grande et plus la longueur d’onde est petite.

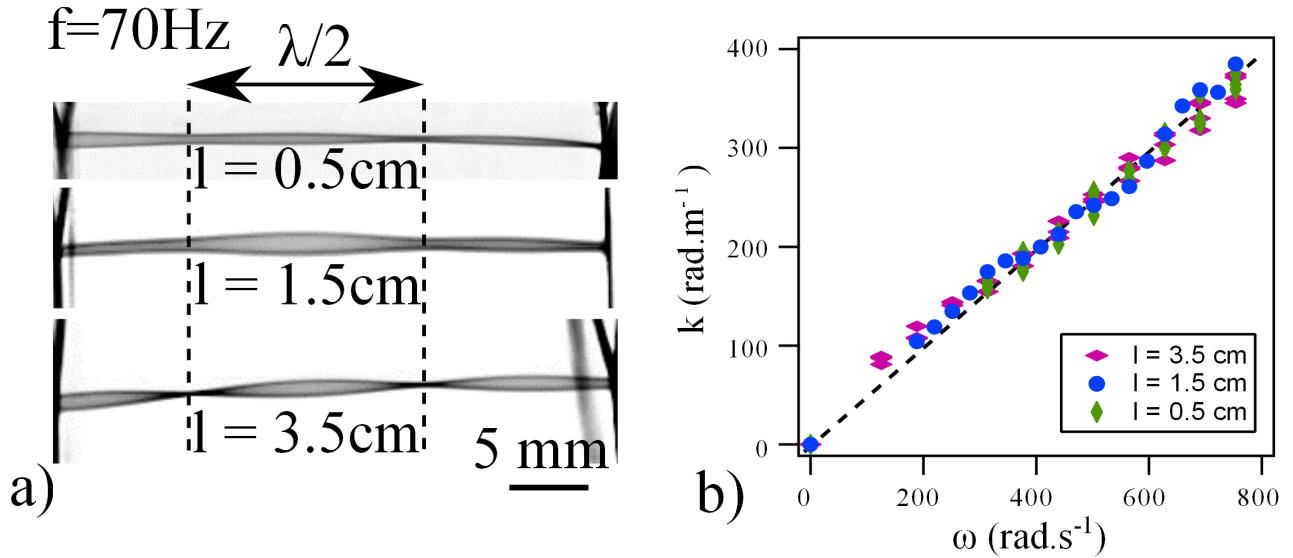
La figure 4.8 représente  $k$  en fonction de  $\omega$  pour différentes longueurs de bord de Plateau et de films,  $L$ . Pour la gamme de longueur ( $L$  de 2 à 7cm), la relation de dispersion est indépendante de  $L$ . La relation  $k(\omega)$  est relativement bien décrite par une relation de proportionnalité. La meilleure interpolation donne  $c = (2.1 \pm 0.3)\text{m.s}^{-1}$ . La vitesse de phase est constante à une bonne approximation sur notre gamme de fréquences, le système peut donc être considéré comme étant non dispersif sur cette gamme de fréquences.



**Figure 4.7** – Effet de la fréquence sur les moyennes temporelles : configuration Y,  $L = 5\text{ cm}$ ,  $l = 1.5\text{ cm}$ ,  $A_p \simeq 1\text{ mm}$ ,  $Q = 0$ . Cinq moyennes temporelles issues de cinq vidéos à fréquences différentes  $f = \{40, 55, 70, 85, 100\}$  Hz.



**Figure 4.8** – Relation de dispersion pour différentes longueurs du bord de Plateau : configuration Y,  $l = 1.5\text{ cm}$ ,  $A_p \simeq 1\text{ mm}$ ,  $Q = 0$ . La meilleure interpolation linéaire sur tous les points (ligne pointillée) donne  $k \text{ (rad.m}^{-1}\text{)} = (0.48 \pm 0.03)\omega \text{ (rad.s}^{-1}\text{)}$  ce qui correspond à  $c = (2.1 \pm 0.3)\text{ m.s}^{-1}$ .



**Figure 4.9** – Effet de la largeur des films : configuration Y,  $L = 3 \text{ cm}$ ,  $A_p \simeq 1 \text{ mm}$ ,  $Q = 0$ . a) Moyennes temporelles pour  $f = 70 \text{ Hz}$  et  $l = \{0.5, 1.5, 3.3\} \text{ cm}$ . b) Relation de dispersion pour les trois valeurs de  $l$ . Les points sont confondus. La meilleure interpolation linéaire (ligne pointillée) donne  $k$  ( $\text{rad.m}^{-1}$ )  $= (0.45 \pm 0.03)\omega$  ( $\text{rad.s}^{-1}$ ) ce qui correspond à  $c = (2.2 \pm 0.3) \text{ m.s}^{-1}$ .

L'expérience est renouvelée en variant la largeur des films  $l = \{0.5, 1.5, 3.3\} \text{ cm}$  avec  $L = 3 \text{ cm}$  fixée (figure 4.9). On observe la présence de motifs d'ondes stationnaires et que la longueur d'onde est indépendante de la largeur des films. Toutefois on remarque que plus le cadre est large et plus l'enveloppe dessine des ventres et des nœuds de vibration nettement définis. La figure 4.9b représente les mesures de  $k$  en fonction de  $\omega$  pour les trois largeurs de films. Les points de mesure se superposent pour les trois largeurs. La relation de dispersion n'est donc pas affectée par la largeur des films. Les données des trois séries de mesures peuvent être ajustées par une relation de proportionnalité. Ainsi,  $c = \omega/k = (2.2 \pm 0.3) \text{ m.s}^{-1}$ .

Contrairement à ce qui est observé par Seiwert *et al.* [114], la géométrie du cadre n'intervient pas dans la relation de dispersion mesurée (figure 4.9b). Ceci s'explique par le fait qu'une demi longueur d'onde peut toujours se former dans les films créés par les cadres centimétriques utilisés ici.

En résumé la relation de dispersion est indépendante de la longueur du bord de Plateau et de la largeur des films et on trouve une vitesse de phase constante  $c = (2.2 \pm 0.3) \text{ m.s}^{-1}$ . Dans la suite on fixera  $L = 5 \text{ cm}$  et  $l = 1.5 \text{ cm}$ .

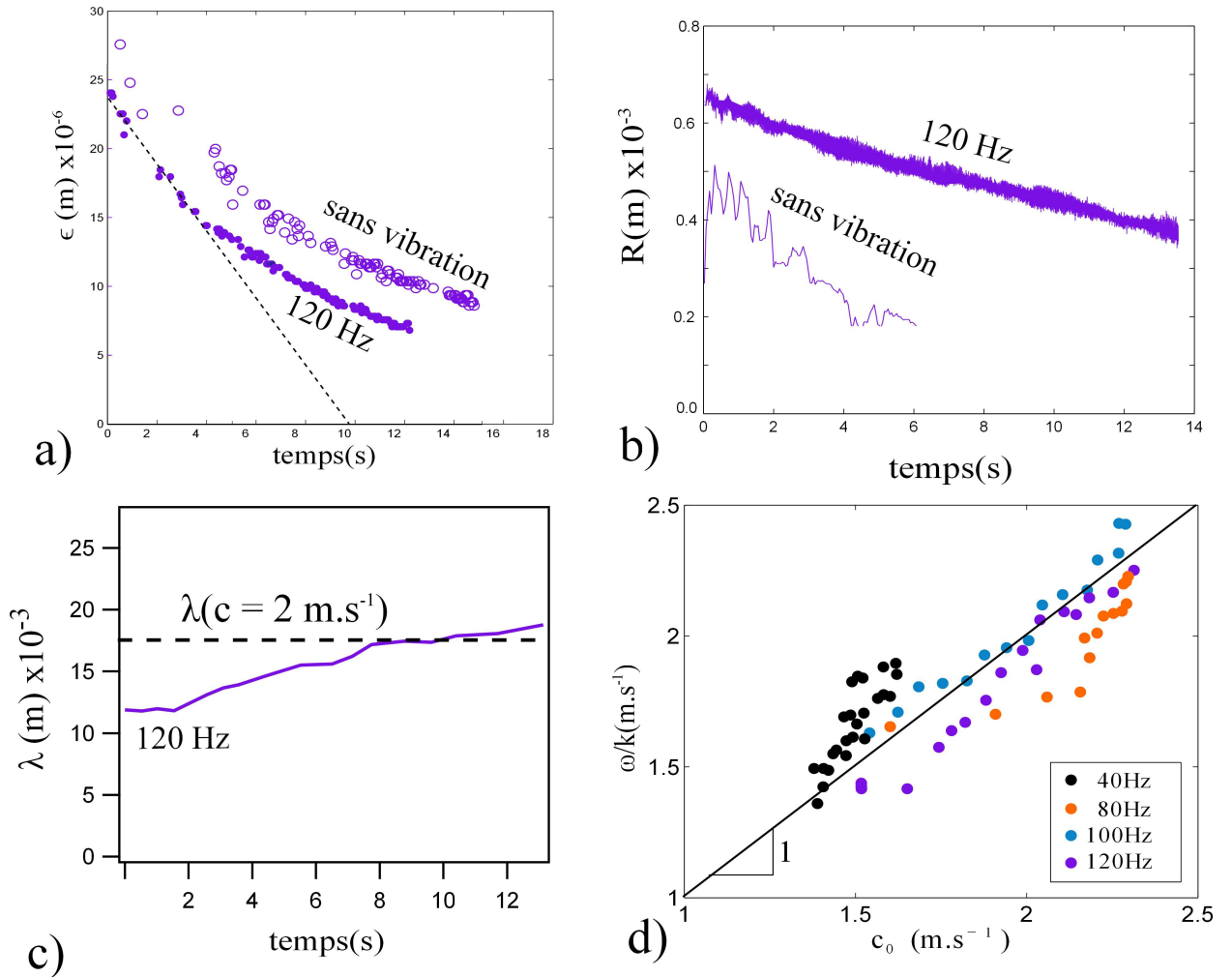
#### 4.3.2.2 Evolutions temporelles

On cherche ici à regarder l'évolution temporelle de la relation de dispersion. En effet, le bord de Plateau et les films sont soumis au drainage gravitaire et évoluent. On cherche à mesurer l'influence du drainage sur la vitesse de l'onde. Les mesures sont réalisées dès les premiers instants après la création de la cellule et l'évolution se fait sur des temps longs devant  $100 \text{ ms}$ , durée utilisée précédemment pour effectuer les moyennes temporelles (section 4.3.2.1).

On réalise une série de mesures pour quatre fréquences  $f = \{40; 80; 100; 120\} \text{ Hz}$  à amplitude d'oscillation constante pour chaque fréquence. Pour chaque fréquence, on mesure simultanément et au cours du temps : la longueur d'onde  $\lambda(t)$ , le rayon de courbure  $R(t)$  en un point de grande amplitude du bord de Plateau et l'épaisseur du film de savon vertical (configuration Y)  $\epsilon(t)$  prise en son centre. On suppose ici que les trois films possèdent environ la même épaisseur et suivent la même dynamique d'amincissement. Ces mesures sont faites durant les quatorze

premières secondes suivant la création de la cellule. On suppose que les trois films possèdent une épaisseur égale. A 120Hz, la figure 4.10a montre que pour un même temps suivant la création de la cellule, le film de savon est plus fin pour le système sollicité que pour le système non sollicité. Le film s'amincit au cours du temps (pour le film sollicité,  $\epsilon$  varie de  $25\mu\text{m}$  à  $7\mu\text{m}$  sur les 14s de l'expérience). A durée égale après la création de la cellule, le bord de Plateau sollicité est plus épais que le bord de Plateau sans sollicitation (figure 4.10b). Le rayon de courbure du bord de Plateau sollicité s'amincit dans le temps de 0.6mm à 0.4mm sur les 14s de l'expérience.

La figure 4.10c représente l'évolution temporelle de la longueur d'onde à fréquence fixée  $f=120\text{Hz}$ . On observe que la longueur d'onde augmente d'un facteur 1.6 (de 12mm à 19mm). Cela signifie que la vitesse de l'onde augmente de  $1.5\text{m.s}^{-1}$  à  $2.3\text{m.s}^{-1}$ . Dix secondes après la création du bord de Plateau, la vitesse est de l'ordre de  $2\text{m.s}^{-1}$ , on retrouve la valeur obtenue précédemment (section 4.3.2.1). Après dix secondes la variation de la longueur d'onde (et donc de la vitesse) est plus lente que dans les dix premières secondes suivant la création de la cellule.



**Figure 4.10** – Mesures temporelles lors du drainage de la cellule de mousse. Configuration Y,  $L = 5\text{cm}$  et  $l = 1.5\text{cm}$ .  $A_p = 0$  ou  $1\text{mm}$ . a) Epaisseur du film vertical  $\epsilon$  en fonction du temps sans vibration (symboles vides) et à  $f = 120\text{Hz}$  (symboles pleins). b) Rayon de courbure du bord de Plateau en un point de grande amplitude à  $f = 120\text{Hz}$  en fonction du temps et rayon de courbure moyen sur toute la longueur du bord de Plateau,  $R$  en fonction du temps sans vibration (cette mesure possède une moins bonne résolution temporelle que dans le cas avec vibration mais la tendance décrite est correcte). c)  $\lambda$  en fonction du temps à  $f = 120\text{Hz}$ . d) Vitesse de phase mesurée ( $c = \omega/k$ ) en fonction de la vitesse théorique obtenue par la relation de dispersion avec  $\epsilon$  mesurée et variant dans le temps (équation 4.1) pour  $f = \{40, 80, 100, 120\}\text{Hz}$ . La ligne continue représente une droite de pente 1.

### 4.3.3 Modélisation et discussion

#### 4.3.3.1 Ordre de grandeur

Les expériences montrent que lorsque l'épaisseur des films et le rayon de courbure du bord de Plateau diminuent, la vitesse de l'onde mesurée dans le bord de Plateau augmente. On peut s'attendre à un lien entre le drainage des films et/ou du bord de Plateau et l'évolution de la vitesse de l'onde de flexion.

La relation de dispersion de l'onde de flexion du bord de Plateau fait ressortir une vitesse de phase de l'ordre de  $2\text{m.s}^{-1}$ . En supposant que le système est pseudo-périodique avec une longueur d'onde petite devant la longueur d'atténuation (section 4.3.1.2), on peut envisager construire une vitesse capillaro-inertielle pour la vitesse de phase. Par analyse dimensionnelle,  $c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho d}}$  où  $d$  est une des longueurs caractéristiques du système. A première vue, l'onde est observée dans le bord de Plateau et on choisit donc le rayon de courbure du bord de Plateau comme longueur caractéristique,  $d = R_i$ . Dans ce cas  $c$  est de l'ordre de  $0.3\text{m.s}^{-1}$ , largement inférieure aux valeurs expérimentales. On choisit alors l'épaisseur des films en la supposant identique pour les trois films,  $d = \epsilon$ , on obtient, pour un film de  $10\mu\text{m}$  d'épaisseur (épaisseur du film approximative 10s après la création du bord de Plateau), une vitesse  $c = 1.7\text{m.s}^{-1}$ . Cette vitesse est très proche des vitesses mesurées. Ceci semble appuyer que les longueurs d'onde mesurées au niveau du bord de Plateau correspondent à celles des ondes se propageant dans les films de savon. Le bord de Plateau serait alors entraîné par le mouvement des films de savon.

#### 4.3.3.2 Modélisation

Les considérations précédentes nous poussent à considérer les ondes dans les films de savon. Dans la section 1.2.2.3 du chapitre 1, on a vu que la vitesse de phase d'une onde de flexion dans un film de savon infini s'écrit :

$$c_0(\lambda) = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho\epsilon/2 + \rho_{air}\lambda/2\pi}} \quad (4.1)$$

Cette vitesse est bien de l'ordre de  $2\text{m.s}^{-1}$  en prenant  $\epsilon \simeq 10\mu\text{m}$  et  $\lambda \simeq 15\text{mm}$  (figure 4.10c en milieu de gamme). Cette estimation de la vitesse à l'aide de l'équation de dispersion d'un film de savon infini car la largeur et la longueur des films sont grandes devant leur épaisseur et l'on observe systématiquement que le film fléchit en formant au moins une demi longueur d'onde suivant sa largeur.

L'expression théorique est comparée aux mesures lors des expériences de drainage (figure 4.10d). Lors de chaque expérience la vitesse des ondes varie dans le temps. A chaque temps de mesure,  $\lambda$  et  $\epsilon$  sont mesurés simultanément, ce qui permet de remonter à la vitesse théorique (équation (4.1)). Cette vitesse est comparée à la vitesse  $\lambda f (= \omega/k)$ . La comparaison fait ressortir un bon accord sans aucun paramètre ajustable.

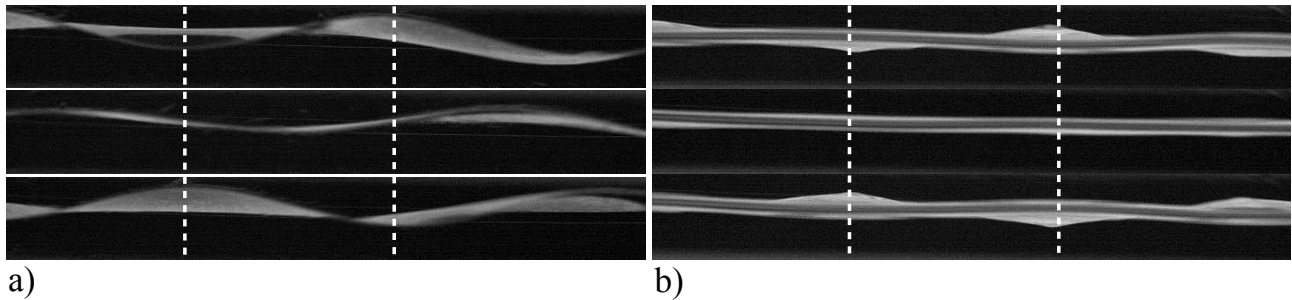
A priori, l'inertie du bord de Plateau devrait intervenir dans l'expression de la vitesse de phase des ondes du bord de Plateau. Une contribution en  $\frac{\rho S_{BP}}{\lambda}$  (avec  $S_{BP} = (\sqrt{3} - \pi/2)R^2$  l'aire de la section transverse du bord de Plateau) serait à rajouter au dénominateur [115]. Ce terme peut alors être comparé avec le terme d'inertie des films,  $\frac{\rho\epsilon}{2}$  et le terme d'inertie de l'air mis en vibration par les films,  $\frac{\rho_{air}\lambda}{2\pi}$ . En prenant  $R=100\mu\text{m}$  (valeur standard avec  $Q = 0$ ),  $\epsilon = 10\mu\text{m}$  et  $\lambda = 10\text{mm}$ , on obtient, en ordre de grandeur  $\frac{\rho S_{BP}}{\lambda} \simeq 10^{-5}\text{kg.m}^{-2}$ ,  $\frac{\rho\epsilon}{2} \simeq 10^{-3}\text{kg.m}^{-2}$  et  $\frac{\rho_{air}\lambda}{2\pi} \simeq 10^{-3}\text{kg.m}^{-2}$ . On en déduit donc que dans la gamme de fréquences explorée l'inertie d'un bord de Plateau non alimenté est bien négligeable. En alimentant le bord de Plateau, on peut atteindre des rayons de courbure de l'ordre du millimètre, on obtient alors en ordre de grandeur  $\frac{\rho S_{BP}}{\lambda} \simeq 10^{-3}\text{kg.m}^{-2}$ . L'effet de la taille du bord de Plateau devient comparable à celui des films et de l'air avoisinant. L'effet de la taille du bord de Plateau est qualitativement

étudié dans la section 4.4. De plus, on s'attend à ce que l'inertie du bord de Plateau ne soit plus négligeable à hautes fréquences. Des effets de la taille du bord de Plateau ont été observés par C. Derec et F. Elias sur une gamme de fréquences allant de 30Hz à 7kHz [115].

## 4.4 Couplage bord de Plateau - film

Nous venons de voir que lors d'une sollicitation harmonique, la relation de dispersion de l'onde dans le bord de Plateau est pilotée par celle des films dans notre gamme de paramètres, essentiellement pour un bord de Plateau fin ( $Q = 0$ ). En faisant varier le rayon de courbure du bord de Plateau nous allons voir que réciproquement le bord de Plateau agit sur la déformation des films.

La cellule élémentaire de mousse est dans la configuration  $\succ$  pour visualiser simultanément la déformation du bord de Plateau et d'un film. La fréquence est fixée à  $f=60\text{Hz}$ , l'amplitude de la plaque à  $A_p=1.5\text{mm}$  et le bord de Plateau est alimenté en liquide. On compare le système pour deux valeurs du rayon de courbure du bord de Plateau :  $R_i = 0.1\text{mm}$  et  $R_i = 0.8\text{mm}$ . Celles-ci sont obtenues en jouant sur le débit d'alimentation du bord de Plateau,  $Q$ .

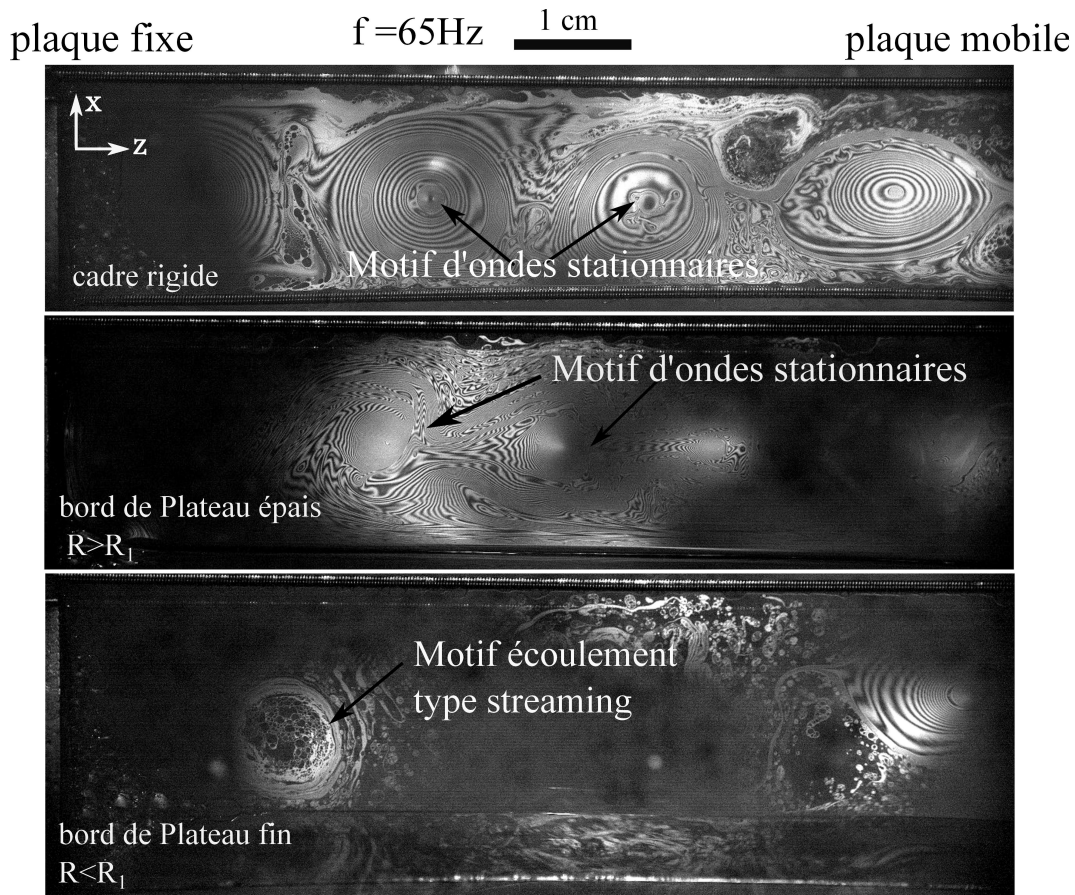


**Figure 4.11** – Visualisation simultanée du motif dans le bord de Plateau et dans le film après 10s. Configuration  $\succ$ ,  $L=5\text{cm}$  et  $l=1.5\text{cm}$ .  $f=60\text{Hz}$  et  $A_p \simeq 1.5\text{mm}$ . a)  $R_i = 0.1\text{mm}$  : Trois images successives (il ne s'agit pas de moyennes) séparées d'un quart de période d'oscillation. b) De même pour  $R_i = 0.8\text{mm}$ . Les lignes blanches marquent la position d'un maximum et d'un minimum d'amplitude du film ou du bord de Plateau soit une demi longueur d'onde.

Sur la figure figure 4.11 on peut observer la position du bord de Plateau ainsi que la projection du film dans le plan  $(Oyz)$ . Cette projection apparait principalement en blanc et fait ressortir les zones d'amplitude maximale du film de savon (des ventres d'oscillation). Pour un bord de Plateau fin, on constate que la position des ventres d'oscillation du bord de Plateau coïncident quasiment avec ceux du film : le film et le bord de Plateau oscillent en phase (figure 4.11a). L'amplitude des ventres du bord de Plateau et du film sont quasiment les mêmes. Pour un bord de Plateau épais, au contraire, les deux oscillent en opposition de phase (figure 4.11b). L'amplitude d'oscillation est significativement plus faible dans le bord de Plateau que dans le film. Ces comportements se retrouvent sur les diagrammes espace-temps comme celui de la figure 4.13c.



Cette même expérience est reproduite ( $f = 65\text{Hz}$  et  $A_p \simeq 1\text{mm}$ ) mais en visualisant le plan ( $Oxz$ ) du film de savon horizontal. Seul ce film est en contact avec la plaque vibrante. L'éclairage en lumière monochromatique (section 4.2.1.1) permet de remonter aux franges d'égale épaisseur. Sur la figure 4.12 on compare un film soutenu par un cadre rigide avec un film raccordé par un bord de Plateau fin et un bord de Plateau épais. Le cas du cadre rigide est similaire à la situation étudié par Boudaoud *et al.* [80] (section 1.2.2.3 chapitre 1) et est utilisée pour comparaison. Cette étude restera qualitative il est difficile de déterminer la valeur de  $R_i$  sur les images obtenues par cette méthode.



**Figure 4.12** – Motif d'épaisseur dans le film.  $L = 9\text{cm}$ ,  $l = 1.5\text{cm}$ ,  $f = 65\text{Hz}$  et  $A_p \simeq 1\text{mm}$ . En haut, le film est formé dans un cadre rigide, au milieu, le film est raccordé à un bord de Plateau épais et en bas, le film est raccordé à un bord de Plateau fin. Il est difficile d'avoir une mesure exacte de  $R_i$ . On donne  $R_1 \sim 0.6\text{mm}$ .

La photographie du haut montre un film formé dans un cadre rigide. On observe des anneaux concentriques identiques à ceux observés par A. Boudaoud [80] (section 1.2.2.3 chapitre 1) : Ces anneaux montrent un gonflement du film dans les zones centrées sur les ventres de vibration du film. Ces motifs se forment après quelques secondes, et le liquide dans le film s'auto-organise de façon à obtenir une onde stationnaire quelque soit la fréquence. On observe ici que la longueur d'onde équivaut à deux fois la largeur du film [80].

La photographie du milieu montre un film raccordé à un bord de Plateau de grand rayon de courbure. Après quelques secondes, des motifs d'ondes stationnaires apparaissent et ressemblent au cas précédent. L'épaisseur du film s'adapte pour que la longueur d'onde soit égale à deux fois la largeur du film. Ceci est cohérent avec l'observation de la figure 4.11b : le bord de Plateau est massique et difficile à mettre en mouvement. Il a une amplitude faible devant celle du film et agit donc comme une condition aux limites d'amplitude nulle pour les ondes dans le film. Ces motifs sont toutefois perturbés par des échanges de liquide entre le film et le bord de Plateau

qui induisent un écoulement de la droite vers la gauche de l'image.

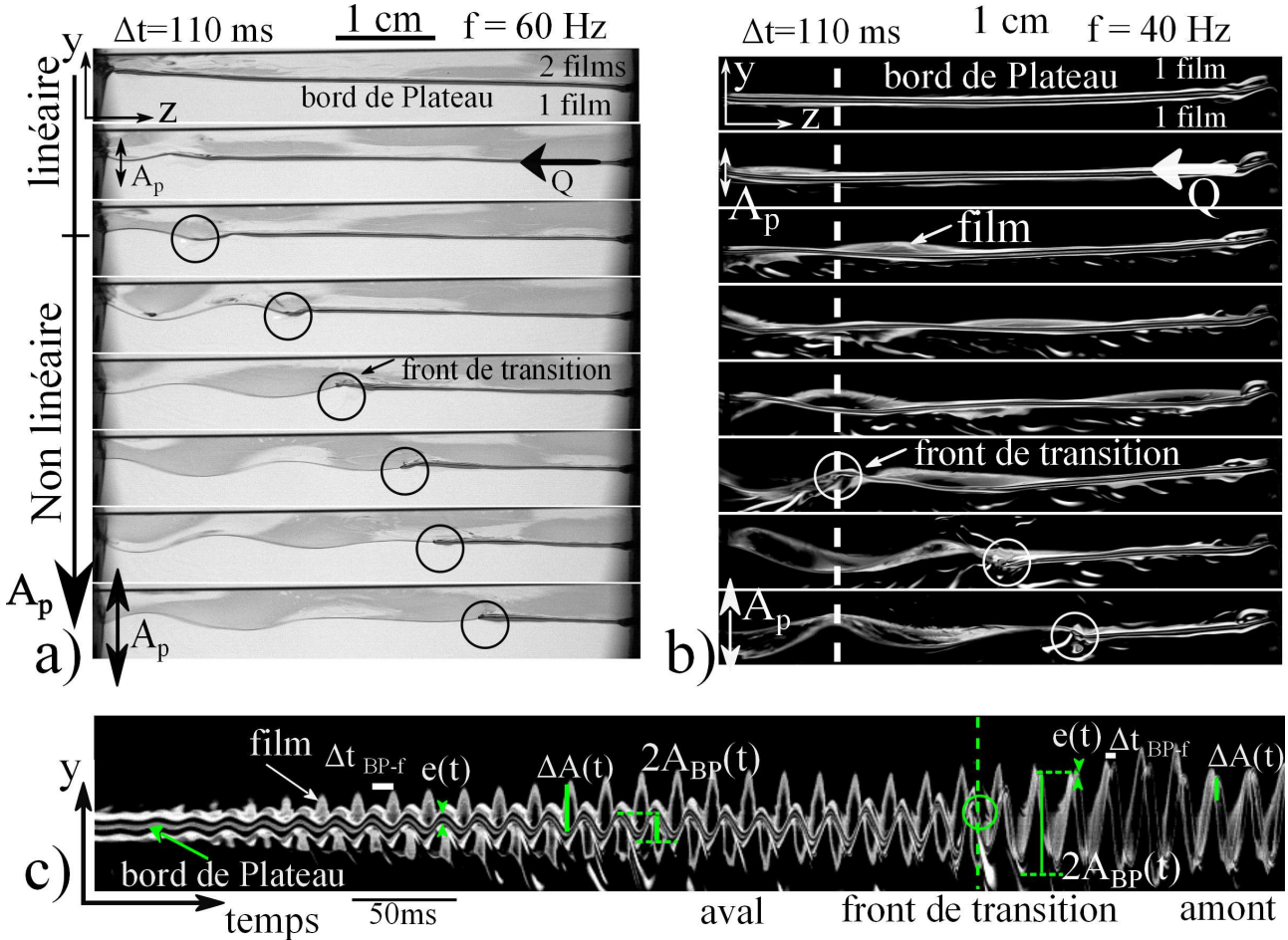
La photographie du bas montre un film raccordé à un bord de Plateau de petit rayon de courbure. Cette fois ci, on n'observe pas de franges d'interférence nettes. On observe la formation d'un motif lié à un écoulement secondaire dans le film induit par la vibration signe d'une forte amplitude des films [83] (détail dans la section 4.8.0.1). Le bord de Plateau étant moins massif on peut supposer qu'il constitue une condition limite plus libre pour le film. L'amplitude de vibration du film est plus importante et on peut s'attendre à ce que la longueur d'onde puisse être légèrement plus élevée que deux fois la largeur du film. Ceci requiert une légère réorganisation du liquide dans le film. Quoi qu'il en soit cet effet ne semble pas très important comme on le voit sur la figure 4.11 pour laquelle les longueurs d'onde semblent très proches.

En résumé, le bord de Plateau agit sur la déformation du film en imposant une condition aux limites plus ou moins libre en fonction de son rayon de courbure. Plus le bord de Plateau est massif et moins son amplitude et celle du film sont importantes.

## 4.5 Régime non linéaire - bord de Plateau inhomogène

On s'intéresse, ici, à l'effet d'une excitation de grande amplitude sur la réponse du bord de Plateau et on montre qu'un régime non linéaire, caractérisé par un bord de Plateau de rayon de courbure inhomogène se développe.

### 4.5.1 Expérience typique



**Figure 4.13** – Mise en évidence de la transition et effet de l'amplitude. a) Configuration Y,  $l = 1.5\text{cm}$ ,  $L = 5\text{cm}$ ,  $f = 60\text{Hz}$ ,  $R_i = 0.7\text{mm}$  et augmentation linéaire de  $A_p$  de  $0\text{mm}$  à  $5\text{mm}$  en  $1\text{s}$ . Les doubles flèches schématisent l'augmentation d'amplitude de la plaque. b) configuration >,  $l = 1.5\text{cm}$ ,  $L = 5\text{cm}$ ,  $f = 40\text{Hz}$ ,  $R_i = 0.9\text{mm}$  et augmentation linéaire de  $A_p$  de  $0$  à  $12\text{mm}$  en  $0.8\text{s}$ . c) Diagramme espace-temps calculé au niveau de la ligne en pointillés de b). La position de cette ligne le long de  $Oz$  est choisie pour être au niveau d'un point de grande amplitude d'oscillation du bord de Plateau. A la fois le bord de Plateau et le film sont visibles et on peut mesurer l'épaisseur locale du bord de Plateau,  $e(t)$ , l'amplitude locale du bord de Plateau,  $A_{BP}(t)$ , la différence d'amplitude entre le film et le bord de Plateau,  $\Delta A(t)$  et le déphasage  $\phi = 2\pi f \Delta t_{BP-f}$  à l'échelle d'une période. On donne deux exemples de mesures, respectivement pour un bord de Plateau plutôt en phase et plutôt en opposition de phase.

La figure 4.13 correspond à deux expériences typiques, une en configuration Y et l'autre en configuration >, pour lesquelles une rampe linéaire de l'amplitude de la plaque est imposée. Le bord de Plateau est initialement d'épaisseur homogène, alimenté en liquide du coté opposé à l'excitation et au repos. En augmentant progressivement, à partir de zéro, l'amplitude d'oscillation de la plaque, on observe l'apparition de l'onde de flexion décrite dans la section 4.2.3. L'amplitude d'excitation continuant à augmenter lentement, une transition se produit : le bord de Plateau n'est plus homogène en épaisseur sur toute sa longueur, mais présente trois zones

d'épaisseur nettement identifiables. Sont observées : une zone d'épaisseur faible approximativement homogène et d'amplitude d'oscillation importante du côté de la plaque vibrante, une zone d'épaisseur importante approximativement homogène et d'amplitude faible du côté de l'alimentation en liquide et une zone intermédiaire, nommée "front de transition". Une évacuation de liquide dans le film du bas est observée au niveau de cette dernière (visible sur la figure 4.18). On appellera la zone en "aval" du front le bord de Plateau épaissi et la zone en "amont" du front le bord de Plateau aminci.

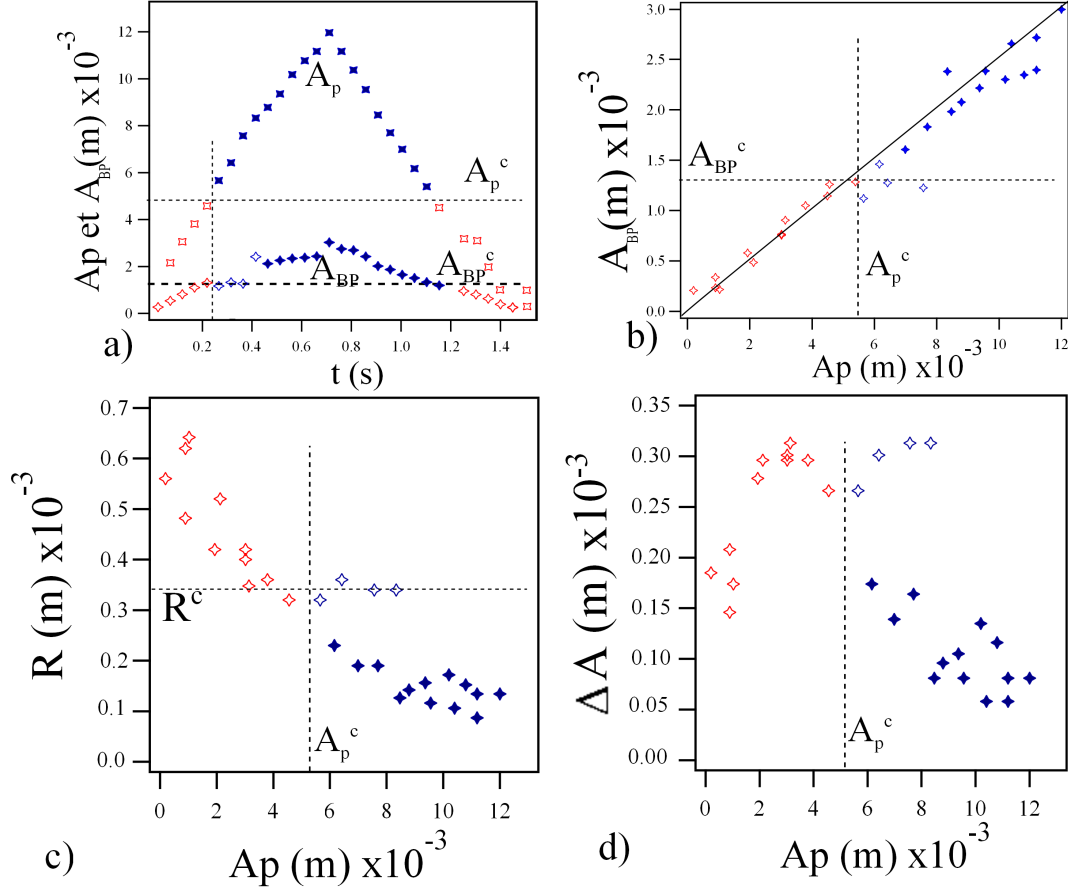
Le front s'éloigne de la plaque vibrante quand son amplitude augmente encore et s'en rapproche de nouveau lorsque l'amplitude de la plaque décroît. Pour des amplitudes d'excitation très grandes, ce front peut atteindre la plaque fixe et seule la zone de bord de Plateau fin subsiste. Lorsque l'amplitude diminue, le liquide ré-envahit la zone fine du bord de Plateau faisant réapparaître les trois zones. Aux faibles amplitudes, on retrouve le régime linéaire. Les vitesses de rampe utilisées sont suffisamment faibles pour que la réponse du système "suive" la variation en excitation. La configuration  $\succ$  donne un aperçu de la déformation du film horizontal : comme pour le bord de Plateau, l'amplitude du mouvement du film est plus grande dans la zone coté excitation que dans la zone coté alimentation ; d'autre part, le film et le bord de Plateau oscillent approximativement en phase du côté de l'excitation (le film avançant légèrement le bord de Plateau) et en opposition de phase du côté de l'alimentation.

La figure 4.13a montre très clairement l'apparition du front séparant deux zones d'épaisseur très différentes pour le bord de Plateau lors d'une augmentation de l'amplitude d'excitation. La figure 4.13b, permet l'accès à d'avantage d'informations, obtenues notamment à partir de diagrammes espace-temps similaires à ceux de la partie 4.2.3 consacrée au régime linéaire. Un exemple pris en un point du bord de Plateau présentant une grande amplitude d'oscillation en est donné sur la figure 4.13c.

De façon à réaliser des mesures quantitatives de la réponse du système en fonction des paramètres expérimentaux, qui sont donnés par les dimensions et la configuration de la cellule élémentaire, le débit de l'alimentation en liquide et les caractéristiques de l'excitation (fréquence et amplitude), nous considérons dans la suite que quelle que soit l'amplitude de la plaque vibrante, les points du bord de Plateau d'amplitude maximale restent approximativement les mêmes. Dès lors, pour chaque expérience, le diagramme espace-temps permet la mesure de l'épaisseur  $e^{exp}(t)$ , de l'amplitude  $A_{BP}(t)$  du bord de Plateau, de la différence d'amplitude  $\Delta A(t)$  et du déphasage  $\phi(t)$  entre le film et le bord de Plateau. Toutes ces grandeurs sont mesurées à l'échelle d'une période (section 4.2.3) :  $e^{exp}$ ,  $A_{BP}$  et  $\Delta A$  sont mesurés lorsque le bord de Plateau atteint une position extrême durant la période. Le passage du front séparant la zone épaisse de la zone fine du bord de Plateau apparaît également sur les diagrammes espace-temps : L'amplitude du bord de Plateau  $A_{BP}(t)$  augmente brutalement au passage du front, parallèlement à l'augmentation de  $A_{BP}(t)$ , l'épaisseur du bord de Plateau  $e(t)$  devient très faible. Comme pour le bord de Plateau, l'amplitude du film subit une augmentation brutale au passage du front.

Des observations similaires sont obtenues sur toute notre gamme de fréquences, avec le bord de Plateau et les films en configuration  $\succ$  et en configuration Y, avec et sans alimentation, et également dans le cas d'une sollicitation longitudinale (section 4.6).

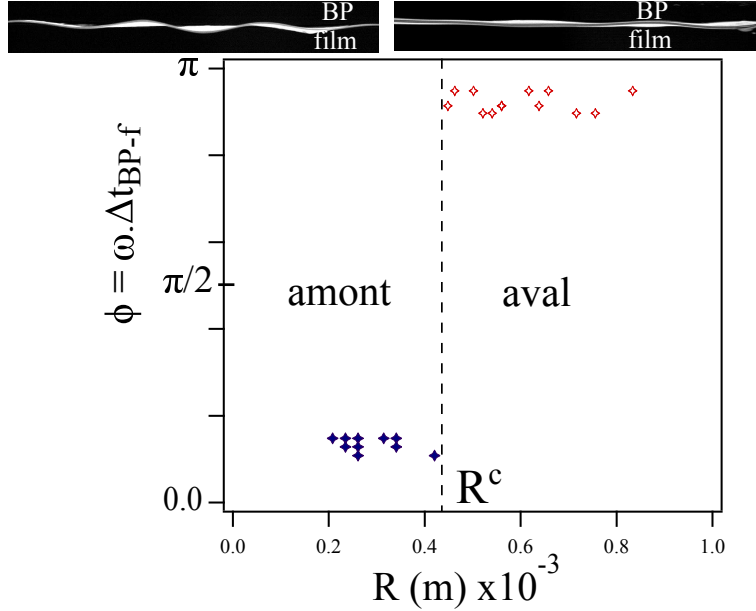
Les figure 4.14 et 4.15 présentent des mesures quantitatives réalisées sur le diagramme espace-temps d'une expérience, en un point de grande amplitude de vibration estimé être un ventre de vibration. On note  $A_{BP}^c$  et  $R^c$  l'amplitude et le rayon de courbure critiques du bord de Plateau estimés juste avant le passage du front au point de mesure et on note  $A_p^c$  l'amplitude de la plaque mobile permettant d'obtenir la valeur de  $A_{BP}^c$  au point de mesure.



**Figure 4.14** – Mesures en un point de grande amplitude de vibration lors d'une rampe montante puis descendante en amplitude : configuration  $\gamma$ ,  $L = 5$ cm,  $l = 1.5$ cm,  $R_i = 0.64$ mm,  $f = 40$ Hz,  $A_p$  de 0 à 12mm en 0.7s. Les symboles sont vides et rouges lorsque les points sont dans la zone "aval" du front (bord de Plateau épais), vides et bleus dans la zone intermédiaire et pleins et bleus dans la zone "amont" du front (bord de Plateau fin). Les grandeurs critiques sont représentées par les droites en tirets (amplitudes de la plaque critique  $A_p^c$  et du bord de plateau critique  $A_{BP}^c$ ). a) Représentation de  $A_p$  ( $\square$ ) et  $A_{BP}$  ( $\diamond$ ) en fonction du temps. b)  $A_{BP}$  en fonction de  $A_p$  pour le même jeu de données. La droite continue à une pente 1/4. c)  $R$  en fonction de  $A_p$  pour le même jeu de données. d)  $\Delta A$  en fonction de  $A_p$  pour le même jeu de données.

L'amplitude de la plaque vibrante suit une rampe linéaire montante puis descendante (figure 4.14a). Dans le régime linéaire, l'amplitude du bord de Plateau  $A_{BP}$ , augmente linéairement dans le temps (zone aval). Au passage du front, dans la zone intermédiaire, l'amplitude du bord de Plateau semble saturer. Ceci définit les amplitudes critiques pour lesquelles le front atteint le point de mesure pour le bord de Plateau ( $A_{BP}^c$ ) et pour la plaque vibrante ( $A_p^c$ ) respectivement. Dans la zone amont, l'amplitude du bord de Plateau augmente de nouveau. Un comportement identique est observé durant la rampe descendante. L'amplitude du bord de Plateau,  $A_{BP}$  est approximativement proportionnelle à l'amplitude de la plaque,  $A_p$  (figure 4.14b). Le rayon de courbure du bord de Plateau,  $R$ , décroît avec l'augmentation de l'amplitude de la plaque et ceci aussi bien dans la zone en aval que dans la zone en amont du front. Au passage du front,  $R$  sature (figure 4.14c). La différence d'amplitude d'oscillation,  $\Delta A$ , augmente en aval du front, puis sature dans la zone intermédiaire. Dans la zone en amont du front  $\Delta A$

continue d'augmenter légèrement et atteint un maximum avant de décroître formant une courbe en cloche (figure 4.14d, la méthode de mesure du  $\Delta A$  en amont et en aval du front est rappelée sur la figure 4.13c). Les données obtenues durant la rampe descendante se superposent à celle de la rampe montante. Le comportement observé ne présente pas d'hystérésis importante (figure 4.14b et d).



**Figure 4.15** – Mesure de déphasage : configuration  $\succ$ ,  $L = 5\text{cm}$ ,  $l = 1.5\text{cm}$ ,  $R_i = 0.82\text{mm}$ ,  $f = 40\text{Hz}$ ,  $A_p$  de 0 à 12mm en 1s. Mesure du déphasage  $\phi = \omega \Delta t_{BP-f}$  en fonction de  $R$ . Un déphasage apparaît au point de mesure pour  $R^c = 0.42\text{mm}$  (ligne en tirets). Deux photographies de l'expérience avant et après la transition illustrent le déphasage entre l'onde dans le film et l'onde dans le bord de Plateau de chaque côté du rayon de courbure critique,  $R_c$ . Les symboles sont vides et rouges lorsque les points sont dans la zone "aval" du front (bord de Plateau épais) et pleins et bleus dans la zone "amont" du front (bord de Plateau fin).

Un déphasage entre l'onde dans le bord de Plateau et celle dans le film est observé sur les diagrammes espace-temps (figure 4.14c). Avant et après le passage du front ce déphasage n'est pas le même. En amont du front (bord de Plateau fin) le déphasage est faible alors qu'en aval du front (bord de Plateau épais), le bord de Plateau et le film sont quasiment en opposition de phase. Le déphasage  $\phi = \omega \Delta t_{BP-f}$  en fonction de  $R$  est représentée sur la figure 4.15. Avant la transition, le bord de Plateau est épais et le déphasage est de l'ordre de  $\pi$ . Le bord de Plateau et le film oscillent en opposition de phase. Après la transition, le bord de Plateau est fin et le déphasage est proche de 0, le bord de Plateau et le film oscillent quasiment en phase. Le changement de phase se produit au passage du front au point de mesure, lorsque  $R = R^c$ .

### 4.5.2 Caractérisation du front

On rassemble dans cette section quelques caractéristiques du front. On considère quelques observations sur la position du front en fonction de l'amplitude de la sollicitation et sur le rayon de courbure du bord de Plateau de part et d'autre de la zone de transition. Les observations préliminaires ont montré que les résultats qui suivent ne semblent pas dépendre significativement de  $L$  et  $l$ . On effectue les mesures pour  $L = 5\text{cm}$  et  $l = 1.5\text{cm}$ .

#### 4.5.2.1 Position du front

En augmentant l'amplitude de la plaque vibrante linéairement, on observe que le front s'éloigne de cette dernière. A amplitude de la plaque constante, la position du front se stabilise à une position fixe. Toutefois ces positions fixes du front sont discrètes, c'est-à-dire qu'à chaque position est associée une gamme d'amplitudes et qu'en augmentant l'amplitude on finit par "sauter" d'une position à l'autre. Le front reste ensuite bloqué dans cette position jusqu'à ce que l'augmentation d'amplitude soit suffisante pour sauter à la position suivante.

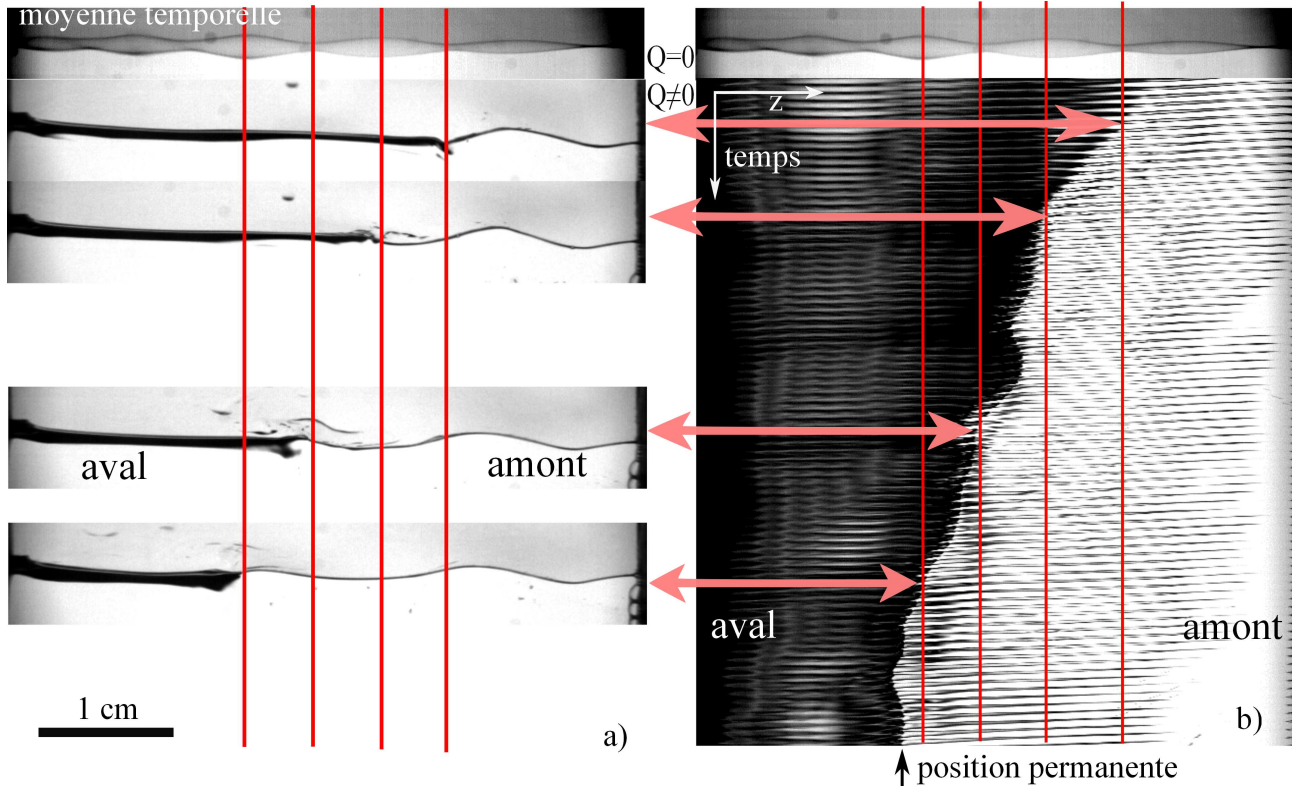
L'observation est complétée par l'étude des régimes transitoires pour lesquels l'amplitude de la plaque passe brusquement de 0 à une valeur constante. Un exemple est présenté sur la figure 4.16. Ici le bord de Plateau et les films sont en configuration Y,  $f = 120\text{Hz}$ ,  $R_i = 1.1\text{mm}$  et  $A_p = 2\text{mm}$ . L'amplitude est choisie pour que la position permanente du front se trouve environ au milieu du bord de Plateau. Pour chaque fréquence, les observations sont complétées par un enregistrement de l'oscillation du bord de Plateau dans le régime linéaire sans alimentation.

Lors de ce transitoire, le front se déplace le long du bord de Plateau pour rejoindre sa position permanente. On observe que sa trajectoire n'est pas linéaire et qu'elle est accidentée. Il transite d'une position fixe à une autre en marquant des temps d'arrêt. Quatre arrêts successifs sont observés à l'œil sur la vidéo et sont représentés sous la forme de photographies du bord de Plateau (figure 4.16a). La durée de ces arrêts est plus ou moins courte. Certaines positions sont donc plus stables que d'autres. Ces images sont mises en parallèle avec le diagramme espace-temps de la vidéo correspondante (figure 4.16b).

On peut noter que la position des points fixes correspond à celles des nœuds/ventres de la même expérience réalisée à plus basse amplitude (avant apparition du front) et sans alimentation (a priori cette dernière n'affecte pas la position des nœuds/ventres dans le régime linéaire, section 4.3). Qualitativement, nous avons remarqué également que jouer sur le débit  $Q$  permet de jouer sur la position du front à amplitude de plaque fixée.

Il est difficile d'aller plus loin dans les mesures de position car elles sont imprécises du fait de la largeur de la zone de transition et du temps indéfini que peut durer un arrêt. Quoiqu'il en soit cette approche offre une piste de réflexion pour comprendre la dynamique de progression du front.





**Figure 4.16** – Position du front dans le régime transitoire pour lequel  $A_p \simeq 2\text{mm}$  : Configuration Y,  $L = 5\text{cm}$  et  $l = 1.5\text{cm}$ ,  $f = 120\text{Hz}$ ,  $R_i = 1.1\text{mm}$ . Plaque oscillante à droite. Durée de la vidéo : 226ms. a) Quatre photographies correspondant à des moments où le front marque un arrêt (estimé à l'œil). b) Diagramme espace-temps correspondant à la même vidéo qu'en (a) tracé sur toute la longueur du bord de Plateau (selon Oz). La zone sombre représente le gros bord de Plateau et la zone claire représente le bord de Plateau fin. La position du front est dessinée par la limite entre les deux couleurs. Pour chaque côté est représenté la même moyenne temporelle (sur 200ms) du bord de Plateau dans le régime linéaire sans alimentation en liquide. Les lignes rouges représentent la position des nœuds et ventres de cette moyenne. Les lignes correspondent à la position des arrêts. Les flèches indiquent la position des photographies (a) sur le diagramme espace-temps (b).

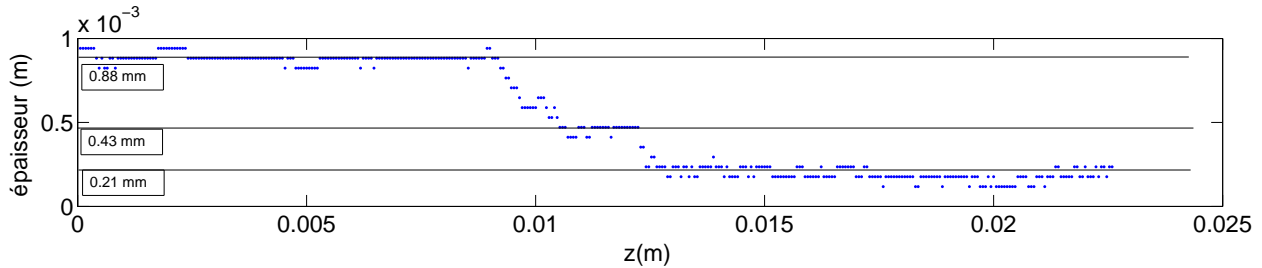


### 4.5.2.2 Rapport d'aspect du front

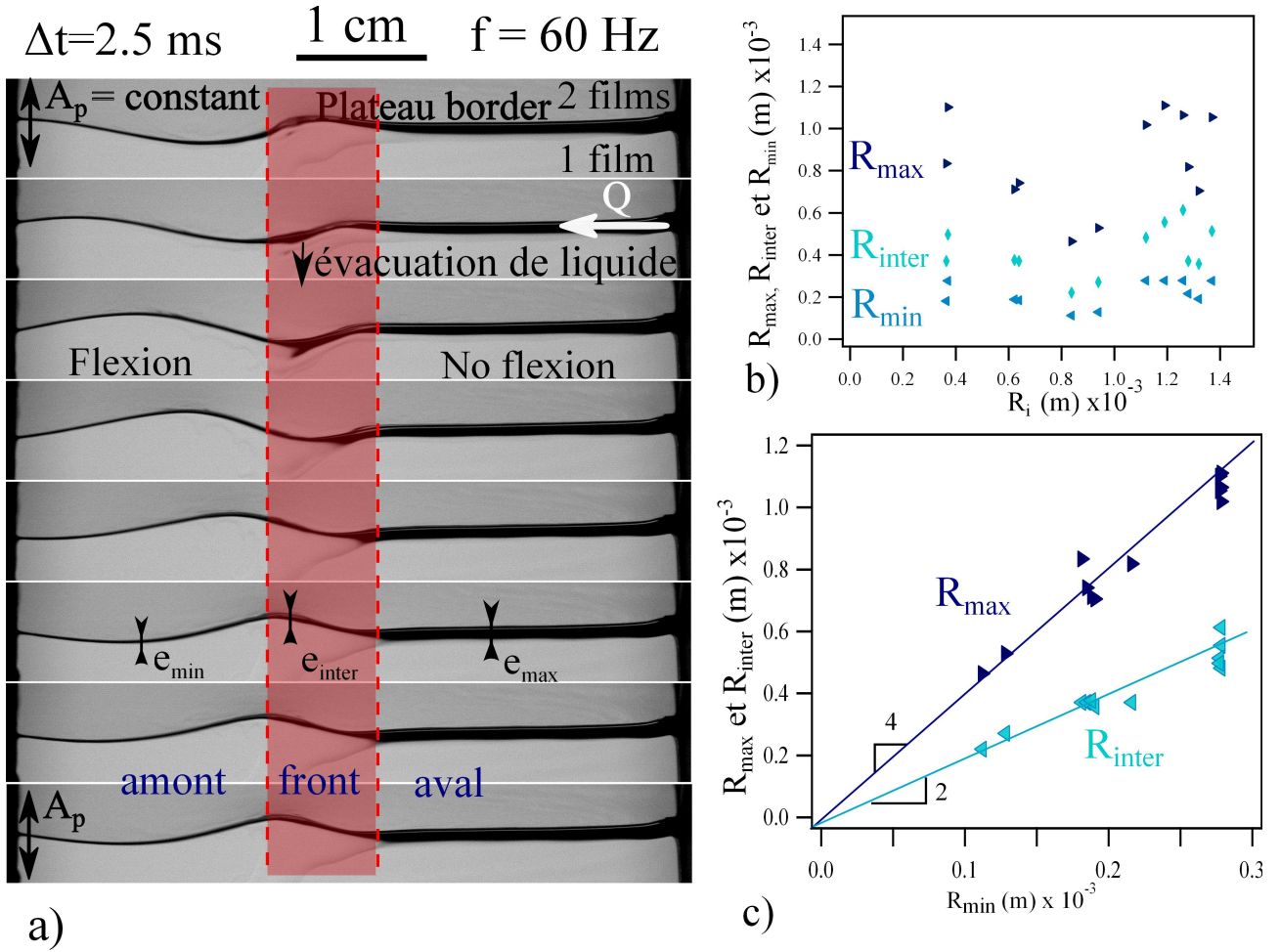
Après la transition le liquide dans le bord de Plateau s'organise pour créer trois zones d'épaisseurs homogènes mais différentes :

- La zone en aval du front forme un bord de Plateau dont le rayon de courbure est important (on définit son rayon de courbure  $R_{max}$ ). Ce bord de Plateau est peu soumis aux vibrations de la plaque. Il s'étend de l'alimentation en liquide jusqu'au front de transition.
- Depuis la plaque mobile jusqu'à la zone de transition se trouve la zone en amont du front, le bord de Plateau est fin, on définit son rayon de courbure  $R_{min}$ , et son amplitude est importante.
- La zone du front de transition qui se trouve entre la zone en aval et la zone en amont. Elle s'étend sur une courte distance par rapport aux deux autres (quelques millimètres) et apparaît systématiquement après la transition. On observe dans cette zone une évacuation de liquide contenu dans le bord de Plateau via le film vertical (se distingue par une légère variation du niveau de gris sur la figure 4.18). Du fait des oscillations, cette évacuation de liquide se fait périodiquement et l'épaisseur du bord de Plateau dans cette zone ne nous apparaît pas homogène et constante dans le temps. Par contre, lorsque l'amplitude du bord de Plateau est maximale dans cette zone, le liquide n'est pas évacué et la zone semble présenter une épaisseur et un rayon de courbure homogènes (identifiable sur la troisième image de la figure 4.18). Ce dernier est noté  $R_{inter}$ .

On cherche à mesurer l'épaisseur du bord de Plateau dans les trois zones (figure 4.18a). Un profil d'épaisseur typique du bord de Plateau suivant  $z$ , acquis à l'instant où l'évacuation de liquide n'apparaît pas, est tracé sur la figure 4.17. A la précision des mesures, trois zones d'épaisseur différente apparaissent. Les rayons de courbure sont déterminés dans les trois zones comme la valeur moyenne des rayons de courbure mesurés sur toute la longueur de chaque zone. La fréquence est fixée à  $f = 60\text{Hz}$  et on fait varier  $R_i$  de 0.35mm à 1.65mm (figure 4.18b). L'amplitude de la plaque et le débit  $Q$  sont choisis de façon à positionner le front de transition au centre du bord de Plateau.



**Figure 4.17** — Profil d'épaisseur du bord de Plateau après la transition : épaisseur en fonction de la position  $z$  le long du bord de Plateau. Les lignes représentent la mesure de  $R_{max}$ ,  $R_{inter}$  et  $R_{min}$ . Le profil est pris à un instant où la zone du front de transition n'évacue pas le liquide et est relativement homogène.



**Figure 4.18** – Profil d'épaisseur du bord de Plateau après la transition : configuration Y,  $L = 5 \text{ cm}$ ,  $l = 1.5 \text{ cm}$ ,  $f = 60 \text{ Hz}$ . a) Séquence d'images issue d'une vidéo où  $R_i = 0.8 \text{ mm}$  et  $A_p \simeq 3 \text{ mm}$ . Les doubles flèches schématisent l'amplitude constante de la plaque. b)  $R_{\min}$ ,  $R_{\text{inter}}$  et  $R_{\max}$  en fonction de  $R_i$ . c)  $R_{\text{inter}}$  et  $R_{\max}$  en fonction de  $R_{\min}$ . Des relations de proportionnalité apparaissent :  $R_{\max} = (3.9 \pm 0.2)R_{\min}$  et  $R_{\text{inter}} = (1.8 \pm 0.2)R_{\min}$ . Précision de  $R \pm 0.05 \text{ mm}$  sur les mesures induite par la résolution spatiale des vidéos.

La figure 4.18b montre les résultats de mesures de  $R_{\max}$ ,  $R_{\text{inter}}$  et  $R_{\min}$  réalisées en variant  $R_i$ . On observe qu'il n'y a pas de corrélation évidente entre ces mesures et le rayon de courbure du bord de Plateau initial. Sur la figure 4.18c sont tracés  $R_{\max}$ ,  $R_{\text{inter}}$  en fonction de  $R_{\min}$ . On observe des relations de proportionnalité entre  $R_{\max}$ ,  $R_{\text{inter}}$  et  $R_{\min}$ . Les relations donnent  $R_{\text{inter}} \simeq 2R_{\min}$  et  $R_{\max} \simeq 4R_{\min}$ . Ceci peut être vérifié par une représentation de l'épaisseur du bord de Plateau sur toute sa longueur sur la figure 4.17. On y observe, de la gauche vers la droite, le bord de Plateau épais, la zone d'évacuation (traduit par un gonflement du bord de Plateau), le bord de Plateau intermédiaire et le bord de Plateau fin.

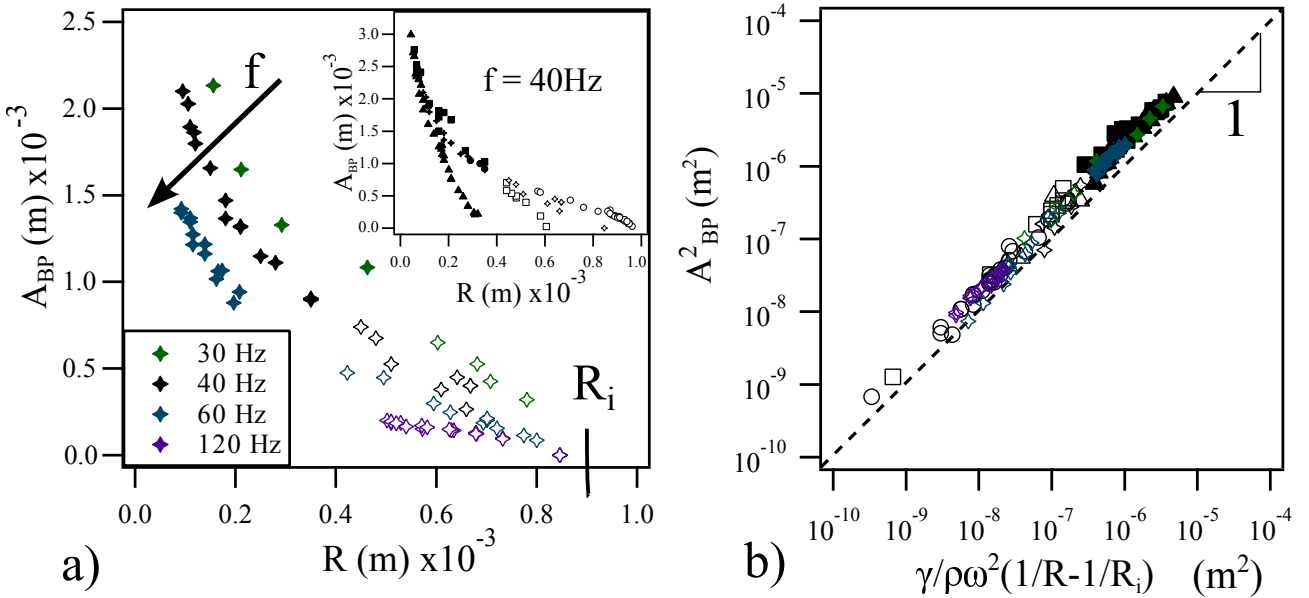
### 4.5.3 Relations entre les grandeurs mesurées

Dans cette section on recherche des corrélations entre les grandeurs  $R$ ,  $A_{BP}$  et  $\Delta A$ , telles que celles obtenues sur la figure 4.14. On utilise pour cela la configuration  $\succ$  et les diagrammes espace-temps (section 4.5.1). Les effets de  $f$  et de  $R_i$  sont explorés.

#### 4.5.3.1 Relation $A_{BP} - R$

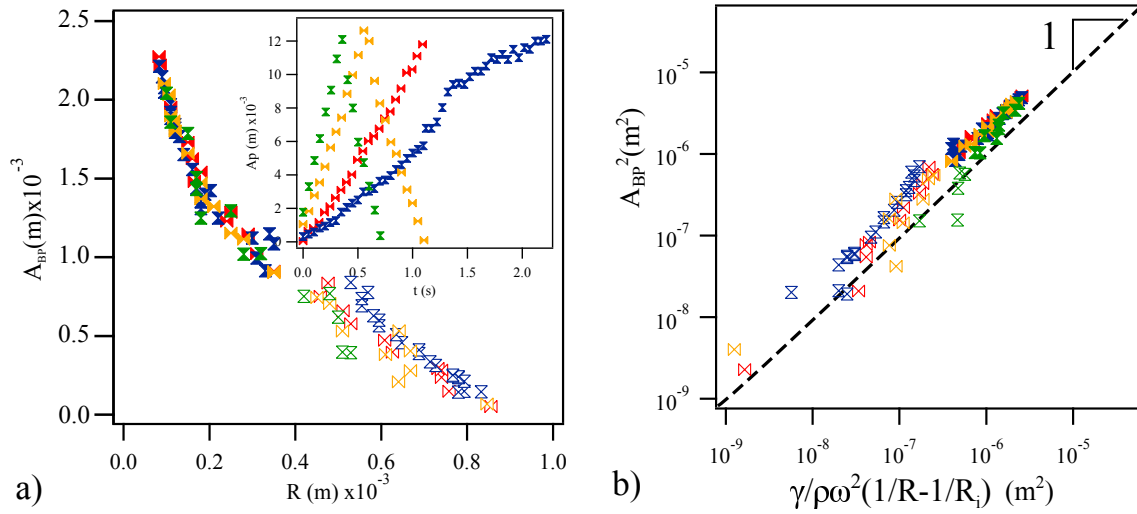
Le bord de Plateau s'amincit avec l'augmentation de son amplitude d'oscillation (diagramme espace-temps de la figure 4.13c). En travaillant à  $f$ ,  $R_i$  et vitesse de rampe donnés (figure 4.19a) on observe une décroissance de l'amplitude du bord de Plateau avec l'augmentation du rayon de courbure du bord de Plateau. Plus la fréquence de vibration est grande et moins  $A_{BP}$  est grande à  $R$  fixé. En travaillant à  $f$  et vitesse de rampe données (figure 4.19a encart) mais en variant  $R_i$ , différentes courbes sont obtenues présentant la même tendance, ces courbes tendent vers un même comportement asymptotique aux petites valeurs de  $R$ .

On observe que plus la fréquence imposée est grande et plus  $R^c$  est petit ;  $R^c$  semble donc dépendre de la fréquence (figure 4.19a).  $R^c$  ne semble pas dépendre de  $R_i$  pour une fréquence donnée (figure 4.19a encart).



**Figure 4.19** – Relation  $A_{BP} - R$  : effet de  $f$  et de  $R_i$ . configuration  $\succ$ ,  $L = 5$  cm,  $l = 1.5$  cm,  $f = \{30, 40, 60, 120\}$  Hz,  $A_p$  suit une rampe en amplitude démarrant à une amplitude nulle, le rayon du bord de Plateau valant  $R_i$ . Les symboles vides représentent les mesures en aval (bord de Plateau épais) et les symboles pleins représentent les mesures en amont (bord de Plateau fin). a)  $A_{BP}$ , en fonction de  $R$ , pour quatre fréquences et  $R_i = 0.9$  mm fixé. Encart :  $A_{BP}$  en fonction de  $R$  à  $f = 40$  Hz pour quatre  $R_i$  différents. Une asymptote commune aux quatre expériences est observée aux petites valeurs de  $R$ . b) Représentation en échelle logarithmique de  $A_{BP}^2$  en fonction de son estimation théorique (équation 4.4, section 4.5.4) pour toutes les mesures représentées en (a). La droite de pente 1 indique une relation linéaire entre les mesures et la prédiction théorique. Un ajustement linéaire des données donne :  $A_{BP}^2 = (1.99 \pm 0.03) \frac{\gamma}{p\omega^2} (1/R - 1/R_i)$ . Erreur de  $\pm 0.02$  mm sur les mesures de  $R$  et sur  $A_{BP}$  induite par la résolution spatiale des vidéos.

La figure 4.20 montre que la vitesse des rampes n'influe pas sur les résultats. Les points de mesures se superposent indépendamment de la vitesse de la rampe linéaire appliquée à la plaque. On peut noter que le fait que les courbes se superposent aussi bien montre une bonne reproductibilité des mesures.



**Figure 4.20** — Relation  $A_{BP} - R$  : effet de la vitesse de la rampe : configuration  $\succ$ ,  $L = 5\text{cm}$  et  $l = 1.5\text{cm}$ .  $f = 40\text{Hz}$ ,  $R_i = 0.85\text{mm}$  et  $A_p$  augmente linéairement selon quatre vitesses de variations différentes, et rediminue de même : de 0 à 12mm respectivement en 0.3s (en vert), en 0.6s (en jaune), en 1.2s (en rouge) et en 2.4s (en bleu). a)  $A_{BP}$  en fonction de  $R$ . Les symboles vides représentent les mesures en aval (bord de Plateau épais) et les symboles pleins représentent les mesures en amont (bord de Plateau fin). Encart (a) : représentation de  $A_p$  en fonction du temps. b)  $A_{BP}^2$  en fonction de son estimation théorique (équation 4.4, section 4.5.4) en échelle logarithmique. Le droite de pente 1 guide l'œil. Un ajustement linéaire donne :  $A_{BP}^2 = (1.99 \pm 0.03) \frac{\gamma}{\rho\omega^2} (1/R - 1/R_i)$ . Erreur de  $\pm 0.02\text{mm}$  sur  $R$  et sur  $A_{BP}$  induite par la résolution spatiale des vidéos.

#### 4.5.3.2 Relation $\Delta A - A_{BP} - R$

On mesure  $\Delta A$ ,  $A_{BP}$  et  $R$  en variant  $R_i$  et  $f$  systématiquement.

Sur la série d'expériences de la figure 4.21a, on fixe  $f = 40\text{Hz}$  et on prend trois valeurs de  $R_i = \{0.38; 0.61; 0.95\}\text{mm}$ . Sur le tracé  $\Delta A$  en fonction de  $R$ , on observe que  $\Delta A$  augmente puis diminue pendant la rampe montante en amplitude d'excitation, donc pour une augmentation de l'amplitude  $A_{BP}$  du bord de Plateau et la diminution correspondante de son rayon de courbure  $R$ . La courbe en cloche peut être vue comme reliant la condition initiale (le film et le bord de Plateau sont au repos et  $R = R_i$ ) à un état final dans lequel le bord de Plateau serait d'épaisseur nulle et oscillerait parfaitement avec le film,  $\Delta A = 0$ .

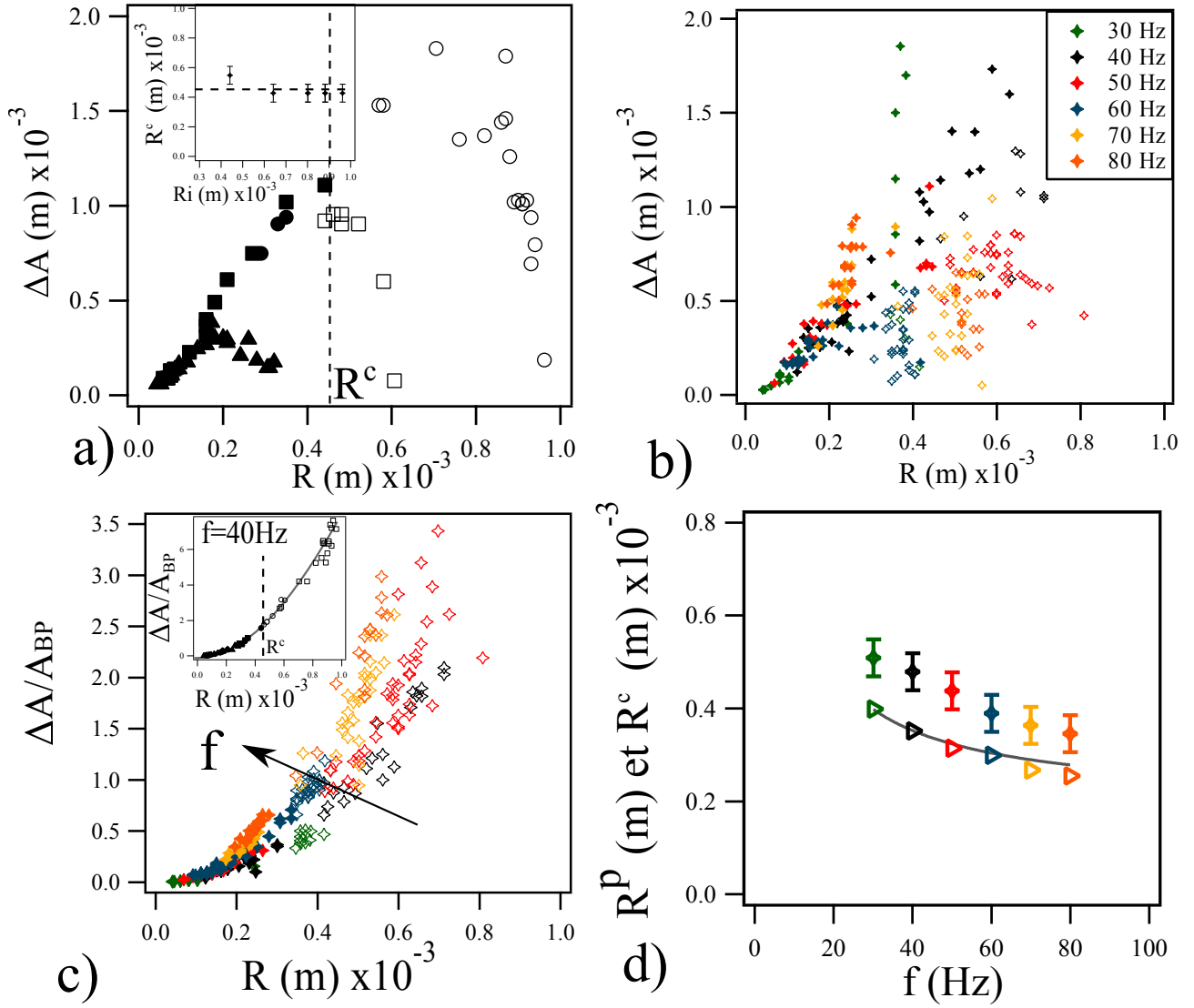
Les valeurs de  $R^c$  mesurées sur les diagrammes espace-temps pour ces différentes valeurs de  $R_i$  valent toutes  $(0.45 \pm 0.05)\text{mm}$  à  $f = 40\text{Hz}$ , signalé sur la figure 4.21a par la ligne en pointillés. La forme en cloche de la courbe et la valeur de  $R^c$  semblent décorréliées. L'encart de la figure 4.21a montre qu'il n'y a pas d'effet significatif de  $R_i$  sur  $R^c$  à  $f$  constant.

Sur la série d'expériences de la figure 4.21b la fréquence  $f$  varie de 30Hz à 80Hz. Durant cette série les rayons de courbure initiaux sont choisis afin d'avoir accès à un grand nombre de mesures en aval et en amont du front. La tendance en cloche est retrouvée pour toutes les fréquences sur une gamme de 30 à 80Hz (figure 4.21b).

Le tracer de  $\Delta A/A_{BP}$  en fonction de  $R$  fait ressortir que pour une même fréquence et différent  $R_i$ , en aval et en amont du front, tous les points suivent une même tendance (figure 4.21c encart). On observe que  $\Delta A/A_{BP}$  varie selon une loi de puissance de  $R$  avec un exposant de l'ordre de 2 donné par une interpolation. On note aussi qu'à  $R$  fixé plus la fréquence est importante et plus  $\Delta A/A_{BP}$  est important. Donc la variation relative d'amplitude du film par

rapport à l'amplitude du bord de Plateau dépend de la fréquence et du rayon de courbure du bord de Plateau. A partir de ces observations, on peut déterminer un rayon  $R^p(f)$  pour chaque fréquence en ajustant les mesures de  $\Delta A/A_{BP}$  par une loi en  $\left(\frac{R}{R_1^p}\right)^2$  avec  $R^p(f)$  le paramètre libre de l'interpolation parabolique.

Ainsi, les rayons  $R^c$  et  $R^p$  sont indépendants de  $R_i$ . Les mesures en fonction de la fréquence sont représentées sur la figure 4.21d. Une interpolation en loi de puissance donne les relations :  $R^c(\text{m}) = (2.4 \pm 0.4)10^{-3} f(\text{Hz})^{-(0.43 \pm 0.08)}$  et  $R^p(\text{m}) = (2.1 \pm 0.2)10^{-3} f(\text{Hz})^{-(0.49 \pm 0.01)}$ . Les mesures de  $R^p$  sont plus précises que les mesures de  $R^c$  car elles sont obtenues par ajustement d'un grand nombre de points de mesure contrairement à  $R^c$  qui correspond à un seul point de mesure. Il est remarquable que ces deux différentes mesures suivent une tendance semblable et soient proches malgré deux définitions totalement différentes.



**Figure 4.21** – Relation  $\Delta A - A_{BP} - R$  : Effet de  $R_i$  et  $f$ . Configuration  $\succ$ ,  $L = 5 \text{ cm}$ ,  $l = 1.5 \text{ cm}$ ,  $f = \{30, 40, 50, 60, 70, 80\} \text{ Hz}$ . Les symboles vides représentent les mesures en aval du front et les symboles pleins représentent les mesures en amont du front. a) Représentation de  $\Delta A$  en fonction de  $R$  avec  $f=40 \text{ Hz}$ . Pour  $R_i = 0.38 \text{ mm}$  ( $\blacktriangle$ ),  $0.61 \text{ mm}$  ( $\blacksquare$ ) et  $0.95 \text{ mm}$  ( $\bullet$ ). Encart :  $R^c$  en fonction de  $R_i$ . b) Représentation de  $\Delta A$  en fonction de  $R$  avec  $f$  variant de  $30 \text{ Hz}$  à  $80 \text{ Hz}$ .  $R_i = 0.4 \text{ mm}$  pour  $30 \text{ Hz}$  et  $60 \text{ Hz}$ ,  $R_i = 0.6 \text{ mm}$  pour  $40 \text{ Hz}$  et  $50 \text{ Hz}$  et  $R_i = 0.9 \text{ mm}$  pour  $70 \text{ Hz}$  et  $80 \text{ Hz}$ . c)  $\Delta A/A_{BP}$  en fonction de  $R$  pour des fréquences allant de  $30 \text{ Hz}$  à  $80 \text{ Hz}$ . Encart :  $\Delta A/A_{BP}$  en fonction de  $R$  à  $40 \text{ Hz}$  pour différents  $R_i$  (mêmes expériences qu'en (a)), le meilleur ajustement, représenté par la ligne grise, donne une loi de puissance d'exposant  $(2.01 \pm 0.01)$ . Précision sur  $R$ ,  $A_{BP}$  et  $\Delta A$  de  $\pm 0.05 \text{ mm}$  induite par la résolution spatiale des vidéos. d)  $R^p$  ( $\triangleright$ ) et  $R^c$  ( $\diamond$ ) en fonction de la fréquence. Les mesures sont ajustées par des lois de puissance :  $R^c \text{ (m)} = (2.4 \pm 0.4) 10^{-3} f \text{ (Hz)}^{-(0.43 \pm 0.08)}$  et  $R^p \text{ (m)} = (2.1 \pm 0.2) 10^{-3} f \text{ (Hz)}^{-(0.49 \pm 0.01)}$ . Trait plein : ajustement de  $R^p(f)$ .

#### 4.5.4 Modélisation et discussion

Une proposition de modélisation est réalisée pour les points suivants :

- la relation entre le rayon de courbure du bord de Plateau et son amplitude d'oscillation. Plus le bord de Plateau oscille avec une grande amplitude et plus il est fin, avec une influence de la fréquence et de  $R_i$  (section 4.5.3.1).
- la relation qui relie la variation relative d'amplitude du film par rapport à celle du bord de Plateau et le rayon de courbure du bord de Plateau. Celle-ci croît selon une loi de puissance d'exposant proche de 2 et dépend de la fréquence d'excitation (section 4.5.3.2).
- la valeur du rayon de courbure critique  $R^c$  associé au passage du front sur un ventre de vibration et au changement de phase de  $\pi$  entre le film et le bord de Plateau.

La première relation est modélisée en loi d'échelle en considérant que l'inertie du bord de Plateau est balancée par la capillarité, sans prendre en compte la participation des films. La deuxième relation est prédite par un modèle d'oscillateur forcé à fréquence propre variable pour le système "bord de Plateau - films". Une troisième relation, qui prédit le rayon de courbure critique, est obtenue comme conséquence du modèle d'oscillateur forcé.

##### 4.5.4.1 Relation $A_{BP} - R$

Soit un bord de Plateau mis en vibration à la pulsation  $\omega = 2\pi f$ . Il possède un rayon de courbure  $R$  et une amplitude  $A_{BP}$ . On cherche à relier le rayon de courbure et l'amplitude d'oscillation du bord de Plateau. Le fluide est supposé incompressible. On néglige l'effet des films sur le bord de Plateau. La vitesse caractéristique  $V$  de l'écoulement vertical dans le bord de Plateau est donnée par  $A_{BP}\omega$ .

**Comparaison inertie - viscosité :** On construit un nombre de Reynolds caractérisant l'écoulement dans le bord de Plateau :  $Re = \frac{\rho A_{BP}\omega R}{\eta}$ . En prenant  $\rho \sim 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $A_{BP} \sim 1 \text{ mm}$ ,  $R \sim 0.1 \text{ mm}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad.s}^{-1}$  et  $\eta = 10^{-3} \text{ Pa.s}$ , on obtient  $Re \sim 60 > 1$  montrant que les effets inertiels dominent les effets visqueux.

**Comparaison capillarité - gravité :** Pour évaluer l'importance des effets capillaires par rapport aux effets de la gravité, on calcule le nombre de Bond :  $Bo = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g R^2}} \sim 10^4$ . Ce nombre de Bond très supérieur à 1 montre que les effets capillaires sont dominants par rapport aux effets de la gravité sur le bord de Plateau.

**Comparaison inertie - capillarité :** On cherche à présent à comparer l'importance des effets inertiels par rapport aux effets capillaires. On caractérise les effets capillaires sur le bord de Plateau en flexion à l'aide de la loi de Laplace :

$$P_{liq}(z, t) = P_{gaz} - \gamma \kappa(z, t). \quad (4.2)$$

La courbure moyenne du bord de Plateau en flexion,  $\kappa(z, t)$ , contient un terme de courbure liée à la géométrie de sa section et un terme de courbure lié à la flexion. Le rayon de courbure du bord de Plateau est de l'ordre de  $R \sim 10^{-4} \text{ m}$ , la flexion du bord de Plateau induit une courbure suivant  $Oz$  de l'ordre de  $\lambda^2/A_{BP} \sim 10^{-1} \text{ m}$ . Le terme de pression capillaire induit par le rayon de courbure du bord de Plateau est donc dominant.

On calcule un nombre de Weber comme :  $We = \frac{\rho (A_{BP}\omega)^2 R}{\gamma} \sim 1$ . Ce nombre de Weber de l'ordre de l'unité montre que l'énergie cinétique de l'élément de volume du bord de Plateau est du même ordre que l'énergie de surface de cet élément de volume. Cette compétition entre

inertie et capillarité peut être réécrite sous la forme d'une compétition entre une pression de radiation ( $\propto A_{BP}^2 \omega^2$ ) et une pression capillaire ( $\propto \gamma/R$ ) :

$$\rho A_{BP}^2 \omega^2 \propto \gamma \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right). \quad (4.3)$$

Avec  $R_0$ , un rayon de courbure caractéristique du bord de Plateau tel que  $R = R_0$  lorsque  $A_{BP} = 0$ . Soit,

$$A_{BP}^2 \propto \frac{\gamma}{\rho \omega^2} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right). \quad (4.4)$$

**Comparaison avec les expériences :** Expérimentalement  $R_0$  est très proche de  $R_i$ , le rayon de courbure du bord de Plateau initial et non perturbé, on suppose ici  $R_0 = R_i$ .

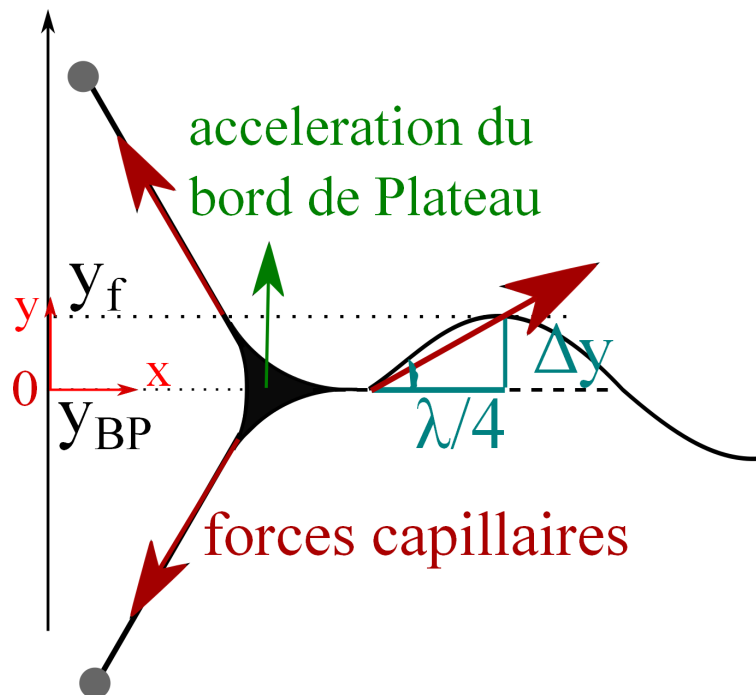
La comparaison modèle-expérience est effectuée sur la figure 4.19b et la figure 4.20b avec les points expérimentaux de la figure 4.19a et 4.20a. Les données s'ajustent par une droite dont la pente est de l'ordre de 2. L'accord obtenu sur quatre ordres de grandeur et sans paramètre ajustable est très satisfaisant. Les résultats sont valables en amont et en aval du front. Ceci montre que la relation (4.4) donne la bonne loi de puissance entre  $A_{BP}$ ,  $R$ ,  $\omega$  et  $R_i$  mais un travail de modélisation reste à approfondir pour déterminer exactement le préfacteur numérique.

Initialement, le bord de Plateau possède un rayon de courbure  $R_i$  et une amplitude nulle. En augmentant l'amplitude d'oscillation du bord de Plateau, sa vitesse augmente. Cela entraîne une diminution de pression du fluide dans le bord de Plateau qui se traduit par une diminution du rayon de courbure du bord de Plateau. La relation qui relie l'amplitude du bord de Plateau à son rayon de courbure est définie par une compétition entre inertie et capillarité qui peut être vue comme une compétition entre une pression de radiation et une pression acoustique.



## 4.5.4.2 Oscillateur forcé à fréquence propre variable

On cherche à modéliser le lien entre  $\Delta A$ ,  $A_{BP}$  et  $R$ . Ces grandeurs ont été mesurées sur les diagrammes espace-temps en des points précis du bord de Plateau pour lesquels la position du film suivant  $Oy$  est aussi mesurable (section 4.5.1). Expérimentalement, nous avons observé un déphasage entre le film et le bord de Plateau qui vaut approximativement soit 0 soit  $\pi$ . Ceci fait penser à la réponse d'un oscillateur linéaire du second ordre forcé à des fréquences petites où grandes devant sa fréquence propre. Le bord de Plateau et les trois films forment un système mécanique où les éléments sont couplés entre eux (section 4.5.3.2). Au repos, l'orientation des films autour du bord de Plateau est régie par les lois de Plateau. Lorsque le bord de Plateau est en mouvement par rapport aux films, une force de rappel capillaire apparaît du fait de l'écart aux lois de Plateau. On réalise un modèle dans lequel, une onde stationnaire est présente dans le film horizontal forçant l'oscillation du bord de Plateau le long de l'axe vertical  $Oy$ .



**Figure 4.22** — Schéma des forces capillaires qui s'exercent sur une section transverse du bord de Plateau à un temps  $t$  fixé : Un bord de Plateau et trois films en configuration  $\succ$ . Les films inclinés sont fixés au cadre (ronds gris) et ne vibrent pas. Le film horizontal vibre et exerce sur le bord de Plateau une force qui varie approximativement en  $2\gamma \frac{\Delta y}{\lambda/4}$  selon l'axe  $Oy$  avec  $\lambda/4$  la distance suivant  $Ox$  qui sépare le bord de Plateau du ventre du film le plus proche.

Ce modèle est basé sur les hypothèses suivantes :

- Les films et le bord de Plateau sont en configuration  $\succ$  et seul le film horizontal vibre (section 4.2.3).
- Le système étudié est une tranche 2D du bord de Plateau et des films dans le plan  $(Oxy)$  en un ventre de vibration du bord de Plateau suivant  $Oz$ .
- Selon l'axe  $Ox$  le déplacement du bord de Plateau est approximativement nul, les forces induites par les trois films se compensent dans cette direction à l'ordre 0 (section 4.2.3, décrivant la polarisation de l'onde dans le bord de Plateau suivant la zone en contact avec la plaque vibrante).
- Une onde stationnaire est présente dans le film à toutes les fréquences [86]. L'amplitude d'oscillation du ventre le plus proche du bord de Plateau est décrit par  $y_f(t) = A_f \cos(\omega t)$ .

- Le bord de Plateau est suffisamment épais pour se situer proche d'un nœud de vibration du film dans la direction  $Ox$  (section 4.4). L'amplitude d'oscillation du bord de Plateau est décrite par :  $y_{BP}(t) = A_{BP} \cos(\omega t - \phi)$  où  $\phi$  est le déphasage avec le film.
- L'amplitude du film et du bord de Plateau sont faibles devant la longueur d'onde et elles sont définies positives :  $\lambda \gg A_f, A_{BP} > 0$ .

La composante selon  $Oy$  de l'accélération par unité de longueur du bord de Plateau de section  $S$  s'exprime :

$$\rho S \frac{d^2 y_{BP}(t)}{dt^2}.$$

Au repos, la somme des forces qu'exercent les trois films sur le bord de Plateau est nulle. Lorsque le film horizontal se met en vibration, la position suivant  $Oy$  d'un ventre de vibration du film est décalé de  $\Delta y$  par rapport au bord de Plateau ce qui induit une force de rappel capillaire. La composante suivant  $Oy$  de cette force par unité de longueur, induite par le film en vibration sur le bord de Plateau, s'exprime par l'expression approchée :

$$2\gamma \frac{y_f(t) - y_{BP}(t)}{\lambda/4},$$

où la distance suivant  $Ox$  qui sépare le bord de Plateau du ventre du film le plus proche est égale à  $\lambda/4$  car on a supposé que le bord de Plateau se trouve proche d'un nœud de vibration du film (figure 4.22).

La relation fondamentale de la dynamique appliquée au bord de Plateau nous permet d'écrire :

$$\rho S \frac{d^2 y_{BP}(t)}{dt^2} + \frac{8\gamma}{\lambda} y_{BP}(t) = \frac{8\gamma}{\lambda} y_f(t). \quad (4.5)$$

L'équation (4.5) peut se réécrire sous la forme :

$$\frac{d^2 y_{BP}(t)}{dt^2} + \omega_0^2 y_{BP}(t) = \omega_0^2 y_f(t). \quad (4.6)$$

où

$$\omega_0^2 = \frac{8\gamma}{\rho S \lambda} = \frac{4}{\pi(\sqrt{3} - \pi/2)} \frac{\gamma \omega}{\rho R^2 c}. \quad (4.7)$$

Dans cette expression on a remplacé  $S = (\sqrt{3} - \pi/2)R^2$  et  $\lambda = 2\pi c/\omega$  avec  $c$  la vitesse de propagation des ondes dans le film de savon. A l'équation (4.6), on rajoute un terme de dissipation linéaire pris en compte par un facteur de qualité  $q$  :

$$\frac{d^2 y_{BP}(t)}{dt^2} + \frac{\omega_0}{q} \frac{dy_{BP}(t)}{dt} + \omega_0^2 y_{BP}(t) = \omega_0^2 y_f(t). \quad (4.8)$$

On obtient alors l'équation d'un oscillateur harmonique amorti forcé, dont la fréquence propre  $\omega_0$  est fonction de la fréquence de forçage  $\omega$ .

La recherche de solution harmonique donne :

$$(-\omega^2 + i \frac{\omega_0 \omega}{q} + \omega_0^2) A_{BP} e^{-i\phi} = A_f \omega_0^2 \quad (4.9)$$

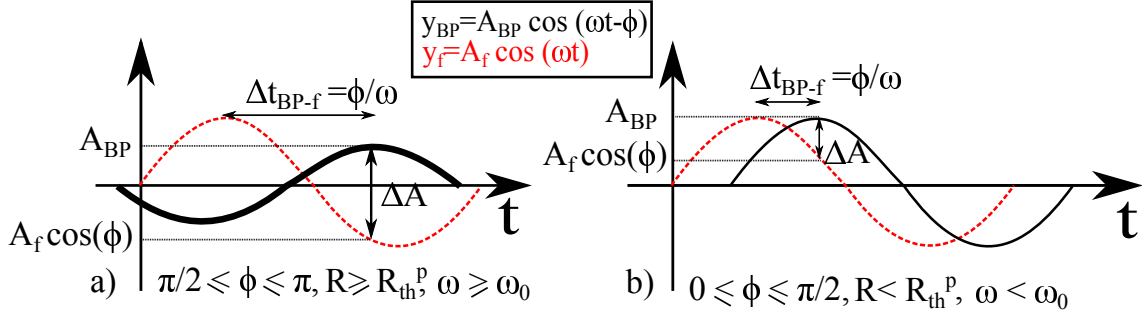
Soit,

$$A_{BP} = \frac{A_f}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0 q}\right)^2}} \quad (4.10)$$

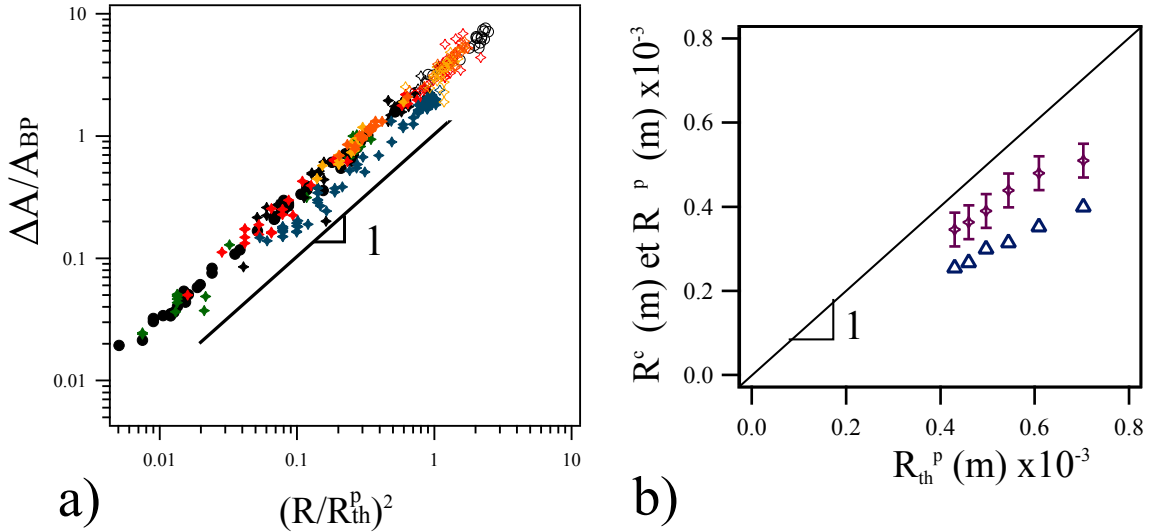
et,

$$\cos(\phi) = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0 q}\right)^2}} \quad (4.11)$$

Comparaison avec les expériences :



**Figure 4.23** – Signal temporel du forçage (film -pointillés rouges) et de la réponse de l'oscillateur (bord de Plateau - noir) pour une réponse plutôt en opposition de phase (bord de Plateau épais en aval du front) (a) et plutôt en phase (bord de Plateau fin en amont du front) (b).



**Figure 4.24** – a)  $\Delta A/A_{BP}$  en fonction de  $(R/R_{th}^p)^2$  en échelle logarithmique. Mêmes expériences que sur la figure 4.21. Les valeurs  $\Delta A/A_{BP} \sim 2$  et/ou  $\frac{R}{R_{th}^p} \sim 1$  séparent les points en amont (symboles pleins) et les points en aval (symboles vides) du front. La droite de pente 1 guide l'œil sur une relation affine entre  $\Delta A/A_{BP}$  et  $(\frac{R}{R_{th}^p})^2$  avec  $R_{th}^p$  défini par l'équation (4.14) et calculé en posant  $c = 2m.s^{-1}$  (section 4.3). Un ajustement sur l'ensemble des points donne :  $\Delta A/A_{BP} = (2.35 \pm 0.04) \left(\frac{R}{R_{th}^p}\right)^{(2.04 \pm 0.06)}$ . b) Mesures de  $R^c$  (◇) et de  $R^p$  (△) reportées en fonction de  $R_{th}^p$ . La droite est de pente 1. Des ajustements linéaires donnent  $R^c = (0.76 \pm 0.06)R_{th}^p$  et  $R^p = (0.58 \pm 0.02)R_{th}^p$ .

Durant les expériences, on mesure la différence d'amplitude, définie sur la figure 4.23, qui s'écrit :  $\Delta A = A_{BP} - A_f \cos(\phi)$ . Ainsi définie,  $\Delta A$  est toujours positif. D'après notre modèle,  $\Delta A$  s'exprime comme :

$$\Delta A = \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 A_{BP} \quad (4.12)$$

Il est remarquable alors que cette expression est indépendante du facteur de qualité et donc du terme d'amortissement.

A partir de la définition de la fréquence propre (équation (4.7)) on peut réécrire cette expression comme :

$$\Delta A = \left( \frac{R}{R_{th}^p} \right)^2 A_{BP} \quad (4.13)$$

avec

$$R_{th}^p = \sqrt{\frac{4}{\pi(\sqrt{3} - \pi/2)} \frac{\gamma}{\rho c \omega}}. \quad (4.14)$$

La comparaison entre l'expression (4.13) et les expériences est réalisée sur la figure 4.24a. On retrouve bien que  $\Delta A/A$  est proportionnel à  $(R/R_{th}^p)^2$  sur trois ordres de grandeur, le coefficient de proportionnalité est proche de 2. La mesure expérimentale  $R^p$  (section 4.5.3.2) peut également être comparée à la valeur théorique  $R_{th}^p$ . Nous avons vu que  $R^p$  varie avec la fréquence de forçage selon une loi de puissance d'exposant proche de -1/2 (figure 4.21d) en accord avec la tendance prédite pour le rayon  $R_{th}^p$ . Sur la figure 4.24b, on observe un coefficient de proportionnalité proche de 0.6 entre  $R_{th}^p$  et  $R^p$  :  $R^p$  est légèrement surestimé par la prédiction théorique. Ce résultat est très satisfaisant étant données les hypothèses du modèle et l'absence de paramètre ajustable.

Le modèle peut être également confronté aux résultats expérimentaux en utilisant les mesures de  $R^c$  (section 4.5.1). Cette épaisseur correspond à la transition entre un bord de Plateau épais plutôt en opposition de phase et un bord de Plateau fin plutôt en phase en un ventre de vibration du bord de Plateau. Dans le modèle, ce changement s'opère lorsque  $\omega = \omega_0$  (équation 4.6) c'est à dire lorsque  $R = R_{th}^p$ . On s'attend donc à ce que  $R^c = R_{th}^p$ . Ceci est vérifié par le fait que  $R^c$  et  $R^p$  sont proches l'un de l'autre (figure 4.21d) et que  $R^c$  et  $R_{th}^p$  sont proportionnels avec un coefficient égal à 0.8 (figure 4.24b). Le coefficient  $R_{th}^p$  décrit donc correctement le changement de phase sans paramètre ajustable.

Le scénario de ce qui se déroule dans le système est le suivant. Le bord de Plateau est initialement au repos et possède un rayon de courbure  $R_i$  (supposé supérieur à  $R^c$ ). Le film horizontal est mis en vibration à la pulsation  $\omega$  et avec une amplitude croissante. Ce film entraîne l'oscillation du bord de Plateau suivant la vertical, quasiment en opposition de phase avec le film. Le bord de Plateau et les trois films forment un oscillateur dont la fréquence propre dépend du rayon de courbure du bord de Plateau et de la fréquence de forçage. En oscillant avec une amplitude croissante le bord de Plateau s'affine. Cet amincissement entraîne une augmentation de la fréquence propre du système qui tend vers  $\omega$ . Lorsque la fréquence propre atteint et devient supérieure à la valeur de la fréquence de forçage un changement de phase entre le film et le bord de Plateau se produit. Le bord de Plateau est fin et oscille quasiment en phase avec le film.

#### 4.5.4.3 Comparaison avec le modèle à l'échelle de la mousse

Le modèle présenté par Pierre *et al.* [55] (section 1.2.2) décrit un film entouré d'un bord de Plateau et soumis à une excitation acoustique. D'après ce modèle, pour les petites bulles, les films et les bords de Plateau oscillent en phase et à la même amplitude. Pour les rayons de bulle intermédiaires le bord de Plateau et le film oscillent en opposition de phase ce qui induit une forte atténuation de l'onde. Pour les grandes tailles de bulle, seules les films oscillent et mettent en vibration le gaz avoisinant.

Dans nos expériences, on travaille en terme de rayon de courbure du bord de Plateau. On rappelle que le rayon de courbure du bord de Plateau est relié à la taille des bulles dans l'approximation des mousses sèches monodisperse par la relation :  $R \propto R_b \sqrt{\phi_l}$ . Lorsque le bord de Plateau est fin, ce qui correspond à de petites bulles, on observe que le bord de Plateau et

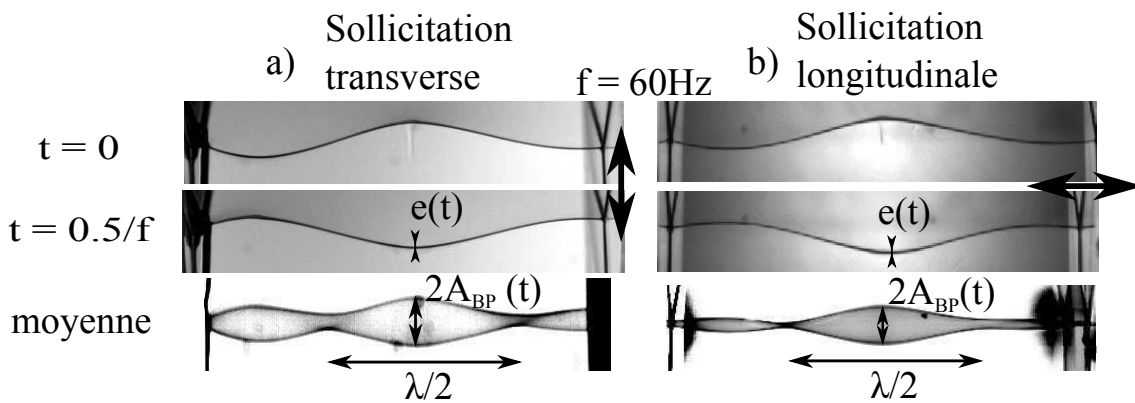
les films oscillent en phase avec une grande amplitude. Lorsque le bord de Plateau est de rayon de courbure important, ce qui correspond à de grosses bulles, seuls les films vibrent. Dans les cas intermédiaires, mais dans la limite des gros bords de Plateau, le film et le bord de Plateau oscillent avec un déphasage. Le comportement observé durant mes expériences est en accord avec le modèle de Pierre *et al.* [55].

## 4.6 Etude en compression

Le dispositif expérimental est modifié de sorte que la plaque vibrante effectue un mouvement longitudinal dans la cellule élémentaire de mousse (section 4.2). Je présente les résultats dans cette configuration ainsi qu'une comparaison avec la sollicitation transverse. Comme pour la sollicitation transverse, j'étudie le régime linéaire et non linéaire.

### 4.6.1 Régime linéaire - basses amplitudes

L'étude est réalisée dans un premier temps à basses amplitudes ( $A_p \simeq 1\text{mm}$ ). La fréquence est variée de 30Hz à 120Hz. La cellule est créée en configuration Y et sans alimentation en liquide. On fixe  $L \leq 5\text{cm}$  et  $l = 1.5\text{cm}$ . On comparera les observations réalisées avec une excitation transverse et une excitation longitudinale.



**Figure 4.25** – Configuration Y,  $L = 3.5\text{cm}$ ,  $l = 1.5\text{cm}$ ,  $f = 60\text{Hz}$ ,  $A_p \simeq 1\text{mm}$ . Pas de liquide injecté  $Q = 0$ . Images prises 10s après la création de la cellule élémentaire de mousse. a) Sollicitation par une onde transverse. Les deux premières images sont issues d'une vidéo avec un écart d'une demi période entre les deux. La troisième image est la moyenne temporelle de cette vidéo sur une durée de 100ms. b) La même chose avec une sollicitation longitudinale. Les définitions de l'épaisseur effective  $e(t)$  et de l'amplitude  $A_{BP}(t)$  du bord de Plateau sont redonnées ainsi que la longueur d'onde  $\lambda$  mesurable sur les moyennes temporelles.

#### 4.6.1.1 Comportement du bord de Plateau

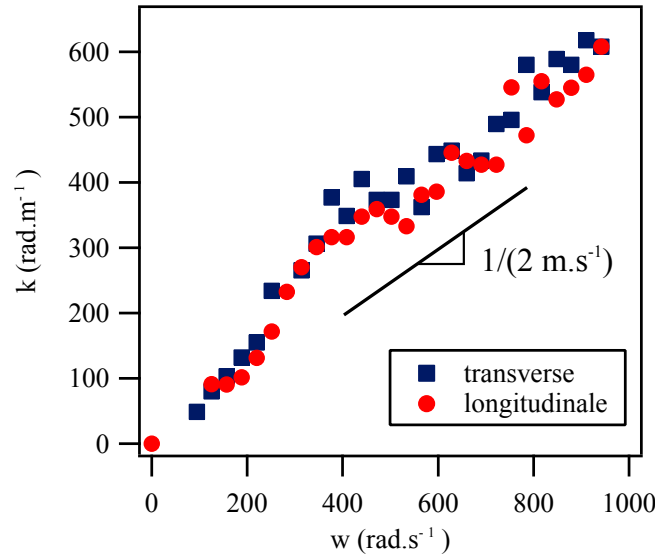
On rappelle que pour une sollicitation transverse, on observe une onde de flexion dans le bord de Plateau, quelle que soit la fréquence d'excitation. Cette onde est un mélange d'ondes stationnaires et d'ondes progressives. Ces observations permettent de mesurer la longueur d'onde dans le bord de Plateau via la moyenne temporelle des vidéos. Aucun effet de la longueur du bord de Plateau et des films ni de la largeur des films n'est observé sur la mesure de longueur d'onde (section 4.3 et figure 4.25a).

La figure 4.25b montre que pour une sollicitation longitudinale on observe aussi la présence d'une onde de flexion dans le bord de Plateau. Le bord de Plateau préfère "flamber" plutôt que réorganiser le liquide qu'il contient longitudinalement. A la précision expérimentale l'épaisseur du bord de Plateau reste homogène. Comme dans le cas de la sollicitation transverse, on observe des nœuds et des ventres d'oscillation. Les motifs observés sur les moyennes temporelles ne sont que très légèrement différents.

#### 4.6.1.2 Relation de dispersion

Des expériences avec une sollicitation longitudinale sont réalisées avec  $f$  variant de 30Hz à 120Hz,  $A_p = 1\text{mm}$  et  $Q = 0$ . La mesure de la longueur d'onde est réalisée sur des moyennes

temporelles calculées sur toute la durée des vidéos (environ 100ms, 10s après la création du bord de Plateau). On peut alors estimer la relation de dispersion  $k(\omega)$ . La figure 4.26 représente cette relation pour nos expériences en sollicitation transverse et longitudinale. On remarque que l'ensemble des points de mesure issus des deux séries d'expériences se superposent. Les ondes provenant d'une excitation transverse et longitudinale possèdent donc la même vitesse de phase. La forme de la courbe adoptée peut être ajustée par une droite passant par zéro. Dans les deux cas, la vitesse de phase de l'onde de flexion dans le bord de Plateau obtenue est de  $1.7 \text{ m.s}^{-1}$ , en accord avec les valeurs proches de  $2 \text{ m.s}^{-1}$  obtenues précédemment (section 4.3.2.1). Comme pour la sollicitation transverse (section 4.3), pour expliquer ces résultats, il est raisonnable de supposer que le mouvement du bord de Plateau est dominé par la propagation d'une onde de flexion dans les films, même lors d'une sollicitation longitudinale.

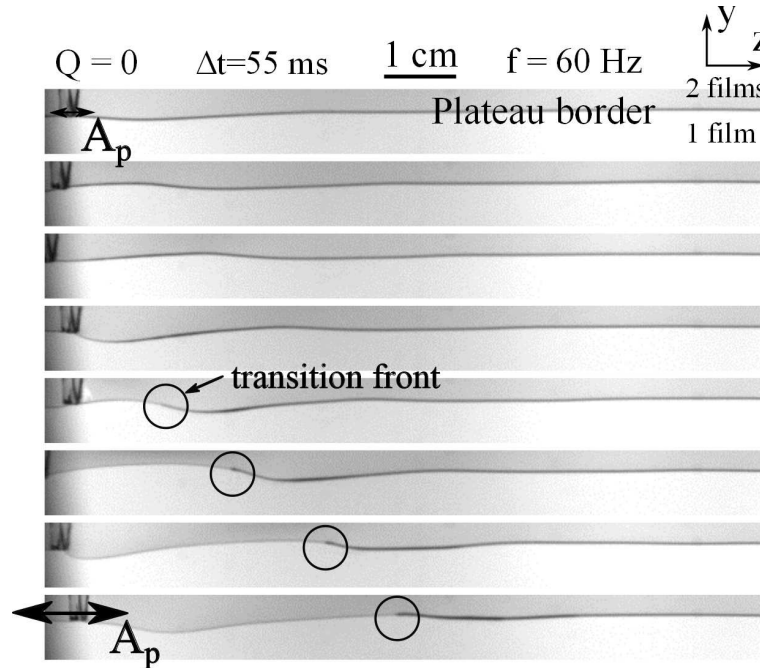


**Figure 4.26** – Configuration Y,  $L = 5 \text{ cm}$  et  $l = 1.5 \text{ cm}$ ,  $Q = 0$ ,  $A_p \simeq 1 \text{ mm}$ .  $k$  en fonction de  $\omega$  pour des expériences réalisées avec une sollicitation transverse (carrés bleus) et longitudinale (ronds rouges). On observe dans les deux cas la propagation d'une onde de flexion à une vitesse moyenne  $c = (1.7 \pm 0.3) \text{ m.s}^{-1}$ .

## 4.6.2 Régime non linéaire - hautes amplitudes

### 4.6.2.1 Mise en évidence

Je représente sur la figure 4.27 une expérience d'apparition du régime non-linéaire avec une sollicitation longitudinale sans alimentation en liquide. Le bord de Plateau et les films sont en configuration Y, le débit d'injection du liquide est nul  $Q = 0$ , la fréquence d'oscillation est fixée à  $f=60\text{Hz}$  et l'amplitude de la plaque varie de 0 à 5mm en 1s.



**Figure 4.27** – Apparition de la non linéarité : expérience en compression, configuration Y,  $L = 5\text{cm}$  et  $l = 1.5\text{cm}$ ,  $f=60\text{Hz}$ ,  $Q = 0$ ,  $A_p$  varie de 0 à 5mm en 1s. Les doubles flèches schématisent l'augmentation d'amplitude de la plaque. Apparition d'un front dans le bord de Plateau à  $t=120\text{ms}$ . La position du front aux instants successifs est entourée en rouge.

Initialement le bord de Plateau est de rayon de courbure homogène. Lorsque la plaque se met en mouvement une onde de flexion se propage dans le bord de Plateau. Ce dernier garde un rayon de courbure homogène : c'est le régime linéaire. L'amplitude de la plaque augmente et atteint une amplitude critique à partir de laquelle une sur-épaisseur de liquide apparaît dans le bord de Plateau avec un front net de transition entre le bord de Plateau fin et la sur-épaisseur. Le bord de Plateau ne possède plus un rayon de courbure homogène. Le système a transité vers un régime non linéaire. Avec l'augmentation de l'amplitude de la plaque, le front séparant le bord de Plateau fin du bord de Plateau épais s'éloigne de la plaque vibrante. Le bord de Plateau fin, possède une amplitude de vibration plus grande que le bord de Plateau épais.

### 4.6.2.2 Réponse du bord de Plateau et des films

Pour étudier quantitativement le système, les expériences sont maintenant réalisées avec le bord de Plateau et les films dans la configuration  $\succ$  et avec une alimentation en liquide de la cellule à débit constant. On fixe  $L = 5\text{cm}$  et  $l = 1.5\text{cm}$ . Comme en section 4.5, on utilise les diagrammes espace-temps pour mesurer  $R$ ,  $A_{BP}$ ,  $\Delta A$  et  $\phi$  et essayer de corrélérer ces grandeurs entre elles. Une rampe en amplitude linéaire est appliquée à la plaque vibrante de sorte que  $A_p$  varie de 0 à 6mm en 0.6s. La gamme de fréquences,  $f$ , explorée s'étend de 30Hz à 90Hz.

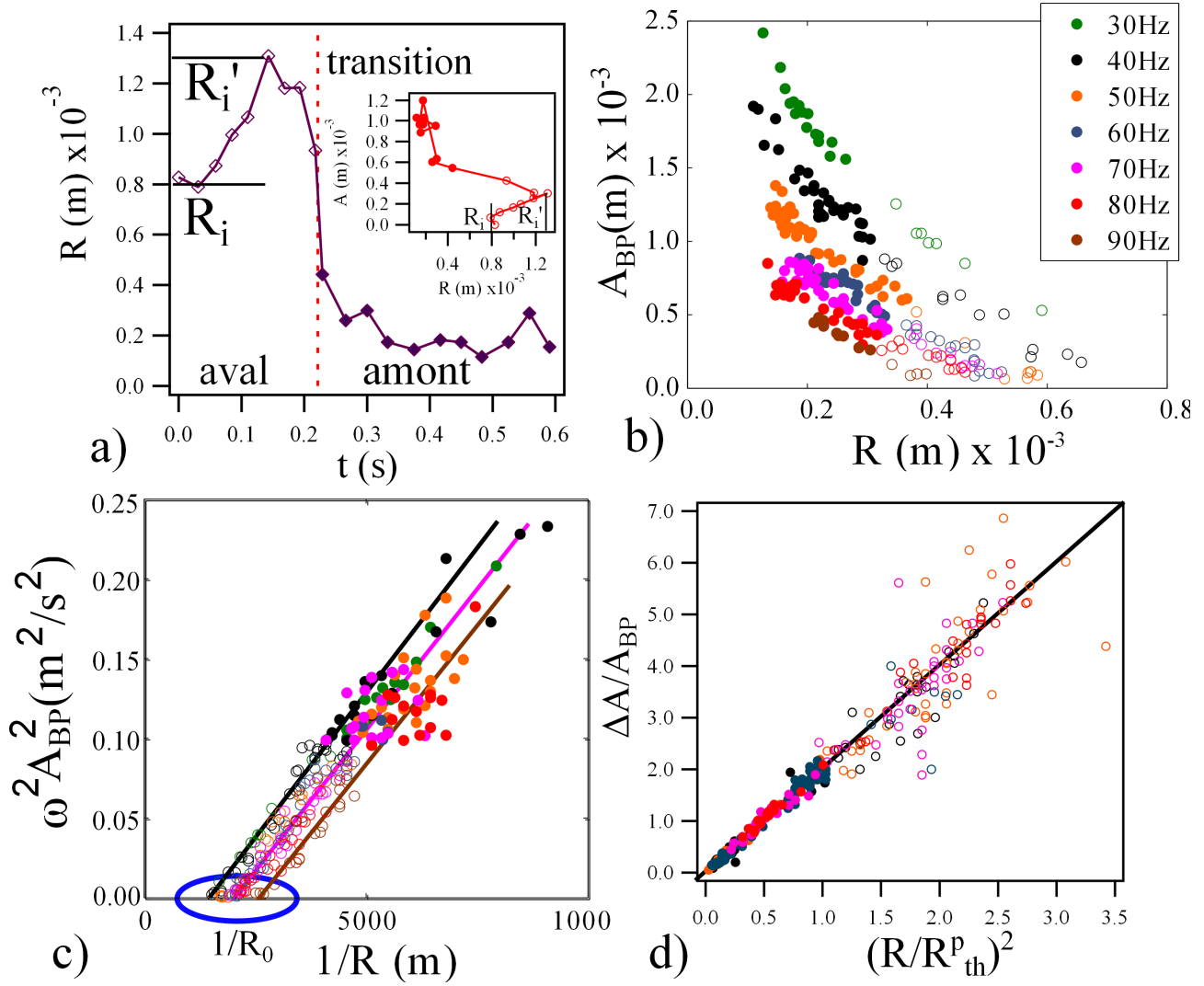


Le comportement global du bord de Plateau lors d'une sollicitation longitudinale est très similaire à celui observé lors d'une sollicitation transverse. Lorsque l'amplitude de la plaque augmente, l'amplitude du bord de Plateau augmente ce qui amincit le bord de Plateau. Pour un rayon de courbure critique, le bord de Plateau transite vers le régime non linéaire. Le liquide est réparti en trois zones d'épaisseur homogène. Une zone fine de grande amplitude d'oscillation proche de la plaque vibrante, une zone épaisse de faible amplitude d'oscillation proche de l'injecteur de liquide et une zone de transition où s'évacue du liquide contenu dans le bord de Plateau via les films. Qualitativement on n'observe pas de différence dans le comportement du bord de Plateau en sollicitation longitudinale et transverse.

Toutefois, une différence majeure est observée sur l'évolution temporelle de  $R$ . Comme on peut le voir sur la figure 4.28a, à amplitude nulle le bord de Plateau possède un rayon de courbure initial  $R = R_i$  mais on observe un gonflement du bord de Plateau aux très basses amplitudes de la plaque.  $R$  atteint alors un maximum, noté  $R'_i$ , puis le rayon de courbure décroît avec l'augmentation d'amplitude de la plaque. L'encart de la figure 4.28a montre la relation qui relie l'amplitude du bord de Plateau à son rayon de courbure. On observe que l'amplitude du bord de Plateau augmente malgré son gonflement. Dans la suite, on ne considère que les rayons de courbure mesurés après la phase de gonflement du bord de Plateau. La figure 4.28b représente l'amplitude du bord de Plateau en fonction du rayon de courbure. Sur ce graphique deux paramètres de contrôle sont variés simultanément : la fréquence  $f$  et le rayon de courbure initial du bord de Plateau. Pour une fréquence donnée, ce dernier est choisi de façon à obtenir le plus grand nombre de points de mesure possible. On observe que le bord de Plateau s'amincit avec l'augmentation de son amplitude d'oscillation de façon similaire aux résultats obtenus avec la sollicitation transverse (section 4.5), le rayon de courbure  $R'_i$  jouant le rôle du rayon de courbure initial  $R_i$  dans le cas de la sollicitation transverse.

#### 4.6.2.3 Comparaison avec la modélisation

Les figures 4.28c-d comparent les modèles élaborés dans la section 4.5.4 avec les mesures. Le modèle décrivant le lien entre amplitude et rayon de courbure du bord de Plateau semble globalement cohérent avec les mesures. Les points s'alignent selon des droites parallèles dont l'intersection avec l'axe des abscisses vaut  $R_0$ . Cette fois la valeur de  $R_0$  n'est pas définie par la valeur initiale du rayon de courbure car le bord de Plateau gonfle à basse amplitude d'oscillation (figure 4.28c). De façon similaire aux résultats obtenus avec la sollicitation transverse, le modèle reliant  $\Delta A$  à  $A_{BP}$  et à  $R$  est en accord avec les mesures expérimentales sans paramètre ajustable (figure 4.28d). On note une dispersion significative des points pour  $R > R^c$  sur les mesures de  $\Delta A/A_{BP}$ , cette dispersion peut être liée aux effets de gonflement du bord de Plateau aux faibles amplitudes.



**Figure 4.28** – Résultats pour une sollicitation longitudinale : configuration  $\succ$ ,  $L = 5\text{cm}$ ,  $l = 1.5\text{cm}$ .  $A_p$  effectue une rampe de 0 à 6mm en 0.6s.  $f$  varie de 30Hz à 120Hz. Symboles vides : Zone en aval du front - symboles pleins : zone en amont du front. a) Rayon de courbure du bord de Plateau,  $R$ , en fonction du temps.  $f = 120\text{Hz}$ . Les tirets rouges marquent le passage du front. Encart a)  $A_{BP}$  en fonction de  $R$  pour la même expérience. b) Amplitude du bord de Plateau en fonction du rayon de courbure pour différentes fréquences. Pour une fréquence donnée, la valeur de  $R_i$  est choisie de façon à effectuer le plus grand nombre de mesures en amont et en aval du front. Les mesures sont réalisées à partir de  $R(t) = R_i'$ . c)  $\omega^2 A_{BP}^2$  en fonction de  $1/R$  pour les mêmes expériences. Les points s'alignent selon une droite pour une fréquence donnée. Le croisement de cette droite avec l'axe des abscisses donne la valeur de  $R_0$  (équation 4.4), différente pour chaque expérience. d)  $\Delta A/A_{BP}$  en fonction de  $(R/R_{th}^p)^2$  pour les mêmes expériences où  $R_{th}^p$  est calculé avec l'équation (4.14) et  $c = 2\text{m.s}^{-1}$ . Une droite de pente  $(1.92 \pm 0.04)$  ajuste les données. Erreur sur  $R$ ,  $A_{BP}$  et  $\Delta A$  de  $\pm 0.1\text{ mm}$ .

## 4.7 Conclusion

Dans ce chapitre je me suis intéressé à la réponse d'une cellule élémentaire de mousse alimentée à débit constant et excitée par une sollicitation mécanique périodique longitudinale ou transverse. Cette excitation est réalisée à des fréquences comprises entre 20Hz et 120Hz et à des amplitudes millimétriques.

Pour les deux types de sollicitation, quelle que soit la fréquence, une onde de flexion est présente dans le bord de Plateau et les films. Elle est composée d'un mélange d'ondes stationnaires et d'ondes progressives. Cette onde est pilotée par l'épaisseur des films. En oscillant, les films s'écartent de leurs positions d'équilibre définies par les lois de Plateau ce qui induit le mouvement du bord de Plateau. En retour, le bord de Plateau joue le rôle de condition limite de l'oscillation des films et influence leur amplitude d'oscillation. Lorsque le bord de Plateau est épais il constitue une condition limite fixe. Des nœuds et des ventres de vibration de relativement faible amplitude apparaissent dans les films. Le bord de Plateau et les films oscillent en opposition de phase. Lorsque le bord de Plateau est fin il constitue une condition limite libre de l'onde qui se propage dans les films avec une amplitude relativement importante. Les nœuds et ventres de vibration apparaissent au niveau du bord de Plateau. Le bord de Plateau et les films oscillent quasiment en phase.

L'amplitude d'oscillation du bord de Plateau fixe son rayon de courbure par un équilibre entre l'inertie du bord de Plateau et la capillarité. Plus l'amplitude des oscillations est grande et plus le bord de Plateau est fin.

Aux grandes amplitudes d'oscillation, une transition vers un régime non linéaire apparaît. Le liquide dans le bord de Plateau se répartit en trois zones : une zone épaisse de faible amplitude d'oscillation où les films et le bord de Plateau sont en opposition de phase, une zone fine de forte amplitude d'oscillation où les films et le bord de Plateau oscillent en phase et une zone intermédiaire, de transition, où du liquide contenu dans le bord de Plateau est évacué. Ce phénomène de réorganisation est observé sur un bord de Plateau avec ou sans alimentation, sollicité longitudinalement ou transversalement.

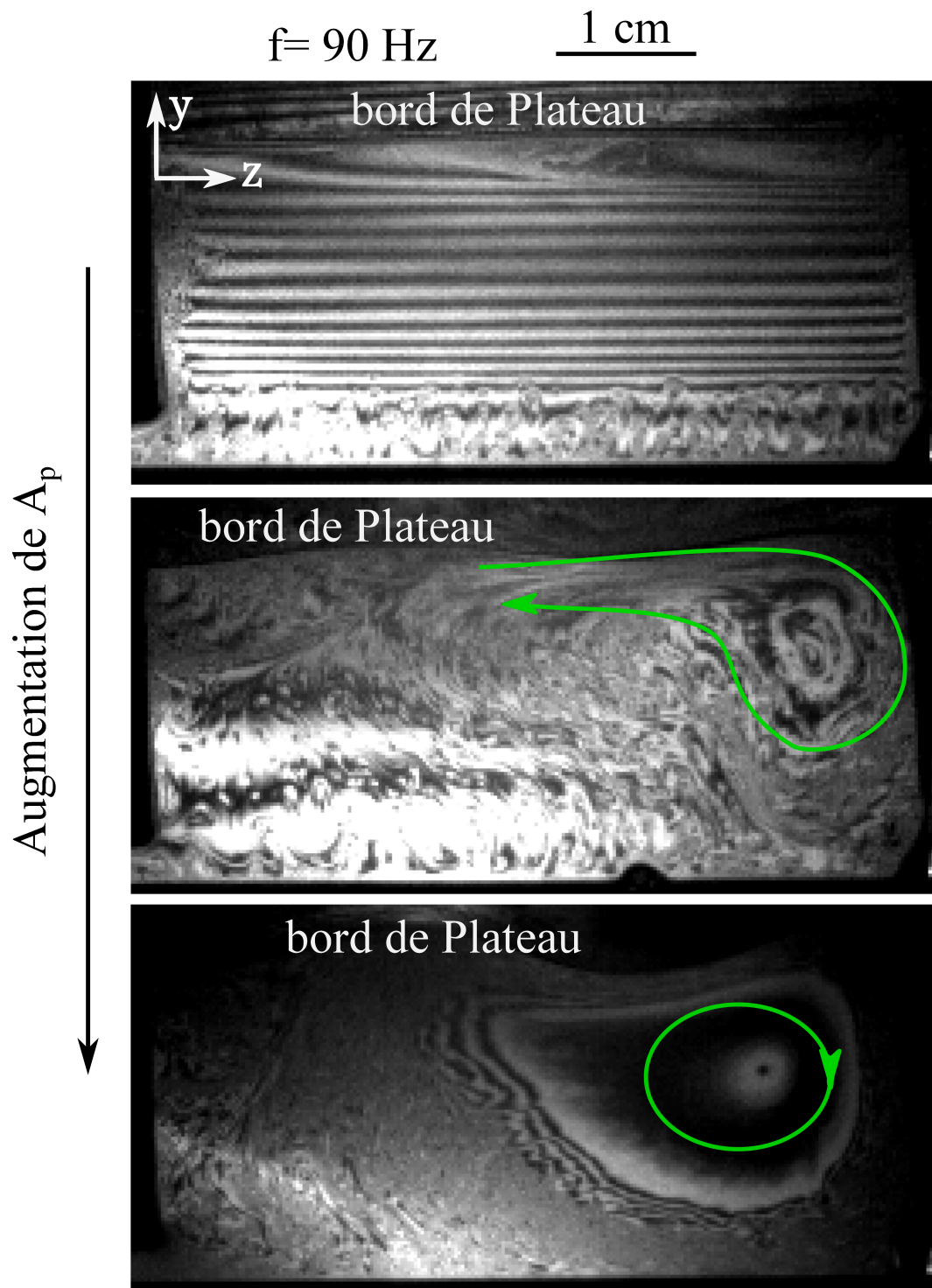
Pour modéliser la transition, l'ensemble du bord de Plateau et des films est modélisé comme un oscillateur forcé à fréquence propre variable. Lorsque l'amplitude du bord de Plateau augmente son rayon de courbure diminue et la fréquence propre tend vers la fréquence de forçage. Lorsque les deux s'égalisent, le système transite vers le régime non linéaire.

Les prédictions des deux modélisations sont en bon accord avec les mesures expérimentales sans paramètre ajustable.

## 4.8 Compléments

### 4.8.0.1 Écoulements secondaires dans les films

Nous avons vu dans la section 4.4 l'apparition d'écoulements secondaires dans les films induits par les vibrations, on cherche ici à approfondir ces observations. L'expérience de la figure 4.29 est réalisée en configuration Y,  $f = 90\text{Hz}$  et le bord de Plateau n'est pas alimenté en liquide. Le film est éclairé avec une source lumineuse étendue monochromatique cohérente, ce qui permet de visualiser la distribution des franges d'isoépaisseur du film vertical. On s'intéresse à l'effet de l'amplitude de la plaque sur les franges. Le bord de Plateau apparaît comme une fine ligne noire au sommet du film. Aux faibles amplitudes, le film draine normalement, les franges sont parallèles et horizontales. En augmentant l'amplitude, un motif circulaire apparaît proche de la plaque fixe. On peut observer un déplacement des franges d'isoépaisseur autour de ce motif circulaire (schématisé sur la figure 4.29 par la trajectoire en vert). Ces motifs représentent des écoulements secondaires qui apparaissent dans les films. A chaque oscillation de la plaque le liquide dans les films et dans le bord de Plateau oscille également mais le mouvement moyen sur une période d'une particule de fluide n'est pas nul du fait de son inertie [83]. On peut observer une migration de liquide à des vitesses lentes de l'ordre de  $0.1\text{mm.s}^{-1}$  allant de la plaque mobile vers la plaque fixe. Une fois à la plaque fixe le liquide descend le long de la plaque, rencontre le cadre et remonte formant ainsi une boucle. Qualitativement, plus l'amplitude d'oscillation est grande, plus la vitesse de rotation du liquide est grande et plus le liquide autour du motif circulaire tourne et est mélangé, on ne distingue plus de franges. Aux hautes amplitudes, on observe un motif circulaire très marqué. Le liquide autour du motif est mélangé, le film possède une épaisseur homogène sauf au niveau du motif (variation d'épaisseur de deux fois la longueur d'onde de la lumière). Il est difficile de savoir par nos images si le centre de ce motif est épaissi ou si il est aminci sans réaliser de mesure. Les variations d'épaisseur du film sont relativement faibles. La présence de ces écoulements lents ne semble pas perturber le mouvement du bord de Plateau ni influencer significativement sur la vitesse des ondes. La vitesse des ondes est bien plus grande que la vitesse des écoulements secondaires.



**Figure 4.29** – Motif d'épaisseur du film en fonction de l'amplitude de la plaque. Configuration Y,  $L=6\text{cm}$ ,  $l=3.3\text{cm}$  et  $f=90\text{Hz}$ . De bas en haut, augmentation de l'amplitude de la plaque. Les photographies sont prises 10s après la création du bord de Plateau et des films. La plaque mobile se situe à gauche. Les flèches vertes représentent la trajectoire d'une particule de fluide.



Ce travail, réalisé dans le contexte de la recherche sur les dynamiques de drainage et l'acoustique des mousses liquides, met en évidence la présence d'écoulements inertiels dans les bords de Plateau en s'appuyant sur une expérience modèle : la perturbation d'un bord de Plateau unique et centimétrique par le dépôt d'une goutte de solution de tensioactifs ou sa mise en vibration à des amplitudes millimétriques.

L'introduction de ce manuscrit situe mon travail de thèse par rapport aux contextes actuels de recherche sur le drainage et l'acoustique des mousses liquides et met en avant le fait qu'une bonne compréhension des phénomènes dynamiques se produisant à l'échelle de la bulle est primordiale dans la compréhension du drainage et de la propagation d'ondes acoustiques à l'échelle globale des mousses (chapitre 1). Dans la section matériels et méthodes du manuscrit, sont soulignées les particularités et l'originalité des expériences réalisées, avec notamment l'élaboration d'un bord de Plateau unique soutenu par trois films, stable dans le temps, reproductible et entièrement ajustable (rayon de courbure du bord de Plateau, longueur du bord de Plateau et largeur des films variables) (chapitre 2). Dans une première étude, le bord de Plateau et les films sont mis en contact avec une goutte de solution de tensioactifs identique, ce qui permet d'étudier les écoulements transitoires dans un bord de Plateau, et ce en fonction de nombreux paramètres de contrôle (dimensions du bord de Plateau, rayon de la goutte, propriétés physico-chimiques des solutions de tensioactifs). La vitesse de redistribution du liquide et la géométrie adoptée par le bord de Plateau perturbé sont mesurées pour la première fois. Dans une seconde étude, le bord de Plateau et les films qui le soutiennent, composés d'une solution de faibles viscosités dynamique et de surface, sont mis en vibration transversalement ou longitudinalement à basses fréquences et à des amplitudes millimétriques. En utilisant un point de vue original, nous avons réussi à mesurer simultanément la géométrie du bord de Plateau, son amplitude d'oscillation, la différence d'amplitude et le déphasage entre les ondes dans le bord de Plateau et les ondes dans un des trois films.

Alors que les modèles et les expériences actuels considèrent que l'intégralité des écoulements dans les mousses se font à bas nombres de Reynolds, nous avons observé qu'un ressaut hydraulique capillaire peut se propager dans un bord de Plateau mettant ainsi en évidence une dynamique inertielle (chapitre 3). La forme et la dynamique du ressaut ont fait l'objet d'une étude expérimentale approfondie. Un modèle théorique a été établi, dont les prédictions sont en bon accord avec les résultats expérimentaux. Nous montrons que la géométrie et la dynamique du ressaut sont pilotées par une force de tension de surface effective négative du fait de la contribution des films, l'inertie du liquide et la géométrie initiale du bord de Plateau. Lorsque le ressaut se propage, après une distance critique, l'écoulement transite du régime inertiel vers un régime visqueux. La dynamique de la redistribution de liquide et la géométrie du bord de Plateau dans ce second régime ont été caractérisées expérimentalement. Ce régime est gouverné par une dynamique de type diffusive dépendant, contrairement au régime inertiel, de la viscosité du liquide et de la taille initiale de l'inhomogénéité de liquide (le rayon de la goutte dans cette expérience) et non plus de la géométrie initiale du bord de Plateau. La transition entre les deux régimes a été étudiée et nous avons pu élaborer un critère permettant de prédire l'ob-

servation de ressauts hydrauliques capillaires dans les mousses liquides en fonction de la taille des bulles et des propriétés de la solution de tensioactifs. Ce critère est un premier pas vers une généralisation des observations à l'échelle globale des mousses. Pour aller plus loin, l'effet de la gravité sur la dynamique des ressauts doit être étudié et des expériences de drainage pulsé dans des mousses de faibles viscosités de surface et de faibles viscosités dynamiques pourraient être réalisées. En modifiant la viscosité de surface des solutions, un nouveau comportement est observé : à forte viscosité interfaciale et faible viscosité dynamique, du liquide est bloqué dans les films et des écoulements se produisent dans le bord de Plateau, mais avec une dépendance en la géométrie initiale du bord de Plateau différente du cas à faible viscosité interfaciale. Ce dernier régime demande à être étudié plus en détails.

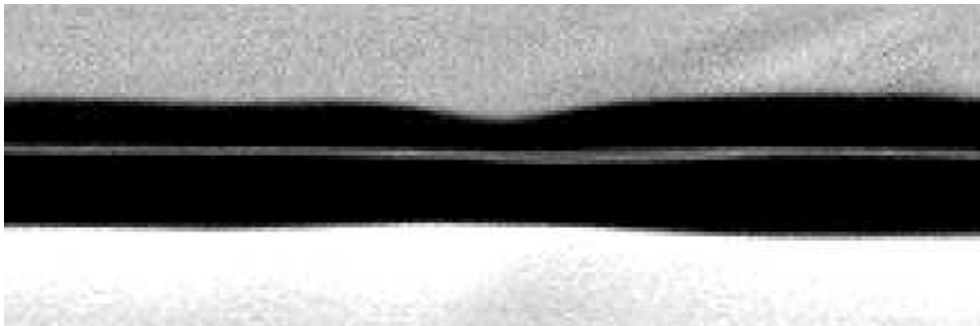
Pour la première fois, une étude acoustique à grandes amplitudes d'oscillation est réalisée sur un bord de Plateau soutenu par trois films (chapitre 4). La réponse de ce système à la sollicitation imposée est la présence d'une onde de flexion dont la vitesse est définie par l'épaisseur des films. Le bord de Plateau joue le rôle de condition limite de l'oscillation des films et influence leur amplitude d'oscillation. Un gros bord de Plateau constitue une condition limite quasiment fixe : les films oscillent avec une amplitude supérieure à l'oscillation du bord de Plateau et un déphasage de  $\pi$  est observé entre les deux ondes. Un bord de Plateau fin équivaut à une condition limite libre : le bord de Plateau et les films oscillent en phase et avec des amplitudes maximales d'oscillation comparables. Dans tous les cas, des motifs d'ondes stationnaires apparaissent dans le bord de Plateau et les films quelle que soit la fréquence de forçage. A basse amplitude, nous avons montré que le bord de Plateau conserve une épaisseur homogène sur tout son long et que la réponse du système est linéaire. A haute amplitude, un régime non linéaire est observé. Dans ce régime, le liquide dans le bord de Plateau se réorganise en trois zones : une zone de grande épaisseur et de faible amplitude oscillant en opposition de phase avec le film, une zone de faible épaisseur et de grande amplitude oscillant en phase avec le film et une zone de transition caractérisée par un front dont la position dépend de l'amplitude de forçage. Il est intéressant de remarquer que la géométrie qu'adopte le bord de Plateau dans le régime non linéaire de l'étude acoustique est très similaire à la géométrie de ressaut hydraulique capillaire observée dans l'étude de drainage pour une solution identique. De plus, lorsque l'on arrête la vibration de la plaque, le front formé dans le bord de Plateau se propage dans le bord de Plateau fin avec une vitesse de l'ordre de la vitesse des ressauts hydrauliques. Nous avons montré expérimentalement qu'indépendamment de cette transition, en un ventre de vibration, plus l'amplitude d'oscillation du bord de Plateau est grande et plus le rayon de courbure du bord de Plateau est faible. Un simple modèle en loi d'échelle équilibrant l'inertie du bord de Plateau et la capillarité, négligeant tout effet des films sur le bord de Plateau, permet de décrire, de façon très satisfaisante, la relation entre rayon de courbure et amplitude de bord de plateau. Une modélisation considérant le bord de Plateau et les films comme un oscillateur forcé dont la fréquence propre dépend du rayon de courbure du bord de Plateau et de la fréquence de forçage, rend très bien compte des mesures réalisées en un ventre de vibration. En augmentant l'amplitude d'oscillation du bord de Plateau, celui-ci s'affine, ce qui augmente la fréquence propre du système à fréquence de forçage constante. Lorsque la valeur de la fréquence propre atteint la valeur de la fréquence de forçage, un changement de phase brusque entre l'onde dans le bord de Plateau et l'onde dans le film s'opère. Le phénomène de transition proprement dit reste à étudier et à comprendre. Une première piste serait de s'intéresser à la compétition entre la pression de radiation de l'onde, la pression capillaire et la pression induite par les écoulements de liquide dans le bord de Plateau. Ce travail pourra ensuite être complété par une nouvelle étude portant sur les effets de la rhéologie de la solution de tensioactifs. L'existence de la transition vers le régime non linéaire est susceptible d'avoir des effets importants en acoustique des mousses liquides, qui demanderont à être recherchés.

D'une manière générale, les conséquences à l'échelle des mousses liquides des comportements observés pendant ce travail de thèse restent à étudier.



# ANNEXE A

## DES SOLITONS DANS LES BORDS DE PLATEAU



Dans le chapitre 3, le modèle de répartition du liquide dans le bord de Plateau admet comme solutions les ressauts hydrauliques. En réalité, d'autres solutions sont possibles. Celles-ci sont localisées et correspondent à un pincement local du bord de Plateau se propageant à vitesse constante sans se déformer [2]. Pour tenter d'observer expérimentalement cette prédiction théorique, nous avons développé un protocole expérimental permettant de perturber le profil d'épaisseur du bord de Plateau et d'observer sa relaxation. Ceci est réalisé en introduisant une bulle au contact du bord de Plateau, puis en l'éclatant.

Dans cette annexe, je décris tout d'abord le protocole expérimentale élaboré pour tenter d'observer, et dans le cas échéant analyser, expérimentalement des ondes solitaires dans les bords de Plateau. Je présenterai ensuite l'étude théorique de ces ondes à partir du modèle élaboré dans la section 3.3.3.3 dans le but de comparer les observations expérimentales avec les prédictions théoriques.

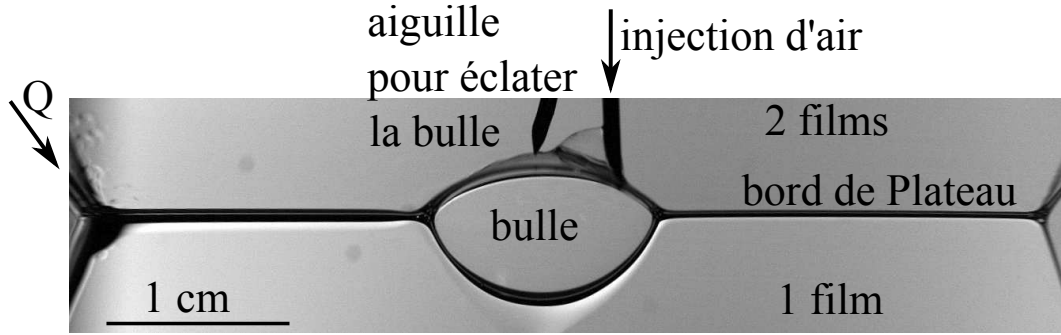
## Description d'un soliton

Les solitons sont des ondes hautement non linéaires. Ces ondes ont été observées pour la première fois en 1834 par J.S. Russell alors que les théories linéaires ne pouvaient concevoir de telles ondes. Les solitons sont observés dans de nombreux domaines de la physique : hydrodynamique, plasmas astrophysiques, signaux optiques dans les fibres optiques [116]. Les solitons sont des ondes solitaires qui se propagent en étant localisées spatialement. Les solitons ont des propriétés physiques remarquables, ils localisent la densité d'énergie, sont stables aux perturbations et se forment spontanément dans un système physique auquel de l'énergie est fournie. Un soliton se propage en conservant sa forme et sa vitesse mais il ne peut exister au repos. Deux solitons qui se croisent ne se perturbent pas.

## Adaptation du dispositif expérimental

Un bord de Plateau unique et horizontal est créé selon le protocole décrit dans le chapitre 2 section 2.2.1. La longueur du bord de Plateau dans ces expériences est soit 2cm, soit 5cm. Aucun effet significatif de la longueur n'a été observé dans les résultats obtenus. La largeur des films est de 1.5cm. Il est alimenté en solution de tensioactifs à débit constant fixant son rayon de courbure initial  $R_i$  de 0.2mm à 0.8mm. Pour cette expérience, le bord de Plateau et les films sont constitués de la solution B1 à faible viscosité dynamique et à grande mobilité de surface. Les propriétés de cette solution sont décrites dans la section 2.3 du chapitre 2.

Une perturbation est créée en faisant éclater une petite bulle d'air préalablement déposée au milieu du bord de Plateau. La présence de la bulle fait apparaître trois nouveaux bords de Plateau raccordés au bord de Plateau initial par deux vertex (figure A.1). La quantité d'air injectée permet de faire varier la taille de la bulle. Il a été observé que la taille des bulles influe sur la longueur perturbée du bord de Plateau après l'éclatement de la bulle. La bulle est percée à l'aide d'une aiguille sèche. Lorsque la bulle éclate, des inhomogénéités de liquide sont créées dans le bord de Plateau et les films. L'apparition et la redistribution de ces inhomogénéités de liquide est un phénomène rapide, de l'ordre de quelques millisecondes. Pour l'observer, le bord de Plateau est éclairé en transmission, il est formé en configuration Y et est filmé à 4000 images par seconde. Une image type du dispositif avant l'éclatement de la bulle est représentée sur la figure A.1.



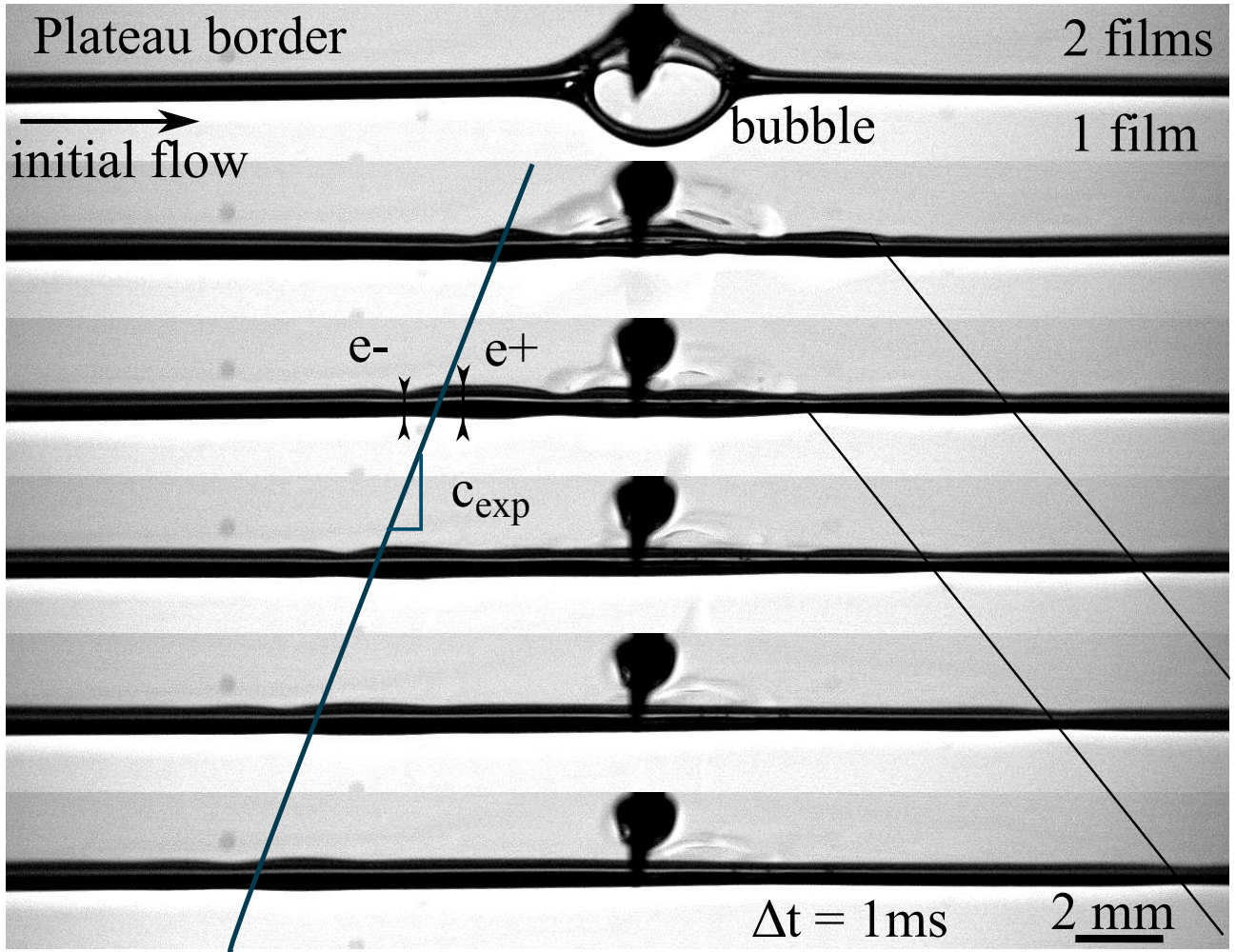
**Figure A.1** – Photographie du dispositif expérimental en configuration Y avant l'éclatement de la bulle.

## Observations

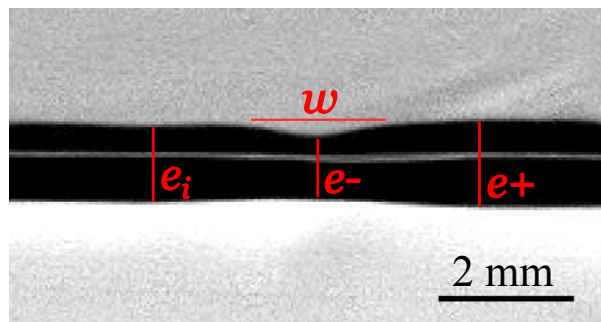
Lorsque la bulle éclate, de nombreuses perturbations se créent dans les films et dans le bord de Plateau. Une onde de flexion se propage rapidement dans le bord de Plateau suite au choc induit par l'éclatement. La structure se réorganise. On retrouve un bord de Plateau central dont la partie occupée précédemment par la bulle est très inhomogène en épaisseur. Cette inhomogénéité d'épaisseur crée des écoulements. Ceux-ci sont plus lents que la propagation de l'onde de flexion et ne sont pas perturbés par cette dernière. Parmi les motifs de réorganisation du liquide, on peut observer des ressauts hydrauliques capillaires si l'inhomogénéité de liquide est suffisamment grande localement. On peut aussi observer des pincements locaux qui se déplacent le long du bord de Plateau depuis la zone perturbée. Une séquence d'images typiques issues d'une vidéo est représentée sur la figure A.2. On observe la propagation de trois pincements (un à gauche, deux à droite). Ces pincements se déplacent dans le bord de Plateau avec une vitesse constante comme le suggère les lignes qui guident l'œil sur la trajectoire de chacun des trois pincements.

La figure A.3 est un grossissement dans une zone du pincement. On peut définir un rayon de courbure  $R_-$  estimé dans le creux du pincement et un rayon de courbure  $R_+$  à l'amont du pincement.  $R_+$  est légèrement supérieur à  $R_i$  créant une faible dissymétrie amont-aval d'environ 10% sur nos vidéos. On définit également  $w$  la largeur du pincement, cette largeur est choisie comme la distance entre les deux extrémités du pincement.

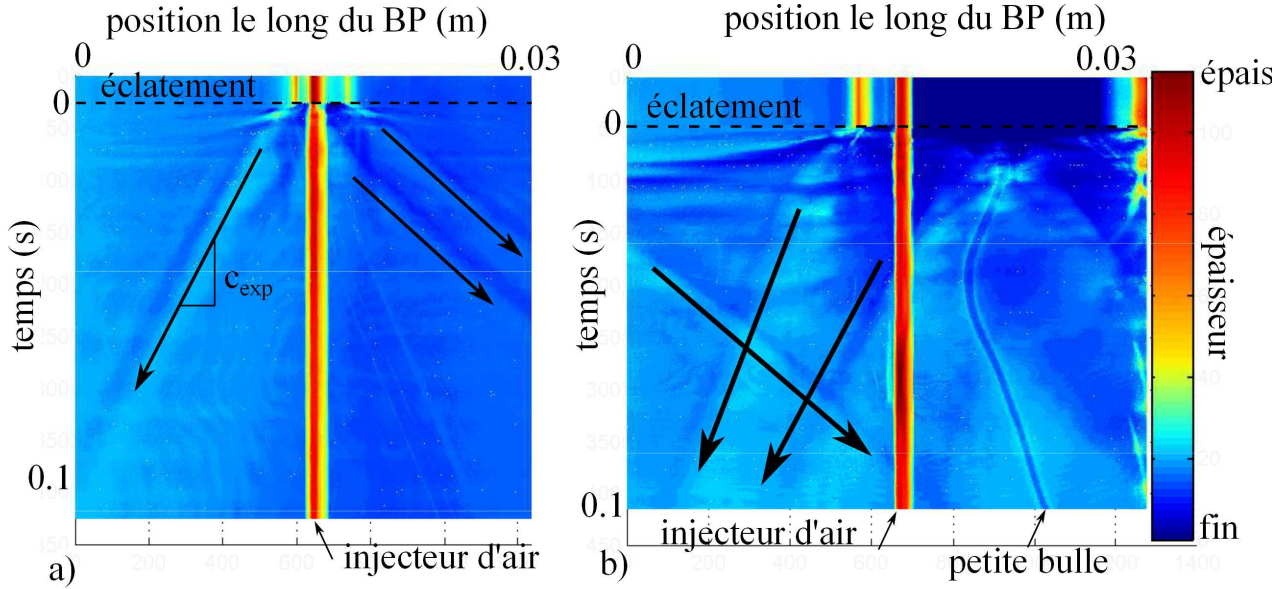
Le rayon de courbure initial  $R_i$  est varié significativement. Pour chaque expérience les profils d'épaisseur du bord de Plateau en tout point  $z$  et en tout temps  $t$  sont mesurés, après un seuillage préalable des images. Ces profils permettent de tracer des diagrammes espace-temps montrant l'évolution temporelle du profil d'épaisseur du bord de Plateau après l'éclatement de la bulle. Un exemple de diagramme espace-temps, issu du film représenté sur la figure A.2, est tracé sur la figure A.4a. A un bord de Plateau épais et fin correspondent respectivement les couleurs rouge et bleu. De nombreuses variations de couleur apparaissent sur les diagrammes. On observe particulièrement la propagation de lignes bleues foncées (aminçissement du bord de Plateau,  $R_-$ ) accolées à des lignes bleues claires (gonflement du bord de Plateau,  $R_+$ ). Ce sont des pincements qui se déplacent le long du bord de Plateau. Ces lignes sont droites ce qui montre une vitesse constante. La figure A.4b est un diagramme espace-temps issu d'une autre vidéo sur laquelle un pincement se déplace à contre sens de deux autres après avoir été créé par le rebond d'une perturbation sur un vertex. Ce pincement croise les deux autres. Après leurs rencontres la vitesse et la géométrie des trois pincements ne semble pas modifiées. Les pincements se comportent comme des ondes solitaires.



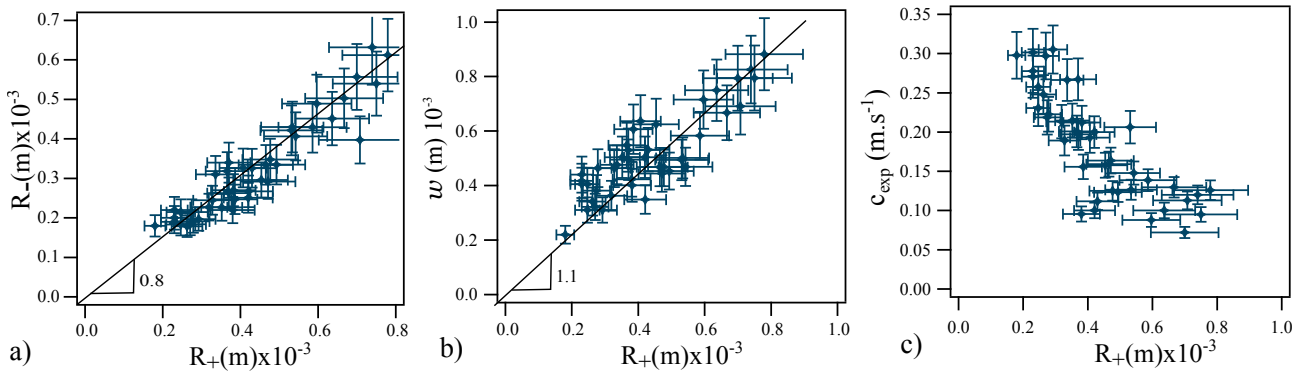
**Figure A.2** – Exemple de séquence d’images issues d’une vidéo. Une bulle au centre du bord de Plateau éclate. Cela crée des pincements qui se propagent le long du bord de Plateau (deux à droite de l’aiguille visible au centre des images et un à sa gauche). Les lignes guident l’œil sur la trajectoire des pincements et mettent en évidence une vitesse de propagation constante. On note  $c_{exp}$  la vitesse du pincement qui se déplace vers la gauche. On définit l’épaisseur du bord de Plateau dans le creux  $e_-$  et l’épaisseur du bord de Plateau à l’arrière du pincement  $e_+$ .



**Figure A.3** – Grossissement d’un bord de Plateau au niveau d’un pincement. Il se propage dans le bord de Plateau de rayon de courbure initial  $R_i \propto e_i$  de la droite vers la gauche de l’image. On définit :  $R_+ \propto e_+$  le rayon de courbure à l’arrière du pincement,  $R_- \propto e_-$  le rayon de courbure dans le creux du pincement et  $w$  la largeur du pincement.



**Figure A.4** — Diagramme espace-temps le long du bord de Plateau. Les variations de couleur représentent les variations d'épaisseur du bord de Plateau (voir échelle d'épaisseur sans dimension à droite). Des lignes droites bleues foncées apparaissent : des pincements se déplacent dans le bord de Plateau à vitesse constante. a) Diagramme espace-temps issu de la séquence représentée sur la figure A.2. b) Autre diagramme espace-temps : un pincement se déplace de la gauche vers la droite et croise deux autres pincements. La trajectoire et la vitesse de chaque pincement ne sont pas perturbées significativement par la rencontre. On peut observer la présence de petites bulles d'air dont l'épaisseur est constante et la trajectoire courbe. On observe l'aiguille qui sert à injecter l'air dans le bord de Plateau au centre des images.



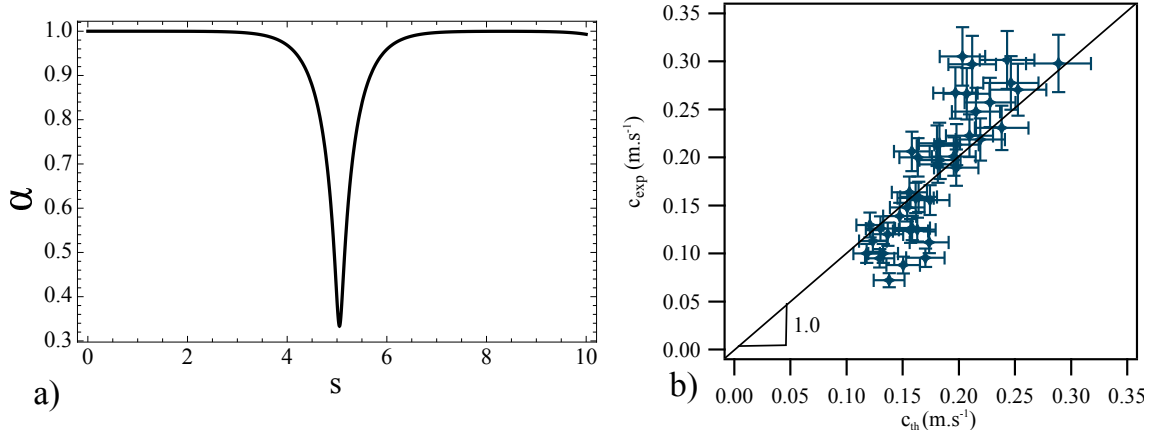
**Figure A.5** — a)  $R_-$  en fonction de  $R_+$  : relation de proportionnalité avec un facteur  $(0.80 \pm 0.15)$ . b)  $w$  en fonction de  $R_+$  : relation de proportionnalité avec un facteur  $(1.10 \pm 0.15)$ . c)  $c_{exp}$  en fonction de  $R_+$  : décroissance en loi de puissance :  $c_{exp} = (0.20 \pm 0.05) \cdot 10^{-3} R_+^{-(0.9 \pm 0.1)}$  (les longueurs sont en mètre et les temps en seconde).

## Mesures

Les expériences sont réalisées en variant  $R_i$  de 0.2mm à 0.8mm. Les observations expérimentales permettent de mesurer les rayons de courbure du bord de Plateau minimal,  $R_-$ , et maximal,  $R_+$  ainsi que la largeur du pincement  $w$ , directement sur les vidéos. La vitesse de déplacement  $c_{exp}$  est mesurée sur les diagrammes espace-temps. Les erreurs (environ 10%) sur ces mesures sont induites par la résolution spatiale des vidéos fortement grossies dans la zone des pincements. Les pincements se déplacent sur des distances suffisamment longues pour que la précision des mesures de la vitesse soit satisfaisante (environ 8%). La figure A.5 représente  $R_-$ ,  $w$  et  $c_{exp}$  en fonction de  $R_+$ . On observe que  $R_-$  est approximativement proportionnel à

$R_+$  avec un facteur  $(0.80 \pm 0.15)$ , que  $w$  est proportionnelle à  $R_+$  avec un facteur  $(1.10 \pm 0.15)$  et que  $c_{exp}$  décroît selon une loi de puissance de  $R_+$  avec un exposant de l'ordre de  $-1$ .

## Solution solitonique du modèle et comparaison



**Figure A.6** – a) Profil d'épaisseur adimensionnée du bord de Plateau  $\alpha$  en fonction de la variable spatiale adimensionnée  $s$  lors de la propagation d'un soliton obtenu avec l'équation (A.2) pour  $We = 1/6$ . b)  $c_{exp}$  en fonction de  $c_{th}$ . Une droite de pente 1 est compatible avec les données.

L'équation traitant de la répartition d'inhomogénéité d'épaisseur se propageant à vitesse  $c$  est donnée dans la section 3.3.3.3 du chapitre 3. Dans le cas où le cisaillement visqueux est négligé, c'est à dire que  $Re \gg 1$ , l'équation adimensionnée devient (équation 3.22) :

$$\frac{1}{\alpha^4} - \frac{K_2}{\alpha^2} + \frac{1}{We} \left( \frac{1}{\alpha} - \beta_1 \partial_{ss} \alpha - \beta_2 \frac{(\partial_s \alpha)^2}{\alpha} \right) = 0. \quad (\text{A.1})$$

$s$  est la variable d'espace adimensionnée définie par  $Z = sR_i$  le long du bord de Plateau dans le référentiel en mouvement à la vitesse  $c$  par rapport au référentiel du laboratoire.  $\alpha$  est le rayon de courbure du bord de Plateau adimensionné défini par  $R = R_i \alpha$ .  $K_2 = \left( \frac{We+1}{We} \right)$  est une constante d'intégration où  $We$  est le nombre de Weber  $We = \frac{\rho c^2 R_i}{\gamma}$ .  $\beta_1$  et  $\beta_2$  deux constantes géométriques [2] que l'on pose  $\beta_1 = \beta_2 = \beta = 0.1$  (section 3.3.3.3).

On peut montrer que l'équation (A.1) admet des solutions de type solitonique. Pour cela, cette équation est multipliée par  $\alpha^2 \partial_s \alpha$  puis intégrée. Ce qui conduit à :

$$\frac{\alpha(s)^2 (1 - \beta \alpha'(s)^2)}{2We} - \frac{(We + 1)\alpha(s)}{We} - \frac{1}{\alpha(s)} = K_3, \quad (\text{A.2})$$

avec  $K_3$  la constante d'intégration. On cherche des solutions localisées dans l'espace, donc de type soliton. Loin de la zone étudiée dans le bord de Plateau,  $R = R_i$  donc  $\alpha(\infty) = 1$  et  $\alpha'(\infty) = 0$  ce qui permet de fixer la valeur la constante :  $K_3 = -\frac{1+4We}{2We}$ . Pour  $We < 1/2$ , la solution est un pincement dont le profil est paramétré par le nombre de Weber. Un exemple est donné sur la figure A.6. Finalement, la profondeur du pincement, qui est le minimum du profil d'épaisseur, est obtenue en résolvant l'équation (A.2) avec  $\alpha'(s) = 0$  :  $\alpha_m = 2We$ . La vitesse du soliton est déduite de  $We = \frac{\rho c^2 R_i}{\gamma} = c^2/c_0^2$  avec  $c_0 = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho R_i}}$  :

$$c_{th} = c_0 \sqrt{\frac{\alpha_m}{2}} = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho R_i}} \sqrt{\frac{R_-}{2R_i}}. \quad (\text{A.3})$$

---

Ce modèle prédit donc que des ondes solitaires peuvent se propager dans les bords de Plateau. Elles prennent la forme de pincements qui se déplacent dans le bord de Plateau à vitesse constante. Ce modèle prédit une parfaite symétrie amont/aval du soliton. Expérimentalement une légère dissymétrie est observée. Pour permettre la comparaison entre la vitesse des pincements et la vitesse prédite des solitons (équation (A.3)), on néglige la dissymétrie observée dans les expériences : on prend  $R_+ = R_i$ . La vitesse des pincements mesurée dans les expériences,  $c_{exp}$  est représentée en fonction de la vitesse théorique des solitons  $c_{th}$  sur la figure A.5. Un accord satisfaisant est trouvé entre les deux vitesses sans paramètre ajustable dans notre gamme de rayons de courbure initiaux de bord de Plateau. Cet accord satisfaisant tend à montrer que les pincements observés dans les expériences peuvent être considérés comme des solitons.

## Conclusion

Une perturbation locale d'un bord de Plateau peut produire des amincissements locaux de l'épaisseur de dernier. Ces pincements se déplacent à vitesse constante dans le bord de Plateau. Deux pincements peuvent se croiser sans se déformer ni perturber leurs trajectoires et leurs vitesses. Tous les ingrédients sont réunis pour prétendre que ces pincements sont des solitons.

Cette étude demande à être approfondie pour déterminer le profil d'épaisseur exacte du bord de Plateau. En particulier la dissymétrie observée amont/aval du soliton n'est pas expliquée dans le modèle actuel.





## ANNEXE B

### GOUTTE DE LEIDENFROST 2D EN CELLULE DE HELE SHAW

Lorsqu'une goutte de liquide est déposée sur une plaque très chaude, dont la température est bien au dessus de la température d'ébullition du liquide, un coussin de vapeur se forme entre la goutte et le substrat formant une goutte en lévitation : une goutte de Leidenfrost [117]. Nous avons réalisé une expérience dans laquelle une goutte est injectée dans une cellule de Hele-Shaw très chaude formant ainsi une goutte de Leidenfrost 2D. La dynamique d'évaporation de cette goutte a été caractérisée théoriquement et expérimentalement. Nous avons également observé que des oscillations apparaissent spontanément sur le pourtour de la goutte lui donnant une forme d'étoile dont le nombre de branches est relié expérimentalement au volume de la goutte. Lorsque la goutte injectée dépasse une taille critique, une explosion de cette goutte est observée. Un trou se forme dans le liquide et s'étend pour former un tore de liquide qui finit par s'éclater en gouttelettes. Ces observations originales ont permis la publication de l'article Celestini *et al.*, *Phys. Fluids* **26**, 032103 (2014) [4] :

# Two dimensional Leidenfrost Droplets in a Hele Shaw Cell

Franck Celestini,<sup>1</sup> Thomas Frisch,<sup>2,\*</sup> Alexandre Cohen,<sup>1</sup>  
Christophe Raufaste,<sup>1</sup> Laurent Duchemin,<sup>3</sup> and Yves Pomeau<sup>4</sup>

<sup>1</sup>*Université de Nice Sophia-Antipolis, CNRS, LPMC,  
UMR 7336, Parc Valrose 06108 Nice Cedex 2, France*

<sup>2</sup>*Université de Nice Sophia-Antipolis, CNRS, INLN, UMR 7335,  
1361 Routes des lucioles, Sophia Antipolis F-06560 Valbonne France*

<sup>3</sup>*Institut de Recherche sur les phénomènes hors-équilibre, CNRS UMR 7342,  
Aix-Marseille Université, 49 rue Joliot Curie, 13384 Marseille, France.*

<sup>4</sup>*University of Arizona, Department of Mathematics, Tucson, AZ 85721 USA*

We experimentally and theoretically investigate the behavior of Leidenfrost droplets inserted in a Hele-Shaw cell. As a result of the confinement from the two surfaces, the droplet has the shape of a flattened disc and is thermally isolated from the surface by the two evaporating vapor layers. An analysis of the evaporation rate using simple scaling arguments is in agreement with the experimental results. Using the lubrication approximation we numerically determine the shape of the droplets as a function of its radius. We furthermore find that the droplet width tends to zero at its center when the radius reaches a critical value. This prediction is corroborated experimentally by the direct observation of the sudden transition from a flattened disc into an expanding torus. Below this critical size, the droplets are also displaying capillary azimuthal oscillating modes reminiscent of a hydrodynamic instability.

PACS numbers: 66.30.Qa, 05.70.Ln, 81.15.Aa

## INTRODUCTION

In spite of its discovery in the late 19 th century [1], the Leidenfrost phenomenon is still today the subject of numerous studies for two essential reasons. The first reason is related to the strong decrease of the thermal exchange between the solid and the liquid due to the presence of low thermal conductivity vapor layers: this situation is of importance for example in metallurgy to control the cooling of metals [2] or in nuclear reactor safety [3]. The second is fundamental and related to the fact that a Leidenfrost droplet may be considered as an ideal realization of a perfect non-wetting system [4, 5]. These droplets have shown rich and unexpected behaviors [4]. For example drops on periodic patterned surface display a drift due to the spatial symmetry breaking. Furthermore possible applications of Leidenfrost droplets might be the transport of liquid in the milli-fluidic or micro-fluidic area [21]. For example low pressure Leidenfrost droplets have been shown recently to be stable at room temperature and could be subsequently potential receptor of particles in solution [12]. Surprisingly, to our knowledge no studies have been devoted yet to the Leidenfrost effect in a 2d confined geometry. This is somehow unexpected because such a complex phenomenon should display new properties as the spatial dimension is reduced. The aim of this paper is thus to investigate a simple situation representative of the effect of spatial confinement on the Leidenfrost droplets. These droplets are inserted in a horizontal Hele-Shaw cell whose gap is smaller than the capillary length  $\kappa^{-1} = \sqrt{\gamma/\rho_l g}$  with  $\gamma$  being the surface tension,  $\rho_l$  the liquid density and  $g$  the acceleration of

gravity. As a result of the confinement from the two surfaces the drop takes the shape of a flattened saucer-like disc which floats between two vapor layers. These drops are quasi thermally isolated from the surface by the evaporating vapor layers and they display undulating star-like shapes. In this Article, we first describe our experimental set-up and we describe the dynamic of evaporation by a simple model which takes into account the Poiseuille flow in the vapor layer. This model is in agreement with the experimental results for the global evaporation rates. We then discuss the vertical profile of the drop using a theoretical model which results from the balance between surface tension and the Poiseuille flow in the vapor layer. We observed that the droplets have a maximum radius  $R_c$  beyond which they transform into a torus by the process of a hole nucleation and expansion at their center. These experimental results are confronted with our theoretical model and fall within a good agreement. We also report observations of large amplitude star-like undulation consisting of azimuthal oscillating capillary wave. The frequency of oscillations is measured and is found to be close to the frequency of Rayleigh capillary wave of droplets. Finally, we discuss possible mechanisms at the origin of the instability leading to star-like oscillations of the droplets.

## EVAPORATION DYNAMIC

### Experimental results

Our experimental set-up is depicted in Fig.1. A heated copper block permits to control the temperature  $T_p$  of

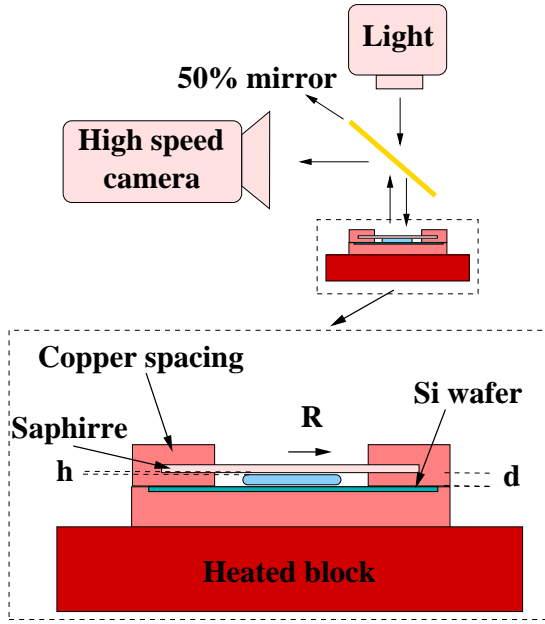


FIG. 1: Experimental set-up : a Hele-Shaw cell is heated at a controlled temperature  $T_p$ . A Leidenfrost droplet of radius  $R$  is inserted between the two hot plates separated by a spacing  $d$ .

two plates separated by a spacing of width  $d$ . This temperature is measured with a PT100 temperature sensor. The upper plate is made of sapphire whose optical and thermal properties permit us to visualize the droplet from the top through a semi-transparency mirror. The lower plate is covered with a silicon wafer. Images are recorded with a high speed camera with a frame rate varying between 60 and 4000 frames per second. As for classical Leidenfrost droplets we suppose that the liquid is at its boiling temperature  $T_b$  and we denote  $\Delta T = T_p - T_b$  the temperature difference between the hot plates and the droplet. For all the experiments, the plate temperature has been fixed to  $T_p = 300$  Celsius, giving a value of  $\Delta T = 200$  Celsius. A capillary is used to insert the ultra distilled water droplet into the Hele-Shaw cell. Different spacings  $d$  have been used ranging between  $d = 0.3$  and 2 mm.

We first investigate the dynamics of the evaporating droplets. The lifetime of the droplet is about ten seconds, one order of magnitude lower than usual Leidenfrost droplets and two orders of magnitude lower than low pressure Leidenfrost droplets [12]. As illustrated on Fig. 2, the droplet is slowly evaporating and its radius  $R$  is decreasing with time. An image analysis permits to record the evolution of  $R$  with the time  $t$ , its value is deduced from the apparent area of the droplet viewed from the top. It is worth noticing that the shape of the drop is not necessary circular but presents some contour oscillations that will be discussed in the last section of this Article. We represent in Fig. 3 the time evolution

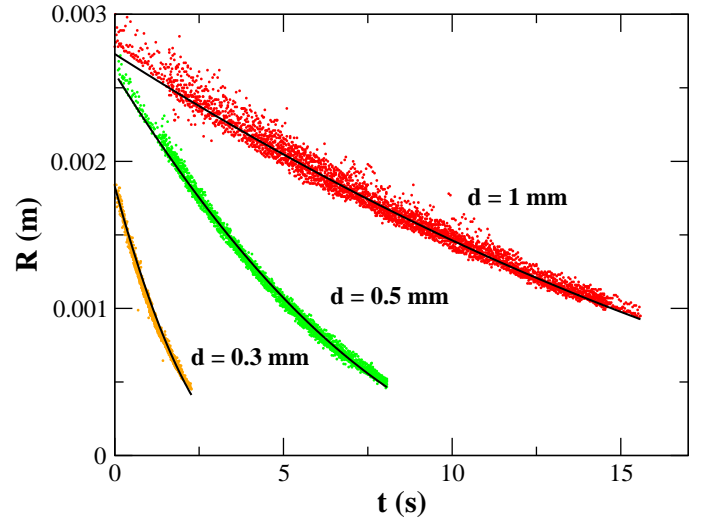
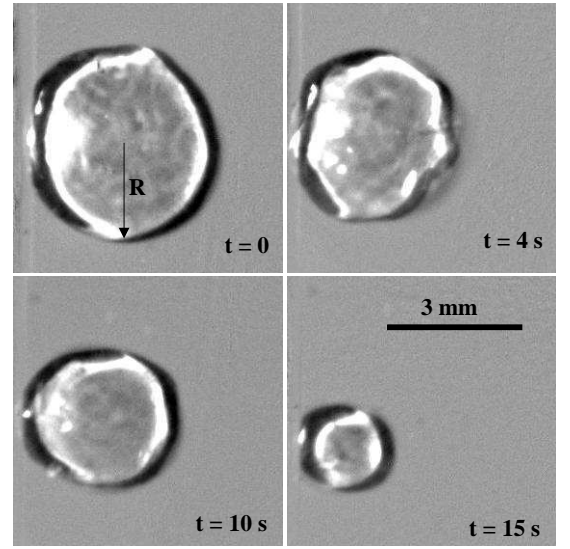


FIG. 3: Droplet radius as a function of time for three different spacings  $d = 1, 0.5$  and  $d = 0.3$  mm respectively in red, green and brown circles. The full lines correspond to the best fit to Eq. (9)

of the radius  $R$  for droplets inserted in three cells with different spacings :  $d = 0.3, 0.5$  and 1 mm. We clearly see that the lower the spacing the faster the evaporation of the droplet. The full lines correspond to a best-fit of the phenomenological model which is presented just below.

### Phenomenological model

One of the difficulties in the Leidenfrost system consists in the determination of the thickness  $h$  of the va-

por film which is situated between the drop and the heated plates. In order to estimate  $h$  we develop a model based on a simple scaling argument which applies to a flat droplet of radius  $R$  as shown on Fig. 1. The vapor film thickness results from the balance between the pressure (driven by the Poiseuille flow produced by the local vapor evaporation) and the capillary surface tension effects. Energy conservation during the evaporation process (namely Stefan's boundary condition on the liquid-vapor interface) and Fourier law for the heat transfer in the film yield the order of magnitude for the vertical velocity  $w$  of the vapor near the surface of the droplet. It reads:

$$\rho_v L w \propto \lambda \Delta T / h. \quad (1)$$

Here  $L$  is the latent heat per unit mass,  $\lambda$  is the thermal diffusivity coefficient,  $\Delta T$  is the temperature difference between the hot plates and the droplet and  $\rho_v$  is the density of the vapor. Mass conservation yields the following estimate for the magnitude of the horizontal velocity  $u$  in terms of the vertical velocity  $w$ :

$$u/R \propto w/h. \quad (2)$$

Assuming a Poiseuille flow in the vapor in the lubrication regime leads to an horizontal pressure drop  $\Delta P$  which scales as

$$\Delta P/R \propto \eta u/h^2, \quad (3)$$

where  $\eta$  is the vapor film viscosity.

Finally, we note that the Laplace pressure  $\Delta P$  between the drop and the gas reads:

$$\Delta P \propto \gamma/d, \quad (4)$$

Here we have neglected the small curvature term which is smaller by a factor  $d/R$ .

We obtain using Eqs. (1-4) a relation for the film height  $h$  which reads:

$$h \propto R^{1/2} d^{1/4} \left( \frac{\eta \lambda \Delta T}{\rho_v L \gamma} \right)^{1/4}, \quad (5)$$

which can be rewritten simply as :

$$h \propto R^{1/2} d^{1/4} l^{1/4}, \quad (6)$$

where we have introduced a characteristic length  $l$  defined as :

$$l = \frac{\eta \lambda \Delta T}{\rho_v L \gamma}. \quad (7)$$

As shown by Eq. (6), the width of the vapor layer  $h$  can thus be deduced from the measured value  $R$ .

Furthermore we can also verify experimentally that the previous scaling holds by measuring the time evolution

of the radius of the drop  $R(t)$ . The rate of evaporation of the droplet can be deduced from the outgoing flux of vapor and reads:

$$\rho_l \frac{d}{dt} (\pi R^2 d) \propto 2 \rho_v \pi R^2 w. \quad (8)$$

Solving this differential equations using Eqs. (1) and (6) we obtain the evolution radius  $R(t)$  as:

$$R(t) \propto (R_0^{1/2} - Ct)^2. \quad (9)$$

Here

$$C = \frac{\lambda \Delta T}{\rho_l L l^{1/4}} d^{-5/4}. \quad (10)$$

As shown on Fig. 3, we compare the experimental measurements of the time evolution of the radius  $R(t)$  with the theoretical prediction given in Eq. (9) for three different values of the spacing  $d$ . A satisfactory agreement is found between the theory and the experiments. We can infer the value of the constant  $C$  from a best-fit adjustment of the data given on Fig. 3 using the time evolution for  $R(t)$  given in Eq. (9). As shown on Fig. 4 the values of  $C$  obtained lead to the expected dependence  $C \propto d^{-5/4}$  as predicted by Eq. (10). It is worth noticing that the value of the pre-factor  $\frac{\lambda \Delta T}{\rho_l L l^{1/4}}$  found experimentally using the data shown on Fig. 3 is  $2.9 \times 10^{-7} \text{m}^{1/2} \text{s}^{-1}$ . It is of same order than the one predicted  $5.4 \times 10^{-7} \text{m}^{1/2} \text{s}^{-1}$ . Here we have used the following values for the physical

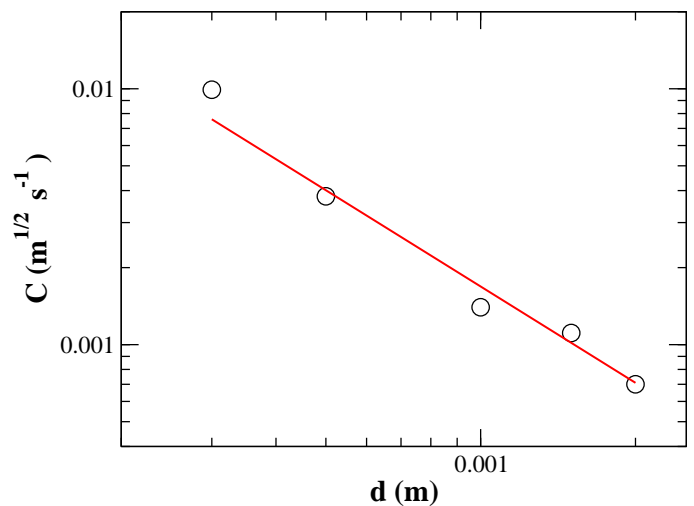


FIG. 4: Values of the parameter  $C$  as a function of the spacing  $d$ . The full line corresponds to the scaling law predicted in Eq. (10).

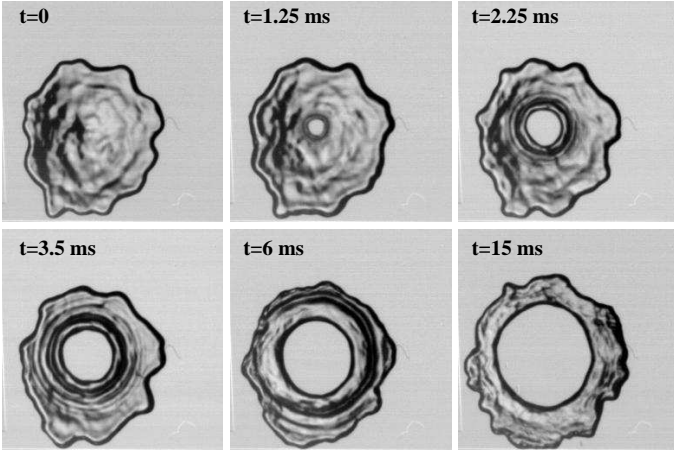


FIG. 5: Images sequence of the hole nucleation and growth.

### DROPLET SHAPE AND HOLE NUCLEATION

The previous analysis is based upon a strong hypothesis of a constant vapor thickness, both below and above the droplet. It has been recently shown that this hypothesis does not hold properly for 3D Leidenfrost droplet [11]. Therefore we decided to perform a deeper theoretical analysis to predict the vapor layer profile in our confined geometry.

#### Lubrication model

Let the height of the vapor layer at the equator be  $h_0$ , the neck height  $h_n$  and the radius of the droplet be  $R$  as shown on Fig. 6. The two plates are held at temperature  $T_p$  and are separated by a distance  $d$ , the temperature of the drop is  $T_b$ . Let  $h(r)$  be the shape on the lower interface and  $d - h(r)$  the shape of the upper interface. The balance between the surface tension effect and the Poiseuille flow leads to a variety of shapes which can be described using the lubrication approximation. This approach has been used successfully in another context such as lens floating [13]. The pressure  $p$  in the vapor film just outside the drop is driven by the following equation as shown in Appendix A and reference [11]:

$$\partial_r \left( \frac{r h^3}{12} \partial_r p \right) + \frac{r \eta \kappa \Delta T}{h(r)} = 0, \quad (11)$$

where  $\kappa = \lambda/(\rho_v L)$ . Equation (11) derives from the incompressibility condition of the vapor and the Poiseuille hydrodynamic relation [11]. The pressure in the vapor film just below the drop is given by:

$$p = p_d - \sigma \kappa. \quad (12)$$

Here  $p_d$  is the pressure in the drop which is supposed to be constant,  $\sigma$  is the surface tension and  $\kappa$  is the mean

curvature which reads:

$$\kappa = \partial_s \psi + \sin \psi / r. \quad (13)$$

Let us choose  $d$  as the unit of length and  $\sigma/d$  the pressure unit. In these units Eq. (11) reads:

$$\partial_r \left( \frac{r h^3}{12} \partial_r p \right) + \frac{r \alpha}{h} = 0, \quad (14)$$

where  $\alpha = \frac{\eta \kappa \Delta T}{\sigma d}$  is a dimensionless parameter which depends on  $d$ .

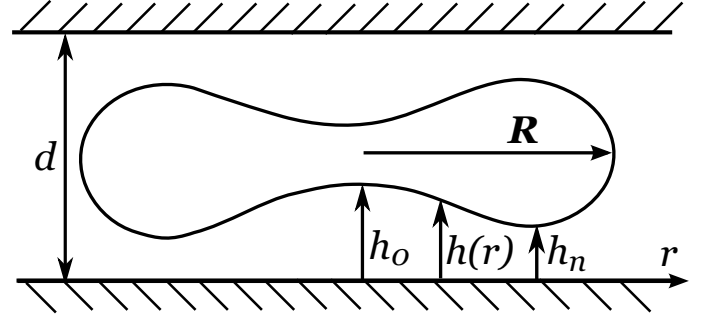


FIG. 6: sketch of a vertical cut of a drop.  $h_0$ ,  $h_n$  and  $R$  are shown.

The lubrication Eq. (13, 14) can be reformulated in curvilinear coordinates as:

$$\partial_s h = \sin \psi, \quad (15)$$

$$\partial_s r = \cos \psi, \quad (16)$$

$$\partial_s \psi = \kappa - \sin \psi / r, \quad (17)$$

$$\partial_s \kappa = \kappa_1, \quad (18)$$

$$\partial_s \kappa_1 = \frac{12 \alpha \cos^2(\psi)}{h^4} - \frac{3 \kappa_1 h'}{h} - \frac{\kappa_1 (r \psi' \tan(\psi) + r')}{r}. \quad (19)$$

Here we have used the following geometric transformation  $\partial_r = \partial_s \frac{\partial s}{\partial r} = \frac{\partial_s}{\cos(\psi)}$ . The boundary conditions at  $r = 0$  read:

$$r(s = 0) = 0, \quad (20)$$

$$h(s = 0) = h_0, \quad (21)$$

$$\psi(0) = 0, \quad (22)$$

$$\kappa(0) = \kappa_0, \quad (23)$$

$$\partial_s \kappa(0) = 0. \quad (24)$$

The boundary conditions at  $s = s_{max}$  which corresponds to the equator read:

$$r(s = s_{max}) = R, \quad (25)$$

$$h(s_{max}) = 1/2 \quad (26)$$

$$\psi(s_{max}) = \pi/2 \quad (27)$$

$$\partial_s \kappa(s_{max}) = 0 \quad (28)$$

There are two free parameters  $\kappa_o$  and  $s_{max}$  which need to be adjusted in order to satisfy the boundary conditions defined in Eqs. (27) and (28). These equations can be solved using a standard shooting method. As shown in Fig. 7 we represent the shape of the drop for different values of the  $h_0$ , we find that there exists a critical radius

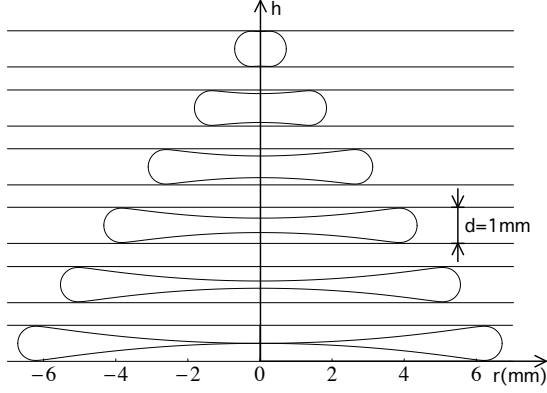


FIG. 7: Profile of a drop obtained by numerical resolutions of Eqs. (15-19) for 6 different values of the parameters  $h_0$ . Top  $h_0 = 0.001\text{mm}$ , bottom  $h_0 = 0.5\text{mm}$ . The horizontal axis is  $r$ , the vertical axis is the  $z$  axis. The vertical distance  $d$  between the two plates is 1 mm. The bottom curve represent the the curve for which  $R = R_c$ .

$R_c$  beyond which a simply connected drop cannot exist as shown for example on the bottom profile displayed on Fig. 7. Even though the direct measurement of vertical profile of the droplet are not possible, we have estimated the value of the vapor layer  $h$  by proceeding in the following manner. Using the relation obtained in Eq. 5 we can estimate the value of  $h$  by a measurement of  $R$ . Here the value for the pre-factor in Eq. 5 is deduced from the experimental measurement of the constant  $C$ , the pre-factor in Eq. 10 is estimated using a best-fit adjustment of the results shown on Fig. 3. Finally we display on Fig 8 the value of  $h_0$  and  $h_n$  obtained by numerical simulation of Eq. (15-19) as a function of  $R$  for two values of the spacing  $d$ . We superpose on these curves the value of the thickness  $h$  estimated above. As expected the values of  $h$  ranges between  $h_{neck}$  and  $h_0$ .

### Hole nucleation

The numerical resolution of the droplet profile as shown in the above section reveals that no solution should exist beyond a critical drop radius  $R_c$ . This statement is thus tested experimentally: we first inject a primary drop in our system that is grown continuously by coalescence with smaller drops. We find that at some point a hole nucleates and grows inside the drops (Fig. 5). The hole grows until it reaches the drop edges. This leads to the destruction of the drop into several fragments that

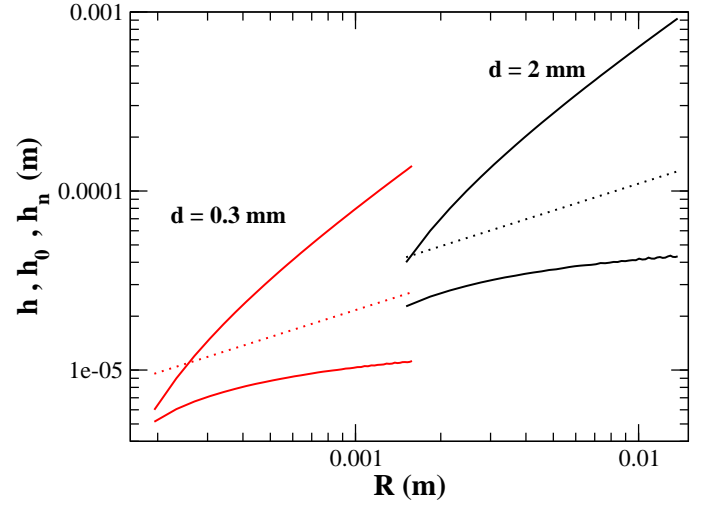


FIG. 8: Numerical simulation of Eqs. (15-19). We plot  $h_0$  and  $h_n$  (full lines respectively top and bottom) as a function of  $R$ . The red curve is for  $d = 0.3\text{ mm}$ , the black is for  $d = 2\text{ mm}$ . The dashed-lines represent the scaling  $h \propto R^{1/2}$  predicted by Eq. (5) using the data deduced from the experimental measurement of the constant  $C$ . The prefactor in Eq. 10 are estimated using a best-fit adjustment of the results show on Fig. 3.

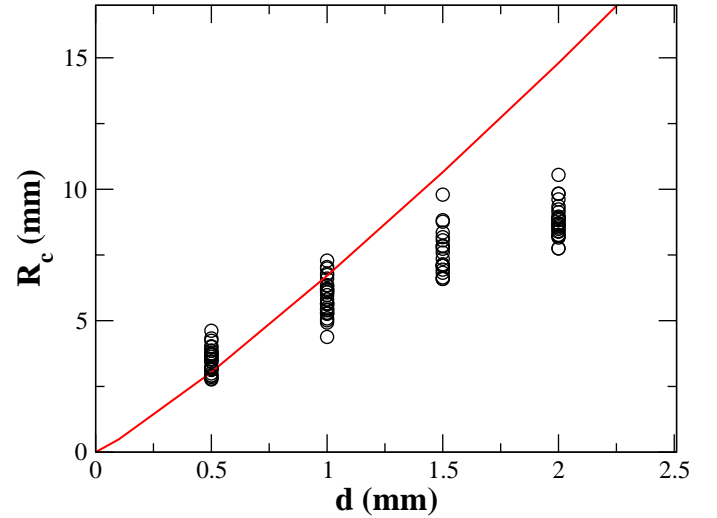


FIG. 9: Critical radius  $R_c$  versus the spacing  $d$ . Each point corresponds to one experiment. The red line holds for the numerical prediction using Eqs. (15-19)

are ejected radially. The critical radius  $R_c$  exhibits some dispersion, but a clear trend can be observed as a function of the spacing  $d$  (Fig. 9). The comparison with the model is rather satisfactory given that there is no free parameter. The agreement is even very good for smaller

spacing. For larger spacing we might expect some discrepancies since gravitational effects could play a role as the spacing becomes comparable to the capillary length  $l_c = \sqrt{\sigma/\rho g}$

### OSCILLATION MODES

In our experiment, the drops were found to have radial oscillations mode for most of the values of the parameters such as the radius  $R$  and the spacing between the two plates  $d$ . These oscillations can be described by star-shaped contour modes with frequencies ranging between 10 and 400 Hz. The modes are thus parametrized by an integer  $m$ , namely the azimuthal mode number, which measures the number of spikes along the contour of the drop as shown on Fig. 10. As shown for example on Fig. 11, we display the evolution of the droplet for the  $m = 3$  mode during a half-period, this oscillation is typical of a standing wave pattern.

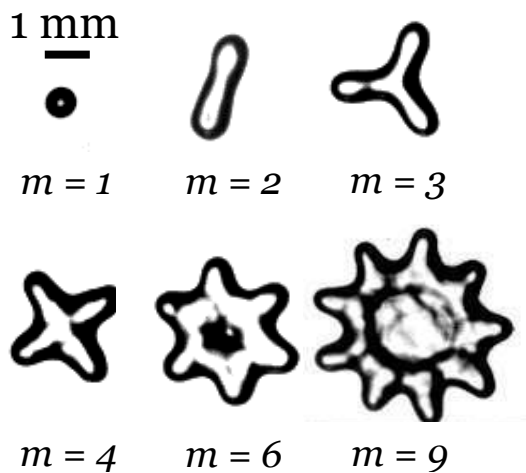


FIG. 10: Top views of the droplets. Examples of different oscillation modes. Here  $m$  holds for the number of spikes of the drop,  $d = 1\text{ mm}$  and the horizontal scale is shown by the black bar.

During a typical experiment in which drops slowly evaporate, we observe that the azimuthal number  $m$  has tendency to decrease with time as the drop size decreases. However, there seems to be no stringent dynamics for the time evolution of the azimuthal mode number and in particular a wide range of frequency transitions occurs during the life of a droplet. Furthermore there seems to be no direct link between the azimuthal number  $m$  and the droplet radius except for this decreasing tendency. The value of the mode number displays strong stochasticity probably induced by the non-linear coupling between oscillations modes and by the inherent thermal fluctuations which are expected at liquid-vapor interfaces just below the boiling transition.

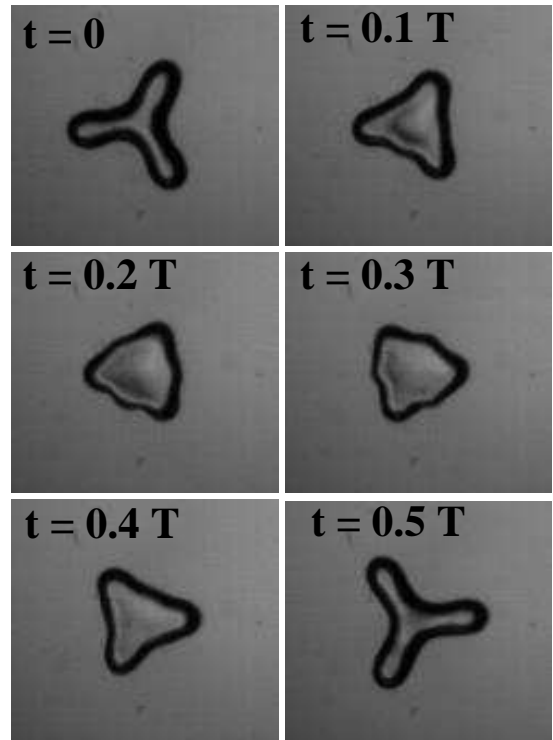


FIG. 11: Top view of a single droplet. Time evolution of the  $m = 3$  mode for a half-period. Here  $d = 1\text{ mm}$ ,  $R = 1\text{ mm}$  and  $T = 0.009\text{ s}$ .

We plot on Fig. 12 the frequency measurements with respect to the radius  $R$  for different values of  $m$ . They reveal a clear trend well approximated by a power law as explained below. Let us first focus for example on the mode  $m = 3$  which was observed over the larger range of frequencies and for several values of the spacing  $d$ . We did not notice any effect of the spacing so that we performed a power law interpolation over all its data. This leads to  $f(\text{Hz}) = (12 \pm 1) \times 10^{-4} R(\text{mm})^{-1.7 \pm 0.3}$ . Even though other modes  $m$  do not span as much frequencies as the mode  $m = 3$  does, their trends are also compatible with a scaling of  $R^{-3/2}$ . Such an exponent is therefore reminiscent of the Rayleigh spectrum for capillary wave on spherical drops [16] or two dimensional discs [18] for which the frequency also scales like  $R^{-3/2}$ . In order to go deeper in this analysis we have plotted on Fig. 13 the dimensionless frequency  $f/f_0$  of the contour modes as a function of  $m$ , where  $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\gamma}{\rho R^3}}$  is the typical frequency scale. The comparisons between the experimental points and the theoretical results shown on Figure 13 seem to validate the capillary origin of these surface waves. The small discrepancy emphasized by the slight overestimate of the theory may origin from several facts such as the complexity of the Leidenfrost effect which involves vapor flow around the droplet, the possible coupling between the gas dynamics and the fluids at the surface and the particular geometry of a

droplet in a Hele-Shaw cell.

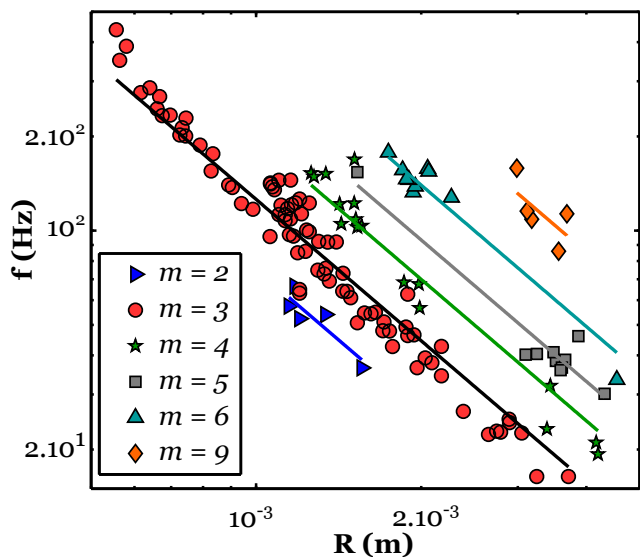


FIG. 12: Oscillation frequency  $f$  versus the drop radius  $R$  in meters. Several modes are represented. Each of them is fitted by a power law with an exponent  $-3/2$  (solid lines). Experiments are performed for  $d = 1$  mm, excepted for  $m = 3$ , where data of  $d = 0.5$  and  $0.3$  mm are also plotted.

The comparison of our experimental results with the regular 3D Leidenfrost effect is enlightening. In references [20], it has been reported that star-like drop shapes can be observed when the droplet is trapped and forced to remain at the same place either by the use of a concave substrate or by the presence of pinning objects such as impurities. Further star-like shapes have also been observed when nitrogen drops are deposited over a viscous liquid at room temperature [14]. In this case, the oscillations seem to be coupled to the internal flow inside the drop. More generally the spontaneous oscillation of drop or liquid puddles seems to be more general and has also been observed in other levitated systems without Leidenfrost effect as shown in reference [19]. In this previous work, a liquid droplet or puddle is levitated over an air cushion which generates a quasi-laminar flow and star-like oscillations are observed [19].

It is noteworthy to mention that in all these systems (Leidenfrost drops 3d and 2d and levitated air-cushion drop) the relevant frequency of oscillations displays a  $R^{-3/2}$  tendency which is a characteristic of Rayleigh capillary wave dispersion relation [14, 15]. Here again as for our results (Fig. 13) the measured frequencies seem to be slightly overestimated by the simple capillary wave models [14, 15]. This fine difference has not been explained yet to our knowledge and requires as we mention above a mode analysis with the particular geometry.

We also have noticed experimentally (see movie in the supplementary materials) that contour modes seem to be

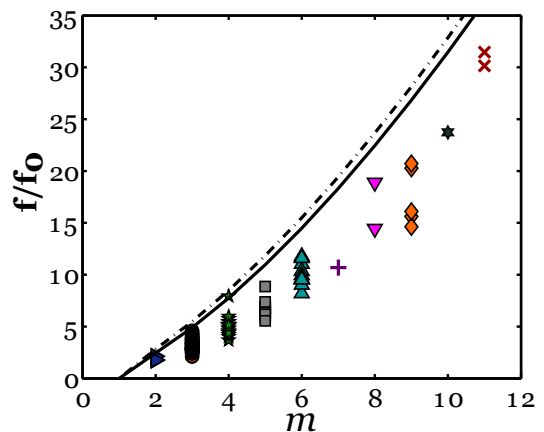


FIG. 13: Dimensionless oscillation frequency  $f/f_0$  vs the mode number  $m$ . All experiments are plotted ( $d = 0.3, 0.5, 1$  and  $2$  mm). For comparison we plot the models of an inviscid 3D spherical drop of the same radius [16] ( $f^{3D}/f_0 = \sqrt{(m-1)m(m+2)}$ , dashed-dotted line) and for a perfectly homogeneous and discoidal 2D puddle [18] ( $f^{2D}/f_0 = \sqrt{m(m^2-1)}$ , solid line).

associated with thickness waves in the confined dimension. This could emphasize the occurrence of non-linear coupling between thickness waves and contour waves. Therefore, not only the dispersion relation of the wave shows a small discrepancy as shown in Fig. 13 with the simple models (Rayleigh capillary waves in 2d or 3d) but the origin of the instability leading to star-like droplet still remains unsolved and is of current investigation. For example, the origin of the instability of Leidenfrost puddles in non-confined geometry is still a matter of debate as discussed in reference [19]. It was proposed that oscillations originate from thermal-convection inside the drop [20], but observations in athermal systems show that a purely hydrodynamical instability [19] is the most probable scenario. In the case of air-flow levitated droplet, numerical experiments have been performed and have revealed a possible scenario for the origin of the instability [15]. In this latter, the hydrodynamical flow inside the drop and inside the sustaining air layer [15] is numerically investigated and compared to experiments. In both cases, the experiments and numerical simulations exhibit a critical airflow velocity inside the lubricating layer above which the drop begins to oscillate. A mechanism has been postulated where the occurrence of a primary instability (appearance of axi-symmetric breathing modes) triggers parametrically a second instability and the appearance of the non-axisymmetric contours modes observed experimentally [15]. For millimeter-sized drops, it was found experimentally that this instability appears for airflow velocities higher than  $\sim 0.1$  m/s. For comparison this value is significantly lower than the airflow values inferred from the evaporation rate in our Leidenfrost Hele-Shaw cell. This could support the hypothesis



of purely hydrodynamical instability in our experiments as well.

## CONCLUSION

We have investigated the behavior of 2d-Leidenfrost droplet in a Hele-Shaw cell. This investigation has revealed a rich behavior of phenomena such as droplet levitation below and above a vapor layer, and the appearance of critical transition from discoidal droplet to torus like droplet. This topological transition occurs due to the thinning of liquid at the center of the droplet. We have characterized experimentally these phenomena and we have presented a theoretical model and a numerical study based on the lubrication approximation which corroborate these experimental facts. We are currently investigating the dynamics of the hole expansion. We also report observations of large amplitude star-like undulation consisting of azimuthal oscillating capillary waves. The frequency of oscillations are measured and are found to be close to the frequency of Rayleigh capillary wave of droplets. Finally, we have discussed possible mechanisms which are at the origin of this instability.

## ACKNOWLEDGEMENTS

We would like to thank Martine Le Berre and Damien Scandola for fruitful discussions.

## APPENDIX A

For the sake of clarity, we derive here Eq. (11). Let us recall that the temperature in the vapor layer is given by

$$T = T_p \left( 1 - \frac{z}{h(x, y)} \right) + T_b \frac{z}{h(x, y)}. \quad (29)$$

The horizontal velocity components  $u$  and  $v$  read using the lubrication approach:

$$u = \frac{z(z - h(x, y))}{2\eta} \partial_x p \quad \text{and} \quad v = \frac{z(z - h(x, y))}{2\eta} \partial_y p.$$

Integrating the incompressibility relation:

$$\partial_x u + \partial_y v + \partial_z w = 0,$$

between  $z = 0$  where  $w = 0$  and  $z = h(x, y)$  we obtain using Eq. (1),

$$\nabla_2 \cdot \left( \frac{h^3}{12} \nabla_2 p \right) + \frac{\eta \kappa \Delta T}{h(x, y)} = 0, \quad (30)$$

where  $\kappa = \lambda/(\rho_v L)$  and  $\nabla_2 = \mathbf{e}_x \partial_x + \mathbf{e}_y \partial_y$ . In cylindrical coordinates, Eq. (30) reads :

$$\partial_r \left( \frac{r h^3}{12} \partial_r p \right) + \frac{r \eta \kappa \Delta T}{h(r)} = 0. \quad (31)$$

and is exactly similar to Eq. (11).

---

\* Electronic address: [thomas.frisch@unice.fr](mailto:thomas.frisch@unice.fr)

- [1] J. G. Leidenfrost, "De Aquae Communis Nonnullis Qualitatibus Tractatus", (Duisbourg, 1756).
- [2] J. D. Bernardin and I. Mudawar, "The Leidenfrost Point: Experimental Study and Assessment of Existing Models", J. Heat Trans. ASME **121**, 894 (1999).
- [3] H. van Dam, "Physics of nuclear reactor safety", Rep. prog. Phys. **55**, 2025 (1992).
- [4] D. Quéré, "Leidenfrost Dynamics", Ann. Rev. Fluid. Mech. **45**, 197 (2013).
- [5] A.-L. Biance, C. Clanet, D. Quéré, "Leidenfrost drops", Phys. Fluids, **15**, 1632 (2003).
- [6] F. Celestini, T. Frisch and Y. Pomeau, "Take-off of small Leidenfrost droplets", Phys. Rev. Lett. **109**, 034501 (2012).
- [7] J.C. Burton, A.L. Sharpe, R.C.A. van der Veen, A. Franco and S. R. Nagel, "Geometry of the Vapor Layer Under a Leidenfrost Drop", Phys. Rev. Lett. **109**, 074301 (2012).
- [8] F. Celestini and G. Kirstetter, "Effect of the electric field on a Leidenfrost droplet", Soft Matter **8**, 5992 (2012).
- [9] H. Linke, B. J. Aleman, L. D. Melling, M. J. Taormina, M. J. Francis, C. C. Dow-Hygelund, V. Narayanan, R. P. Taylor1, and A. Stout, "Self-Propelled Leidenfrost Droplets", Phys. Rev. Lett. **96**, 154502 (2006).
- [10] T. R. Cousins, R. E. Goldstein, J. W. Jaworski and A. I. Pesci, "A ratchet trap for Leidenfrost drops", J. Fluid. Mech. **696**, 215 (2012).
- [11] Y. Pomeau, M. Le Berre, F. Celestini and T. Frisch, "The Leidenfrost effect : From quasi-spherical droplets to puddles", C. R. Mecanique **340**, 867 (2012).
- [12] F. Celestini, T. Frisch and Y. Pomeau, "Room temperature water Leidenfrost droplets", Soft Matter, **9**, 9535 (2013).
- [13] L. Duchemin, J. Lister and U. Lange, "Static shapes of a viscous levitated drop", Journal of Fluid Mechanics, **533**, 161–170 (2005).
- [14] A. Snezhko, E. Ben Jacob and I. S. Aranson, "Pulsating gliding-transition in the dynamics of levitating liquid nitrogen droplets", New J. Phys. **10**, 043034 (2008).
- [15] W. Bouwhuis, K. G. Winkels, I. R. Peters, P. Brunet, D. van der Meer, and J. H. Snoeijer, "Oscillating and star-shaped drops levitated by an airflow", Phys. Rev E, **88**, 023017-023017 (2013).
- [16] H. Lamb, Hydrodynamics 6th edn. Cambridge University Press, USA (1932).
- [17] L. Rayleigh, On the Capillary Phenomena of Jets Proc. R. Soc. **29**, 71–97 (1879).
- [18] R. Takaki and K. Adachi, "Vibration of a flattened drop. II- Normal mode analysis", J. Phys. Soc. Jpn. **54**, 2462–2469 (1985).
- [19] P. Brunet and J. H. Snoeijer, "Star-drops formed by periodic excitation and on an air cushion- A short review", Eur. Phys. J. Special Topics **192**, 207–226 (2011).

- [20] D. E. Strier, A. A. Duarte, H. Ferrari, G. B. Mindlin,  
“Nitrogen stars: morphogenesis of a liquid drop”, *Physica*  
*A* **283**, 261 (2000).
- [21] P. Tabeling. *Introduction to Microfluidics*. Oxford Univer-  
sity Press. (2005)

---

\* Electronic address: `thomas.frisch@unice.fr`

- [1] A. Cohen, N. Fraysse, J. Rajchenbach, M. Argentina, Y. Bouret, and C. Raufaste, "Inertial mass transport and capillary hydraulic jump in a liquid foam microchannel," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 112, p. 218303, 2014.
- [2] M. Argentina, A. Cohen, Y. Bouret, N. Fraysse, and C. Raufaste, "One dimensional capillary jumps," *J. Fluid Mech.*, vol. 765, pp. 1–16, 2015.
- [3] A. Cohen, N. Fraysse, and C. Raufaste, "Drop coalescence and liquid flow in a single plateau border," *Phys. rev. E*, vol. 91, 053008, 2015.
- [4] F. Celestini, T. Frisch, A. Cohen, C. Raufaste, L. Duchemin, and Y. Pomeau, "Two dimensional leidenfrost droplets in a hele-shaw cell," *Phys. Fluids*, vol. 26, no. 3, p. 032103, 2014.
- [5] <https://www.equipes.lps.u-psud.fr/sil/spip.php?article59>.
- [6] <http://www.robertviseur.be/news-20090622.php>.
- [7] <http://www.maths.tcd.ie/foams/LinksMaterials.htm>.
- [8] <http://www.cea.fr/energie/le-conditionnement-des-dechets-nucleaires/les-procedes-de-decontamination-et-de-traitement>.
- [9] <https://graphene-supermarket.com/3D-Graphene-Foams>.
- [10] J.-p. Luminet, J. R. Weeks, A. Riazuelo, R. Lehoucq, and J.-P. Uzan, "Dodecahedral space topology as an explanation for weak wide-angle temperature correlations in the cosmic microwave background," *Nature*, vol. 425, no. 6958, pp. 593–595, 2003.
- [11] A. C. Newell and V. E. Zakharov, "Rough sea foam," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 69, no. 8, p. 1149, 1992.
- [12] I. Cantat, S. Cohen-Addad, F. Elias, F. Graner, R. Höhler, O. Pitois, F. Rouyer, and A. Saint-Jalmes, *Les mousses, Structure et dynamique*. Oxford University Press, 2013.
- [13] "les bulles dans le magma expliqueraient l'intensité des éruptions." <http://www.maxisciences.com>.
- [14] D. Tamarkin, M. Eini, and D. Friedman, "Foam : The future of effective cosmeceuticals," *Cosmetics and toiletries*, vol. 121, no. 11, 2006.
- [15] E. Benilov, C. Cummins, and W. Lee, "Why do bubbles in guinness sink?," *American Journal of Physics*, vol. 81, no. 2, pp. 88–91, 2013.
- [16] S. Blaise, M. Charavin-Cocuzza, H. Riom, M. Brix, C. Seinturier, G. Diamand, J. M. and Gachet, and P. H. Carpentier, "Treatment of low-flow vascular malformations by ultrasound-guided sclerotherapy with polidocanol foam : 24 cases and literature review," *Eur. J. Vasc. Endovasc. Surg.*, vol. 41, no. 3, pp. 412–417, 2011.
- [17] A. K. Kim and B. Z. Dlugogorski, "Multipurpose overhead compressed-air foam system and its fire suppression performance," *Journal of Fire Protection Engineering*, vol. 8, no. 3, pp. 133–150, 1996.

- 
- [18] R. Farajzadeh, A. Andrianov, R. Krastev, G. Hirasaki, and W. R. Rossen, “Foam–oil interaction in porous media : Implications for foam assisted enhanced oil recovery,” *Adv. Colloid Interface Sci.*, vol. 183, pp. 1–13, 2012.
- [19] <https://www.youtube.com/watch?v=0IITO518xKI>.
- [20] <https://www.youtube.com/watch?v=QseWXpkaGTY>.
- [21] <http://www.cam.ac.uk/research/news/surprising-solution-to-fly-eye-mystery>.
- [22] R. Höhler and S. Cohen-Addad, “Rheology of liquid foam,” *J. Phys. : Condens. Matter*, vol. 17, no. 41, p. R1041, 2005.
- [23] P.-G. D. Gennes, F. Brochard-Wyart, and D. Quere, *gouttes, bulles, perles et ondes*. 2002.
- [24] Y. Yip Cheung Sang, *Towards smart microfoams*. These, Université Paris-Diderot - Paris VII, July 2009.
- [25] R. Höhler, Y. Yip Cheung Sang, E. Lorenceau, and S. Cohen-Addad, “Osmotic pressure and structures of monodisperse ordered foam,” *Langmuir*, vol. 24, no. 2, pp. 418–425, 2008.
- [26] J. A. F. Plateau, “Statique experimentale et theorique de liquides soumis aux seules forces moleculaires,” *Paris : Gauthier-Villars*, 1873.
- [27] F. J. Almgren and J. E. Taylor, “The geometry of soap films and soap bubbles,” *Sci. Amer.*, vol. 235, pp. 82–93, 1976.
- [28] the Weaire Phelan structure - <https://golem.ph.utexas.edu/category/2008/08/>.
- [29] R. A. Leonard and R. Lemlich, “A study of interstitial liquid flow in foam. part i. theoretical model and application to foam fractionation,” *AIChE J.*, vol. 11, no. 1, pp. 18–25, 1965.
- [30] V. Bergeron, “Forces and structure in thin liquid soap films,” *J. Phys. : Condens. Matter*, vol. 11, no. 19, p. R215, 1999.
- [31] S. Cohen-Addad, R. Höhler, and O. Pitois, “Flow in foams and flowing foams,” *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 45, no. 1, p. 241, 2013.
- [32] B. Dollet and C. Raufaste, “Rheology of aqueous foams,” *C. R. Phys.*, vol. 15, no. 8, pp. 731–747, 2014.
- [33] A. Saint-Jalmes, “Physical chemistry in foam drainage and coarsening,” *Soft Matter* 2, pp. 836–849, 2006.
- [34] V. Carrier, S. Destouesse, and A. Colin, “Foam drainage : a film contribution?,” *Phys. Rev. E*, vol. 65, p. 061404, 2002.
- [35] S. A. Koehler, S. Hilgenfeldt, and H. A. Stone, “A generalized view of foam drainage : Experiment and theory,” *Langmuir*, vol. 16, pp. 6327–6341, 2000.
- [36] A. Saint-Jalmes and D. Langevin, “Time evolution of aqueous foams : drainage and coarsening,” *J. Phys. Condens. Matter*, vol. 14, p. 9397, 2002.
- [37] A. Saint-Jalmes, M. U. Vera, and D. J. Durian, “Free drainage of aqueous foams : container shape effects on capillarity and vertical gradients,” *Europhys. Lett.*, vol. 50, p. 695, 2000.
- [38] G. D. Miles, G. J. Shedlovsky, and J. Ross, “Foam drainage,” *J. Phys. Chem.*, vol. 49, p. 93, 1945.
- [39] D. Weaire, N. Pittet, S. Hutzler, and D. Pardal, “Steady-state drainage of an aqueous foam,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 71, p. 2670, 1993.
- [40] H. Caps, S. Cox, H. Decauwer, D. Weaire, and N. Vandewalle, “Capillary rise in foams under microgravity,” *Colloids Surf. A*, vol. 261, pp. 131–134, 2005.

- 
- [41] A. Saint-Jalmes, S. Marze, H. Ritacco, D. Langevin, S. Bail, J. Dubail, L. Guingot, G. Roux, P. Sung, and L. Tosini., “Diffusive liquid propagation in porous and elastic materials : The case of foams under microgravity conditions,” *Phys. Rev. Lett*, vol. 98, p. 058303, 2007.
  - [42] F. Rouyer, E. Lorenceau, and O. Pitois, “Film junction effect on foam drainage,” *Colloids Surface A*, vol. 324, p. 234, 2008.
  - [43] S. A. Koehler, S. Hilgenfeldt, E. R. Weeks, and H. A. Stone, “Drainage of single plateau borders : Direct observation of rigid and mobile interfaces,” *Phys. Rev. E*, vol. 66, p. 040601, 2002.
  - [44] S. A. Koehler, S. Hilgenfeldt, and H. A. Stone, “Foam drainage on the microscale : I. modeling flow through single plateau borders,” *J. Colloid Interface Sci.*, vol. 276, p. 420, 2004.
  - [45] K. Koczko and G. Racz, “Flow in a plateau border,” *Colloids Surf.*, vol. 22, p. 97, 1987.
  - [46] O. Pitois, C. Fritz, and M. Vignes-Adler, “Hydrodynamic resistance of a single foam channel,” *Colloids and Surfaces A ; Physicochem. Eng. Aspects*, vol. 261, pp. 109–114, 2005.
  - [47] S. J. Neethling, H. T. Lee, and J. J. Cilliers, “A foam drainage equation generalized for all liquid contents,” *J. Phys. Condens. Matter*, vol. 14, p. 331, 2002.
  - [48] A. Saint-Jalmes, Y. Zhang, and D. Langevin, “Quantitative description of foam drainage : Transitions with surface mobility,” *Eur. Phys. J. E*, vol. 15, pp. 53–60, 2004.
  - [49] E. Lorenceau, N. Louvet, F. Rouyer, and O. Pitois, “Permeability of aqueous foams,” *Eur. Phys. J. E*, vol. 28, p. 293, 2009.
  - [50] G. Verbist, D. Weaire, and A. M. Kraynik, “The foam drainage equation,” *J. Phys. Condens. Matter*, vol. 8, p. 3715, 1996.
  - [51] D. Weaire, S. Hutzler, G. Verbist, and E. Peters, “A review of foam drainage,” *Adv. Chem. Phys.*, vol. 102, p. 315, 1997.
  - [52] O. Pitois, N. Louvet, E. Lorenceau, and F. Rouyer, “Node contribution to the permeability of liquid foams,” *J. Colloid Interface Sci.*, vol. 322, pp. 675–677, 2008.
  - [53] S. A. Koehler, S. Hilgenfeldt, and H. A. Stone, “Liquid flow through aqueous foams : The node-dominated foam drainage equation,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 82, p. 4232, 1999.
  - [54] N. Mujica and S. Fauve, “Sound velocity and absorption in a coarsening foam,” *Phys. Rev. E*, vol. 66, no. 2, p. 021404, 2002.
  - [55] J. Pierre, B. Dollet, and V. Leroy, “Resonant acoustic propagation and negative density in liquid foams,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 112, no. 14, p. 148307, 2014.
  - [56] J. Pierre, R.-M. Guillermic, F. Elias, W. Drenckhan, and V. Leroy, “Acoustic characterisation of liquid foams with an impedance tube,” 2013.
  - [57] A. B. Wood, “A textbook of sound,” *bell and sons, London*, 1944.
  - [58] N. T. Moxon, A. C. Torrance, and S. B. Richardson, “The attenuation of acoustic signals by aqueous and particulate foams,” *Applied Acoustics*, vol. 24, no. 3, pp. 193–209, 1988.
  - [59] K. Kann, “Sound waves in foams,” *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, vol. 263, no. 1–3, pp. 315 – 319, 2005. A collection of papers presented at the 5th European Conference on Foams, Emulsions, and Applications, {EUFOAM} 2004, University of Marne-la-Vallee, Champs sur Marne (France), 5-8 July, 2004.
  - [60] M. Minnaert, “On musical air-bubbles and the sounds of running water,” *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 16, no. 104, pp. 235–248, 1933.

- 
- [61] Y. M. Shtemler and I. R. Shreiber, “Heat transfer in sound propagation and attenuation through gas–liquid polyhedral foams,” *International communications in heat and mass transfer*, vol. 33, no. 5, pp. 571–579, 2006.
  - [62] I. I. Goldfarb, I. R. Schreiber, and F. I. Vafina, “Heat transfer effect on sound propagation in foam,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 92, no. 5, pp. 2756–2769, 1992.
  - [63] I. I. Goldfarb, Z. Orenbakh, I. R. Shreiber, and F. I. Vafina, “Sound and weak shock wave propagation in gas-liquid foams,” *Shock Waves*, vol. 7, no. 2, pp. 77–88, 1997.
  - [64] M. Baer, “A numerical study of shock wave reflections on low density foam,” *Shock Waves*, vol. 2, no. 2, pp. 121–124, 1992.
  - [65] A. Borisov, B. Gel’fand, V. Kudinov, B. Palamarchuk, V. Stepanov, E. Timofeev, and S. Khomik, “Shock waves in water foams,” *Acta Astronautica*, vol. 5, no. 11–12, pp. 1027 – 1033, 1978.
  - [66] A. Britan, I. Zinovik, and V. Levin, “Breaking up foam with shock waves,” *Combustion, Explosion and Shock Waves*, vol. 28, no. 5, pp. 550–557, 1992.
  - [67] A. Britan, G. Ben-Dor, H. Shapiro, M. Liverts, and I. Shreiber, “Drainage effects on shock wave propagating through aqueous foams,” *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, vol. 309, no. 1–3, pp. 137 – 150, 2007. A Collection of Papers Presented at the 6th Eufoam Conference, Potsdam, Germany, 2-6 July, 2006.
  - [68] A. Britan, M. Liverts, and G. Ben-Dor, “Mitigation of sound waves by wet aqueous foams,” *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, vol. 344, no. 1, pp. 48–55, 2009.
  - [69] E. Del Prete, A. Chinnayya, L. Domergue, A. Hadjadj, and J.-F. Haas, “Blast wave mitigation by dry aqueous foams,” *Shock Waves*, vol. 23, no. 1, pp. 39–53, 2013.
  - [70] Q. Sun, J. P. Butler, B. Suki, and D. Stamenović, “Measurements of shear wave propagation speed in gas-liquid foam,” *J. Colloid Interface Sci.*, vol. 163, no. 2, pp. 269–276, 1994.
  - [71] F. Wintzenrieth, S. Cohen-Addad, M. Le Merrer, and R. Höhler, “Laser-speckle-visibility acoustic spectroscopy in soft turbid media,” *Phys. Rev. E*, vol. 89, p. 012308, Jan 2014.
  - [72] K. Krishan, A. Helal, R. Höhler, and S. Cohen-Addad, “Fast relaxations in foam,” *Phys. Rev. E*, vol. 82, p. 011405, Jul 2010.
  - [73] S. Costa, R. Hohler, and S. Cohen-Addad, “The coupling between foam viscoelasticity and interfacial rheology,” *Soft Matter*, vol. 9, pp. 1100–1112, 2013.
  - [74] A. D. Gopal and D. J. Durian, “Relaxing in foam,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 91, p. 188303, Oct 2003.
  - [75] A. Le Goff, P. Cobelli, and G. Lagubeau, “Supershear rayleigh waves at a soft interface,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 110, no. 23, p. 236101, 2013.
  - [76] G. Taylor, “The dynamics of thin sheets of fluid. iii. disintegration of fluid sheets,” *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, vol. 253, no. 1274, pp. 313–321, 1959.
  - [77] Y. Couder, J. M. Chomaz, and M. Rabaud, “On the hydrodynamics of soap films,” *Physica D : Nonlinear Phenomena*, vol. 37, no. 1, pp. 384–405, 1989.
  - [78] V. O. Afenchenko, A. B. Ezersky, S. V. Kiyashko, M. I. Rabinovich, and P. D. Weidman, “The generation of two-dimensional vortices by transverse oscillation of a soap film,” *Phys. Fluids*, vol. 10, no. 2, pp. 390–399, 1998.
  - [79] J. M. Vega, F. J. Higuera, and P. D. Weidman, “Quasi-steady vortical structures in vertically vibrating soap films,” *J. Fluid Mech.*, vol. 372, pp. 213–230, 1998.

- 
- [80] A. Boudaoud, Y. Couder, and M. B. Amar, “Self-adaptation in vibrating soap films,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 82, no. 19, p. 3847, 1999.
  - [81] F. Elias, S. Hutzler, and M. S. Ferreira, “Visualization of sound waves using regularly spaced soap films,” *European journal of physics*, vol. 28, no. 4, p. 755, 2007.
  - [82] S. K. Acharige, F. Elias, and C. Derec, “Soap film vibration : origin of the dissipation,” *Soft Matter*, vol. 10, no. 41, pp. 8341–8348, 2014.
  - [83] L. Bergmann, “Experiments with vibrating soap membranes,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 28, no. 6, pp. 1043–1047, 1956.
  - [84] P. Sens, C. Marques, and J. Joanny, “Hydrodynamic modes of viscoelastic soap films,” *Langmuir*, vol. 9, no. 11, pp. 3212–3218, 1993.
  - [85] M. Brazovskaia, H. Dumoulin, and P. Pieranski, “Nonlinear effects in vibrating smectic films,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 76, no. 10, p. 1655, 1996.
  - [86] A. Boudaoud, Y. Couder, and M. B. Amar, “A self-adaptative oscillator,” *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, vol. 9, no. 1, pp. 159–165, 1999.
  - [87] K. Mader, R. Mokso, C. Raufaste, B. Dollet, S. Santucci, J. Lambert, and M. Stampanoni, “Quantitative 3d characterization of cellular materials : Segmentation and morphology of foam,” *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, vol. 415, pp. 230–238, 2012.
  - [88] J.-C. G  minard, A. Zywockinski, F. Caillier, and P. Oswald, “Observation of negative line tensions from plateau border regions in dry foam films,” *Phil. Mag. Lett.*, vol. 84, pp. 199–204, 2004.
  - [89] J. Seiwert, M. Monloubou, B. Dollet, and I. Cantat, “Extension of a suspended soap film : A homogeneous dilatation followed by new film extraction,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 111, no. 9, p. 094501, 2013.
  - [90] M. In Het Panhuis, S. Hutzler, D. Weaire, and R. Phelan, “New variations on the soap film experiments of plateau i. experiments under forced drainage,” *Philosophical Magazine Part B*, vol. 78, no. 1, pp. 1–12, 1998.
  - [91] N. Louvet, F. Rouyer, and O. Pitois, “Ripening of a draining foam bubble,” *J. Colloid Interface Sci.*, vol. 334, pp. 82–86, 2009.
  - [92] K. Piroird and E. Lorenceau, “Capillary flow of oil in a single foam microchannel,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 111, p. 234503, Dec 2013.
  - [93] F. Elias, E. Janiaud, J.-C. Bacri, and B. Andreotti, “Elasticity of a soap film junction,” *Phys. Fluids*, vol. 26, no. 3, p. 037101, 2014.
  - [94] C. Raufaste, A. Foulon, and B. Dollet, “Dissipation in quasi-two-dimensional flowing foams,” *Physics of Fluids (1994-present)*, vol. 21, no. 5, 2009.
  - [95] G. Kirstetter, C. Raufaste, and F. Celestini, “Jet impact on a soap film,” *Phys. Rev. E*, vol. 86, no. 3, p. 036303, 2012.
  - [96] H. Lhuissier and E. Villermaux, “Soap films burst like flapping flags,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 103, no. 5, p. 054501, 2009.
  - [97] A. L. Biance, S. Cohen-Addad, and R. Hohler, “Topological transition dynamics in a strained bubble cluster,” *Soft Matter*, vol. 5, pp. 4672–4679, 2009.
  - [98] K. Golemanov, N. D. Denkov, S. Tcholakova, M. Vethamuthu, and A. Lips, “Surfactant mixtures for control of bubble surface mobility in foam studies,” *Langmuir*, vol. 24, pp. 9956–9961, 2008.
  - [99] U. Leo, “Viscosimeter,” July 1936. US Patent 2,048,305.

- [100] C. E. Stauffer, “The measurement of surface tension by the pendant drop technique,” *The journal of Physical Chemistry*, vol. 69, pp. 1933–1938, 1965.
- [101] A. G. Brown, W. C. Thuman, and J. W. McBain, “The surface viscosity of detergent solutions as a factor in foam stability,” *J. Colloid Sci.*, vol. 8, no. 5, pp. 491–507, 1953.
- [102] L. Atkins and R. Elliott, “Investigating thin film interference with a digital camera,” *AJP*, vol. 78, p. 1248, 2010.
- [103] S. Dorbolo, H. Caps, and N. Vandewalle, “Fluid instabilities in the birth and death of antibubbles,” *New J. Phys.*, vol. 5, p. 161, 2003.
- [104] S. T. Thoroddsen and K. Takehara, “The coalescence cascade of a drop,” *Phys. Fluids*, vol. 12, p. 1265, 2000.
- [105] M. Rein, “Phenomena of liquid drop impact on solid and liquid surfaces,” *Fluid Dyn. Res.*, vol. 12, pp. 61–93, 1993.
- [106] V. T. Chow, *Open Channel Hydraulics*. McGraw-Hill, 1959.
- [107] J. E. Simpson, *Gravity Currents : In the Environment and the Laboratory*, 2nd Edn. Cambridge University Press, 1997.
- [108] H. Chanson, *Tidal Bores, Aegir, Eagre, Mascaret, Pororoca. Theory and Observations*. World Scientific, Singapore., 2011.
- [109] H. Chanson, “Development of the bélanger equation and backwater equation by jean-baptiste bélanger (1828),” *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 135, no. 3, pp. 159–163, 2009.
- [110] L. Rayleigh, “On the theory of long waves and bores,” *Proc. R. Soc. Lond. A*, vol. 5, pp. 324–328, 1914.
- [111] D. B. Bogoy, “Drop formation in a circular liquid jet,” *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 11, pp. 207–228, 1979.
- [112] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Fluid Mechanics*. Pergamon Press, 1987.
- [113] P. Petit, *Deformation of complex interfaces : from soapy structures to particulate foams*. Theses, Université Claude Bernard - Lyon I, Oct. 2014.
- [114] J. Seiwert, J. Pierre, and B. Dollet, “Coupled vibrations of a meniscus and liquid films,” *JFM*, vol. submitted.
- [115] C. Derec and F. Elias, “Discussion privée (msc-paris),” 2014.
- [116] M. Peyrard, *Physique des solitons*. EDP Sciences, 2012.
- [117] D. Quéré, “Leidenfrost dynamics,” *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 45, pp. 197–215, 2013.